

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1

α) Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{|6x-3|}{3} + 2 = 2|2x-1|$

β) Αν  $\alpha$  είναι η θετική εξίσωσης του ερωτήματος (α), να λύσετε την ανίσωση:  $|1-x| < \alpha$ .

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την ανίσωση:  $x^2 + 12 < 7x$ .

β) Αν  $x$  είναι λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (α), να γράψετε χωρίς την απόλυτη τιμή την παράσταση:  $|x-3| - |x-4| - 2|x|$ .

ΘΕΜΑ 3

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο:  $x^2 - 2x + 1$ .

β) Να γράψετε χωρίς τη ρίζα την παράσταση:  $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

γ) Να λύσετε την ανίσωση:  $\frac{5}{3} - \frac{A}{3} < \frac{4-A}{2}$

ΘΕΜΑ 4

α) Να λύσετε την εξίσωση  $x^5 - 81x = 0$ .

β) Αν  $\alpha$  είναι η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης  $x^5 - 81x = 0$ , να αποδείξετε ότι

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}+1} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}-1} = \sqrt{\alpha}$$

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 25}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 2$ .

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) < 2$ .

ΘΕΜΑ 6

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 2$ .

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) \geq 2$

ΘΕΜΑ 7

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + x}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης  $f$ .
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  με τους άξονες.

ΘΕΜΑ 8

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{8 - |1 - x|}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες.
- γ) Να αποδείξετε ότι  $\frac{f(-4)}{f(4) - f(-4)} + \frac{f(4)}{f(4) + f(-4)} = 4$

ΘΕΜΑ 9

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - \lambda x + \lambda - 1 = 0$ . (1)

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
- β) Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$  για την οποία η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό  $\Gamma = \sqrt[3]{4}\sqrt{\sqrt[3]{4}}$
- γ) Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης (1), να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , για τις οποίες  $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 < 2$

ΘΕΜΑ 10

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - \lambda x + \lambda^2 - 3 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$ .

- α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες η εξίσωση έχει 2 άνισες πραγματικές ρίζες.
- β) Για  $\lambda = 1$ ,
  - (1) να βρείτε τις ρίζες  $x_1, x_2$  της εξίσωσης,
  - (2) να βρείτε την εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς  $2x_1$  και  $2x_2$ , όπου  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος (β1).

ΘΕΜΑ 11

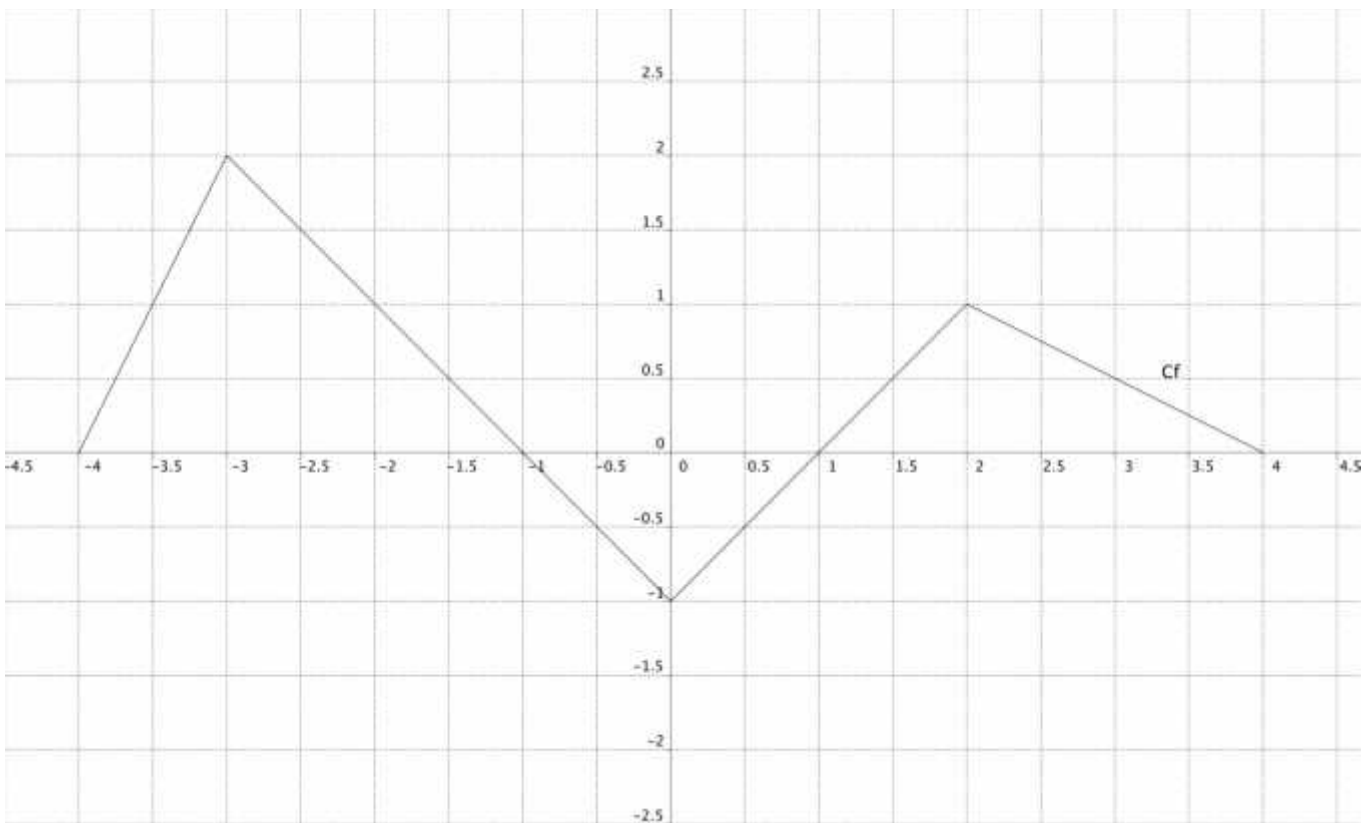
**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-5}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- β) Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω σημεία ανήκουν στην γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$   $A(4,0)$ ,  $(7,4)$ ,  $\left(8, \frac{6\sqrt{2}+1}{3}\right)$
- γ) Να αποδείξετε ότι  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{f(6)} \cdot \sqrt{f(6)-2} = 2$

**ΘΕΜΑ 12**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .



- α) Να λύσετε τις ανισώσεις:  $f(x) > 0$  και  $f(x) > 1$ .
- β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$ .

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

- γ) Να βρείτε τις τιμές  $f(-3), f\left(\frac{-5}{2}\right), f(0)$  και  $f(1)$
- δ) Να λύσετε τις εξισώσεις:  $f(x) = 0, f(x) = 1$  και  $f(x) = -2$ .
- ε) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

ΘΕΜΑ 13

Δίνονται οι συναρτήσεις  $g(x) = x - 9$  και  $f(x) = x^2 - 4x + \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ .

- α) Αν το σημείο  $M(1, -8)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$ .
- β) Αν  $\alpha = -5$ , να βρείτε:
- (1) τα κοινά σημεία των  $C_f$  και  $C_g$ ,
  - (2) τις τετμημένες των σημείων της  $C_f$  που βρίσκονται κάτω από την  $C_g$ .

ΘΕΜΑ 14

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda - 2, \lambda \in \mathbb{R}$ .

- α) Να αποδείξετε η γραφική παράσταση της  $f$  έχει δύο κοινά σημεία με τον άξονα  $x'$ , για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ .
- β) Αν  $x_1, x_2$  οι τετμημένες των κοινών σημείων της  $C_f$  με τον  $x'$ , να βρείτε την τιμή του  $\lambda$  ώστε  $x_1 + x_2 = 3$ .
- γ) Για την τιμή του  $\lambda$  που βρήκατε στο ερώτημα (β), να βρείτε τα κοινά σημεία της  $C_f$  με τους άξονες.

ΘΕΜΑ 15

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 7x + \alpha = 0, \alpha \in \mathbb{R}$ . (1)

- α) Να βρείτε για ποια τιμή του  $\alpha \in \mathbb{R}$  η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες  $x_1, x_2$  τέτοιες ώστε να ισχύει:

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} = 3$$

- β) Για  $\alpha = 12$ :

- i) Να λύσετε την εξίσωση (1).
- ii) Να λύσετε την εξίσωση  $d(x, x_1) - 3d(x, 7) = 0$  όπου  $x_1$  είναι η μικρότερη από τις ρίζες της εξίσωσης (1) που βρήκατε στο ερώτημα βi.

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ 16**

Δίνεται δειγματικός χώρος  $\Omega = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x-2| < 4\}$  η εξίσωση

$$(2-x)^3 (-1)^2 + (\mu-3)(x^2-4x+3) + 6 = 5(2-x^2) \mid -1 \mid \quad (1)$$

και το σύνολο  $A = \{ \in \Omega / \quad (1) \mu \quad x \quad \mu \mid \}$ .

α) Να γράψετε με αναγραφή τα στοιχεία του  $\Omega$

β) Να βρείτε την πιθανότητα του A

**ΘΕΜΑ 17**

Δίνεται η εξίσωση:  $8x^4 + (5 - 5)x^3 + 3x^2 - (2a + )x + ^2 = 0, \quad , \in \mathbb{R} \quad (1)$

α) Να βρείτε τις τιμές των  $a, \beta$  ώστε η εξίσωση να είναι διτετράγωνη.

β) Να λύσετε την εξίσωση (1) αν  $= 1$  και  $= -2$ .

**ΘΕΜΑ 18**

α) Να απλοποιηθεί η παράσταση:  $K = \frac{^2 - ^2}{\sqrt{+} + \sqrt{+}}, \quad ( \neq \quad , > 0)$

β) Αν  $, , > 0$  να δείξετε ότι:  $\sqrt{+} + \sqrt{+} + \sqrt{+} = \frac{+ +}{\sqrt{+}}$

**ΘΕΜΑ 19**

Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

$$\text{i) } \frac{|x|-1}{2} < \frac{1-|3x|}{5} \quad \text{ii) } |x - |x-3|| = 10 \quad \text{iii) } \frac{|x-3|}{x-3} > 0 \quad \text{vi) } \left| \frac{5|x|-2}{|x|+1} \right| < 4$$

**ΘΕΜΑ 20**

Να λυθούν οι εξισώσεις: i)  $|x^2 + 2x + 1| - 3|x-2| = x^2 + |2-x|$  ii)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 15$

$$\text{iii) } (x+1)^3 - 7 = 1 \quad \text{vi) } x^2 - 3|x-1| - 1 = 0$$

**ΘΕΜΑ 21**

Μέσα σε ένα κουτί υπάρχουν  $x^2 - 4x$  άσπρες σφαίρες,  $3x-15$  κόκκινες σφαίρες και  $x+15$  μαύρες σφαίρες με  $x \geq 5$ . Βγάζουμε από το κουτί στην τύχη μία σφαίρα

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

α) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα P να βγάλουμε από το κουτί μια κόκκινη σφαίρα είναι  $P(x) = \frac{3x - 15}{x^2}$

β) Πόσες κόκκινες σφαίρες πρέπει να περιέχει το κουτί έτσι ώστε να βγάλουμε μια κόκκινη σφαίρα με την μεγαλύτερη δυνατή πιθανότητα;

γ) Για το παραπάνω πλήθος των κόκκινων σφαιρών, να υπολογισθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «να βγάλουμε κόκκινη σφαίρα», B: «να βγάλουμε άσπρη σφαίρα», Γ: «να βγάλουμε μαύρη σφαίρα»

**ΘΕΜΑ 22**

Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda - 1)x^2 - \lambda x + 1 = 0$ . Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι και αντικαθιστούμε το λ με την ένδειξη του ζαριού. Να βρείτε την πιθανότητα:

α) Η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα

β) Να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες

γ) Να μην έχει πραγματικές ρίζες

**ΘΕΜΑ 23**

Από 120 μαθητές ενός λυκείου, 24 συμμετέχουν στον διαγωνισμό της ΕΜΕ, 20 στον διαγωνισμό της ΕΕΦ και 12 συμμετέχουν και στους δύο διαγωνισμούς. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Ποια είναι η πιθανότητα:

α) Να συμμετέχει σε έναν τουλάχιστον από τους δύο διαγωνισμούς.

β) Να συμμετέχει μόνο σε έναν από τους δύο διαγωνισμούς.

γ) Να μη συμμετέχει σε κανέναν από τους δύο διαγωνισμούς.

**ΘΕΜΑ 24**

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου για τα οποία ισχύουν

$$P(A - B) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{20}, \quad P(B' - A) = \frac{1}{2}$$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες  $P(A)$  και  $P(B)$

β) Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα A και B

**ΘΕΜΑ 25**

Αν A και B είναι δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου  $\Omega$  για τα οποία  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ , να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $(B - A)'$ ,  $(A \cap B)'$

**ΘΕΜΑ 26**

Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 18\}$  ο οποίος αποτελείται από ισοπίθανα και απλά ενδεχόμενα και A, B είναι δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα του  $\Omega$  για τα οποία ισχύει

$$9(P(B))^2 - 13P(B) - P(A) + 5 = 0$$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και B.

β) Να βρείτε το πλήθος των στοιχείων των A και B.

γ) Δείξτε ότι τα A, B είναι αντίθετα ενδεχόμενα

**ΘΕΜΑ 27**

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

α)  $|1 - 5x| = 7$

β)  $|7x - 3| = |9x + 5|$

γ)  $|x + 2| + 1 = 0$

δ)  $|1 - |x|| = 0$

ε)  $2|x - 3| = 5$

στ)  $\frac{|x + 3| - 1}{2} - |x + 3| = 1 - \frac{7 - |x + 3|}{3}$

ζ)  $||x - 1| + 3| = 4$

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

η)  $|x-1| + |x^2-1| = 0$

θ)  $|3x-5| = x-1$

**ΘΕΜΑ 28**

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α.  $\sqrt{(x^2-6x+9)} = |2x-1|$     β.  $\sqrt{x^2-2x+1} = |3x-5|$

γ.  $|4|x|-5|=7$     δ.  $\sqrt{x^2+9} = |2x-3|$

**ΘΕΜΑ 29**

Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{2}{\sqrt{5}-2} + \frac{-2}{2+\sqrt{5}}$

α. Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

β. Να λύσετε την εξίσωση  $||x|+2|=A$

**ΘΕΜΑ 30**

Να λύσετε τις εξισώσεις :

i.  $|x^2-7x+10|=1$

ii.  $|(x+1)^2-7|x+1|+4=2$

**ΘΕΜΑ 31**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 5\lambda x + 6\lambda^2 = 0$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

i) Να αποδειχτεί ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ , η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες,

ii) Να βρεθεί το διάστημα από το οποίο παίρνει τιμές το  $\lambda$ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο πραγματικές και θετικές ρίζες.

**ΘΕΜΑ 32**

Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda^2 - 3\lambda + 2)x^2 + (\lambda - 1)x + 2 = 0$ , με  $\lambda \in \mathbb{R}$  (1).

Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει:

i) μία μόνο ρίζα

ii) διπλή ρίζα

**ΘΕΜΑ 33**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - |\alpha-1|x-1=0$  (1)



**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

α. Δείξτε ότι έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε πραγματική τιμή του α

β. Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της (1) να βρείτε το α ώστε  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < -1$

**ΘΕΜΑ 34**

Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα της εξίσωσης  $x^{10} + x^5 + \alpha = 0$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ , τότε:

- i. Να βρείτε την τιμή του α
- ii. Να λύσετε την εξίσωση

**ΘΕΜΑ 35**

Ναλυθεί η εξίσωση:  $\frac{2}{|x|} = \frac{|x|}{2} + \frac{3}{2}$

**ΘΕΜΑ 36**

Να λύσετε την εξίσωση

- i.  $|\chi+2|^2 - 3|\chi+2| + 2 = 0$
- ii.  $(2\chi+1)^2 - 4|2\chi+1| + 3 = 0$
- iii.  $2x - 3\sqrt{x} + 1 = 0$

**ΘΕΜΑ 37**

Έστω η συνάρτηση  $f(x) \in \mathbb{N} \frac{ax^2 > 2x > ax < 2}{3x^2 > x > 2}$

- i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- ii. Να απλοποιήσετε την f
- iii. Αν  $\alpha=1$  να βρείτε τα κοινά σημεία της ευθείας  $y \in \mathbb{N} > \frac{x}{5}$

**ΘΕΜΑ 38**

Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων και να απλοποιήσετε τους τύπους τους

α.  $f(x) = \frac{9x^2 - 1}{6x^2 - x - 1}$       β.  $f(x) = \frac{x^2 - 101x + 100}{15x^2 - x - 14}$

**ΘΕΜΑ 39**

Έστω  $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x| - 2}$

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f  
β. Να απλοποιήσετε τον τύπο της f  
γ. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x)=2$

### ΘΕΜΑ 40

Δίνεται η εξίσωση  $-x^2+(2\lambda-1)x+\lambda^2+\lambda+1=0$

- α) Να δείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  έχει πραγματικές και άνισες ρίζες  
β) Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε τα  $\lambda$  ώστε  $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 \cdot x_2 \geq 0$

### ΘΕΜΑ 41

Δίνεται το τριώνυμο  $f(x)=x^2-(\lambda-2)x+4$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες έχει πραγματικές και άνισες ρίζες  
β) Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε τα  $\lambda$  ώστε  $x_1^2 + x_2^2 > 1$

### ΘΕΜΑ 42

Δίνεται το τριώνυμο  $f(x)=(\lambda+2)x^2-2\lambda x+3\lambda$ ,  $\lambda \neq -2$

- α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες  $f(x) < 0$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$   
β) Για  $\lambda = -4$  να λύσετε την εξίσωση  $|f(x)| = -8x + 8$

### ΘΕΜΑ 43

Δίνεται το τριώνυμο  $f(x)=-x^2+x-4$

- α) Να βρείτε το πρόσημο της f  
β) Να λύσετε την ανίσωση  $|-x^2+x-4| > 2(x+1)$

### ΘΕΜΑ 44

Ένα θέατρο έχει 15 σειρές καθισμάτων. Η πρώτη σειρά έχει 60 καθίσματα και στην τελευταία 18 καθίσματα. Αν το πλήθος των καθισμάτων ελαττώνεται από σειρά σε σειρά κατά τον ίδιο πάντα αριθμό καθισμάτων τότε:

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

- i. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων που ελαττώνεται από σειρά σε σειρά
- ii. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων της μεσαίας σειράς
- iii. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων όλων των σειρών του θεάτρου
- iv. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων από την 5<sup>η</sup> έως την 13<sup>η</sup> σειρά

**ΘΕΜΑ 45**

Σε μια αριθμητική πρόοδο (α<sub>n</sub>) ισχύουν οι σχέσεις  $\alpha_7 = 2x + 9$ ,  $\alpha_8 = 4x + 4$  και  $\alpha_9 = 5x - 1$ .

Να βρείτε:

- i. τον πραγματικό αριθμό x
- ii. τον πρώτο όρο και τη διαφορά ω της προόδου
- iii. τον δωδέκατο όρο της προόδου.

**ΘΕΜΑ 46**

Δίνεται η εξίσωση  $2x^2 - 3x + 1 = 0$  (1)

- i) Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο που έχει ως πρώτο όρο  $\alpha_1$  την μικρότερη ρίζα και διαφορά ω τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (1)
- ii) Να βρείτε τον 5<sup>ο</sup> όρο της
- iii) Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της
- iv) Να βρείτε ποιος όρο είναι  $\frac{15}{2}$

**ΘΕΜΑ 47**

Δίνεται η εξίσωση  $(| \lambda - 1 | + 3)t^2 + 2 \lambda t + (| \lambda - 1 | - 3) = 0$

- α) Βρείτε το λ ώστε η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα την οποία και να υπολογίσετε.
- β) Βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο ρίζες ετερόσημες.

**ΘΕΜΑ 48**

Έστω η εξίσωση  $x^2 + \mu(x + 1) = 2$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$  (1)

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε  $\mu \in \mathbb{R}$ .

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

β) Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1) :

i) Να βρείτε την εξίσωση που έχει ρίζες τις  $x_1 - 1$  και  $x_2 - 1$ .

ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\mu$  οι ευθείες:  $\ell_1: y = \frac{2}{1}x + 2014$  και  $\ell_2: y = (7 - \frac{2}{2})x - 2015$  είναι παράλληλες.

**ΘΕΜΑ 49**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} (\mu + 1)^5 x, & x \geq 1 \\ -29x - 3, & x \leq 1 \end{cases} \quad \text{όπου } \mu \in \mathbb{R}.$$

α) Να βρείτε την τιμή του  $\mu$ .

β) Να λύσετε της εξίσωση:  $x^2(x^2 - 2) = f(0)$ .

**ΘΕΜΑ 50**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{|x - 1| - 4}$

α) Να αποδείξετε ότι  $f(3) = -2$

β) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $x^4 + x^2 + f(3) = 0$

**ΘΕΜΑ 51**

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - (\mu + 1)x + \mu - 2 = 0, \quad \mu \in \mathbb{R}.$$

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του  $\mu \in \mathbb{R}$ , η εξίσωση έχει δύο ρίζες  $x_1$  και  $x_2$  άνισες.

β) Να βρείτε τις τιμές του  $\mu \in \mathbb{R}$ , ώστε:  $x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 + 2x_2 + x_1x_2 < 9$

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

γ) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης δεν μπορεί να είναι και οι δύο αρνητικές.

δ) Αν οι ευθείες  $\ell_1: y = 2014x + 2015$  και  $\ell_2: y = -\frac{2014}{\dots 2}x - 2016$  είναι παράλληλες, να

βρείτε τις ρίζες  $x_1$  και  $x_2$  της εξίσωσης.

ε) Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι:  $2x_1 + x_2 = 7$

**ΘΕΜΑ 52**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - x - |\lambda - 1| = 0$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι έχει για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ , έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες

β) Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης (1) και οι αριθμοί  $\alpha = x_1 + x_2 - 1$ ,  $\beta = |\lambda|$  και  $\gamma = -x_1 \cdot x_2$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$

γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2 + x_1 \cdot x_2 + 1}}$

δ) Να δείξετε ότι  $g(1) - 2\sqrt{2}g(0) + 1 = 0$

**ΘΕΜΑ 53**

Δίνεται το τριώνυμο  $f(x) = 2x^2 - 2(\lambda - 5)x - (\lambda - 5)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$

i) Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ , το τριώνυμο έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

ii) Αν  $x_1, x_2$  είναι οι άνισες ρίζες του τριωνύμου, να βρείτε το  $\lambda$  αν ισχύει:  $x_1^2 + x_2^2 = \frac{3}{4}$

iii) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε  $|f(x)| = f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$

iv) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $\{g(x)\} = \sqrt{2x_1 \cdot x_2 + x_1^2 + x_2^2}$

**ΘΕΜΑ 54**

Ένα ψυγείο έχει σταθερή θερμοκρασία  $1^\circ\text{C}$  Ένα φαγητό τοποθετείται μέσα σε αυτό και η θερμοκρασία

του δίνεται από τη σχέση  $f(t) = 16 - \frac{t}{4}$  τα σε min

α) Ποια η αρχική θερμοκρασία του φαγητού

β) Μετά από πόσο χρόνο το φαγητό θα αποκτήσει τη θερμοκρασία του ψυγείου ;

γ) Ποια είναι η θερμοκρασία του μετά από 2 ώρες ;

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

δ) Βρείτε τη θερμοκρασία του φαγητού μετά από μιάμιση ώρα και κάντε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

ΘΕΜΑ 55

Αν  $-x^2+5x-6>0$  να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A = \frac{|x-2|+|x-3|}{|x-1|+|x-5|}$

ΘΕΜΑ 56

Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση  $y = (\lambda^2-3\lambda)x+1$

- α) Βρείτε το  $\lambda$  αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο ( 1, -1)
- β) Για τις τιμές του  $\lambda$  που βρήκατε στο 1<sup>ο</sup> ερώτημα να δείξετε ότι η (ε) είναι παράλληλη στην (ζ)  $\psi = -2x+5$
- γ) Βρείτε την τιμή του  $\mu$  ώστε η  $y = -|\mu-3|x+2$  είναι // στην (ε)

ΘΕΜΑ 57

Δίνεται η συνάρτηση f με  $f(x) = \left| \frac{x^2-1}{x-1} \right|$ .

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- β. Να λυθεί η ανίσωση  $f(x)<3$  .

ΘΕΜΑ 58

Δίνεται το τριώνυμο  $f(x) = x^2 - 2(\lambda + 1)x + 5 - \lambda$

α) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε το τριώνυμο να είναι θετικό για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  .

β) Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες του τριωνύμου  $f(x)$ , να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με

ρίζες  $\dots_1, \dots_2$  όπου  $\dots_1 = 1 + \frac{1}{x_1}$  και  $\dots_2 = 1 + \frac{1}{x_2}$ .

ΘΕΜΑ 59

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

α) Αν  $2 < x < 3$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{9 - 6x + x^2}$

β) Αφού βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $B = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{\sqrt{x + 3}}$  να την

απλοποιήσετε .

**ΘΕΜΑ 60**

Δίνονται οι ευθείες  $\epsilon_1: y = |2\lambda - 1|x + 3$  και  $\epsilon_2: y = |5 - \lambda|x - 1$  και η συνάρτηση  $g(x) = \sqrt{|2x - 1| - \lambda}$

α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες οι ευθείες είναι παράλληλες.

β) Για την μεγαλύτερη τιμή του  $\lambda$  που βρήκατε να βρείτε τον τύπο της  $g$  και το πεδίο ορισμού της

**ΘΕΜΑ 61**

Έστω συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{(\lambda - 1)x^2 + 1}$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$

α) Είναι δυνατόν να ισχύει  $\lambda < 1$  ;

β) Αν το σημείο  $(1, 2)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$  να υπολογίσετε το  $\lambda$

γ) Για την τιμή του  $\lambda$  που βρέθηκε να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$

**ΘΕΜΑ 62**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \frac{2x^2 > 3x < 1}{x^2 > 1}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) \leq 3$

**ΘΕΜΑ 63**

Έστω  $A, B$  δύο ισοπίθανα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Αν οι πιθανότητες των ενδεχομένων  $A$  και  $A \cap B$  είναι διαφορετικές μεταξύ τους και αποτελούν τις ρίζες της εξίσωσης

$12x^2 - 7x + 1 = 0$  να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

α)  $A, A \cap B$  και  $A \cup B$ .

β)  $A - B, B - A$ .

γ)  $(A - B) \cup (B - A)$ .

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ 64**

Από τους μαθητές ενός Λυκείου το 70% χρησιμοποιεί βιβλία Μαθηματικών, το 60% Φυσικής και το 50% και τα δύο. Επιλέγουμε στην έναν μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα:

- i) να χρησιμοποιεί βιβλία Μαθηματικών και όχι Φυσικής
- ii) να χρησιμοποιεί μια τουλάχιστον από τις δύο κατηγορίες βιβλίων
- ii) να χρησιμοποιεί ακριβώς μια από τις δύο κατηγορίες βιβλίων
- iv) να μη χρησιμοποιεί καμία από τις δύο κατηγορίες βιβλίων.

**ΘΕΜΑ 65**

Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τέτοια, ώστε  $P(A) = x$ ,

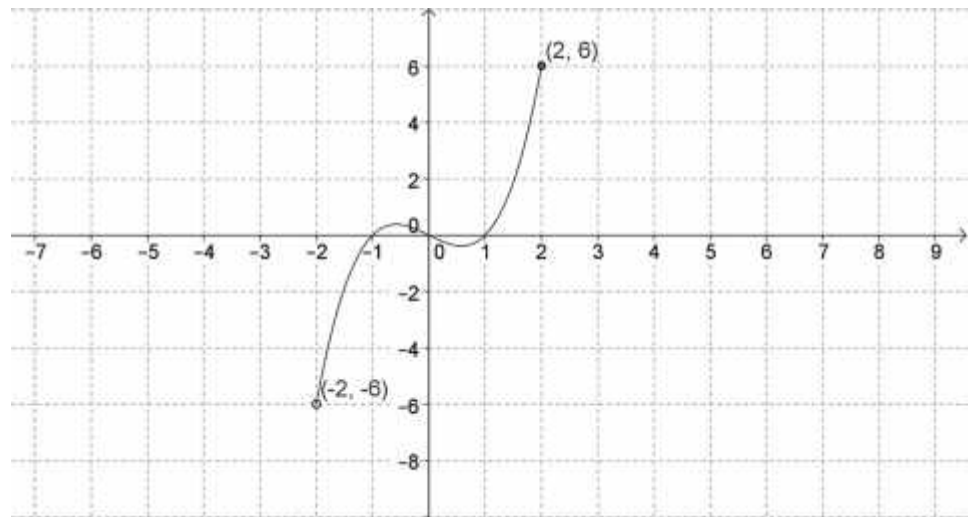
$$P(A \cap B) = 2x - \frac{3}{2} \text{ και } P(A - B) = \frac{2}{3}x^2$$

- α) Να αποδείξετε ότι  $x = \frac{1}{2}$
- β) Αν επιπλέον ισχύει  $P(B - A) = 1$  να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
  - i. B
  - ii.  $A \cup B$
  - iii.  $(A - B) \cup (B - A)$ .

**ΘΕΜΑ 65**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της f. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της
- β) το σύνολο τιμών της
- γ) τα σημεία τομής με τους άξονες
- δ) τα διαστήματα του x που η  $C_f$  είναι πάνω από τον άξονα x'x
- ε) το πλήθος λύσεων της εξίσωση  $f(x)=4$



**ΘΕΜΑ 66**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$        $g(x) = \frac{5x - 4}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$



**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

α. Να βρείτε τα κοινά σημεία των f,g

β. τις τιμές του x που η  $C_f$  είναι πάνω από τη  $C_g$

**ΘΕΜΑ 67**

Δίνονται οι συναρτήσεις f,g με

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 5, g(x) = x^2 + x + 3$$

Έστω επίσης η συνάρτηση h με

$$h(x) = 2f(x) + g(x)$$

με ρίζες τις  $x_1, x_2$ .

α) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα x'x.

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων για τα οποία η  $C_f$  είναι κάτω από την  $C_g$ .

γ) Να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$$

δ) Να βρείτε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες  $x_1^2, x_2^2$ .

**ΘΕΜΑ 68**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{r x - 4}{x}, x < 0 \\ s - 1 + a\sqrt{x}, x \geq 0 \end{cases}$ . Αν η  $C_f$  τέμνει τον άξονα x'x στο -2 και τον γ'γ στο 3 να

βρείτε:

α. τα α,β

β. τη συνάρτηση f

γ. Το λ ώστε το  $A((\lambda-1)^2, -2)$  να ανήκει στη  $C_f$

**ΘΕΜΑ 69**

Δίνονται τα σημεία A(2,0), B(0,4) και Γ(0,6). Να βρείτε:

α) την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα σημεία A και B

β) την εξίσωση της ευθείας (η) που διέρχεται από το σημείο Γ(0,6) και είναι // στην ευθεία

$\gamma = -2x + 2015$

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

- γ) το σημείο τομής Δ της ευθείας (η) με τον άξονα x'x
- δ) το εμβαδό του τραapeζίου ΑΒΓΔ.

**ΘΕΜΑ 70**

Να δείξετε ότι :

α) Αν  $x \neq 0$  να απλοποιήσετε την παράσταση  $A = \frac{||x| - x| + ||x| + x|}{|x|}$

β) Ο  $\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{7}-3)^2}} + \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{7}+3)^2}}$

**ΘΕΜΑ 71**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{|x| - 1} + \sqrt{|x|}$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της

β. Να δείξετε ότι  $\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \frac{1}{f(4)} = 1$

**ΘΕΜΑ 72**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- β) Να βρείτε για ποια τιμή του  $x$  η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(1,4)$ .
- γ) Για  $x = 3$ 
  - i) Να χαραχθεί η γραφική παράσταση της  $f$ .
  - ii) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας με εξίσωση  $y = f(x)$ .
  - iii) Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει η  $C_f$  με τον άξονα  $x'x$ .
  - iv) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η  $C_f$  τέμνει τους άξονες

**ΘΕΜΑ 73**

Δίνεται η συνάρτηση  $g$  με  $g(x) = 2 - |x - 2|$ .

- i) Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης  $g$  πιο απλά, χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.
- ii) Να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

**ΘΕΜΑ 74**

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 2x - 1 = 0$  που έχει ρίζες τους αριθμούς  $x_1, x_2$  καθώς και οι ευθείες

$$l_1: y = \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right) x + 10 \text{ και } l_2: y = \left( (x_1 - 1)^2 + 2 |x_1 - 1| \right) x + 6. \text{ Αν } l_1 // l_2 \text{ να βρείτε:}$$

α) το  $x_1 \in \mathbb{R}$ .

β) το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η  $l_2$  με τους άξονες.

**ΘΕΜΑ 75**

Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση  $y = ax + 3$  η οποία σχηματίζει με τον άξονα x'x αμβλεία γωνία. Να βρείτε:

- α) τα σημεία τομής της ευθείας (ε) με τους άξονες x'x και y'y
- β) το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τους άξονες x'x και y'y
- γ) την τιμή του α, ώστε το παραπάνω εμβαδό να είναι ίσο με 3 τ.μ.

**ΘΕΜΑ 76**

Δίνεται η ακολουθία  $(a_n)$  με  $a_n = \frac{2}{3} \cdot 3^n, n \in \mathbb{N}^*$

- α) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία  $(a_n)$  είναι γεωμετρική πρόοδος και να βρείτε τον πρώτο όρο και το λόγο λ
- β) Να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ο 486
- γ) Να δείξετε ότι το άθροισμα  $a_{21} + a_{22} + a_{23} + \dots + a_{50} = 3^{50} - 3^{20}$

**ΘΕΜΑ 77**

$$\mu \cdot x + 5, x - 1 \quad x - 3 \quad \mu \quad ( ).$$

)  $\mu \quad \mu \cdot x.$

)  $;$

)  $\mu \cdot x - 1 \quad 4 \quad , \quad 1 \quad .$