

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑ.Λ.
(ΟΜΑΔΑ Β΄)**

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ
ΔΕΥΤΕΡΑ, 22 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

Α 1. Αν A και A' είναι δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , να αποδείξετε ότι $P(A') = 1 - P(A)$

Μονάδες 7

Α 2. Τι ονομάζουμε διάμεσο (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

Μονάδες 4

Α 3. Να διατυπώσετε τους ορισμούς για τα ενδεχόμενα: απλό, σύνθετο, βέβαιο, αδύνατο .

Μονάδες 4

Α 4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

α) Αν a_i το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων και f_i η αντίστοιχη σχετική συχνότητα της τιμής x_i μιας τυχαίας μεταβλητής X , τότε ισχύει ότι $a_i = 360^\circ f_i$

Μονάδες 2

β) Ο συντελεστής μεταβολής CV σε ένα δείγμα εξαρτάται από τις μονάδες μέτρησης των παρατηρήσεων του δείγματος.

Μονάδες 2

γ) Αν A και B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $B \subseteq A$, τότε $P(A) < P(B)$

Μονάδες 2

δ) Σε μια κατανομή συχνοτήτων, αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές της μεταβλητής X με σχετικές συχνότητες f_1, f_2, \dots, f_k αντίστοιχα και \bar{x} η μέση τιμή των τιμών της X , τότε ισχύει $\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i f_i$

Μονάδες 2

ε) Αν για μια συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (a, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (β, x_0) , τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (a, β) για $x = x_0$ ελάχιστο.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x(3x^3 + 2x^2 - 3x - 2)}{x^2 - 1}$ με $x \neq 1$, $x \neq -1$ και $f(1) = 5e$, $f(-1) = \kappa e^{-1}$ ($\kappa \in \mathbb{R}$).

Β 1. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$ και να βρείτε το κ , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο σημείο $x_1 = -1$

Μονάδες 6

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

B 2. Να μελετήσετε την συνάρτηση $f(x)$ ως προς την μονοτονία για $x > 1$ και για $x < -1$, καθώς και να αποδείξετε ότι: $f(x) \geq -\frac{3}{\sqrt[3]{e^5}}, x \neq -1$.

Μονάδες 8

B 3. Να αποδείξετε ότι: $f''(x) - 2f'(x) + f(x) = 0, x \neq 1$ και $x \neq -1$

Μονάδες 6

B 4. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(-2, f(-2))$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Σε μια πόλη το 70% του συνόλου των μαθητών των σχολείων έχει σύνδεση internet στο σπίτι τους και το 40% διαθέτει φορητό Ηλεκτρονικό Υπολογιστή (H/Y). Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή από την πόλη και συμβολίζουμε με A το ενδεχόμενο: «Ο μαθητής να έχει σύνδεση internet στο σπίτι του» και με B το ενδεχόμενο: «Ο μαθητής να διαθέτει φορητό H/Y».

Γ 1. Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.

Μονάδες 4

Γ 2. Να αποδείξετε ότι: $\frac{3}{10} \leq P(A - B) \leq \frac{7}{10}$

Μονάδες 6

Γ 3. Αν, επιπλέον, η πιθανότητα του ενδεχομένου: «Ο μαθητής να έχει μόνο σύνδεση internet στο σπίτι του» είναι 45% ,να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: «Ο μαθητής να έχει μόνο σύνδεση internet στο σπίτι του ή να διαθέτει μόνο H/Y».

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Δ: «Ο μαθητής δεν έχει ούτε σύνδεση internet στο σπίτι του ούτε διαθέτει φορητό Η/Υ».

Μονάδες 8

Γ 4. Να αποδείξετε ότι: $P(A \cap B') + P(B \cap A') + P(A \cap B) \geq 0,7$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Έστω X η τυχαία μεταβλητή ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους n και x_1, x_2, \dots, x_n οι παρατηρήσεις με μέση τιμή $\bar{x} > 0$ και τυπική απόκλιση $s > 0$. Θεωρούμε την συνάρτηση $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2sx(2\bar{x} - 20s), x \in \mathbb{R}$ η οποία στο σημείο $K(2s, g(2s))$ έχει εφαπτομένη παράλληλη στον άξονα $x'x$ και, επιπλέον, η γραφική παράσταση της g διέρχεται από το σημείο $\Lambda(s, -\frac{11}{3})$

Δ 1. Να αποδείξετε ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

Δ 2. Να αποδείξετε ότι $\bar{x} = 9$ και $s = 1$

Μονάδες 5

Δ 3. ι) Αν αυξήσουμε κάθε τιμή της παρατήρησης κατά τον ίδιο αριθμό $\alpha > 0$, να βρείτε την μικρότερη δυνατή τιμή του α , ώστε το δείγμα να είναι ομοιογενές.

Μονάδες 4

ιι) Για την τιμή του α του προηγούμενου ερωτήματος και αν, επιπλέον, πολλαπλασιάσουμε τις τιμές του δείγματος (όπως προέκυψε από το ι ερώτημα) με τον αριθμό $g(3) + 5$, να βρείτε περίπου ποια θα είναι η ποσοστιαία μεταβολή % του συντελεστή μεταβολής του ερωτήματος Δ 2 σε σχέση με τον συντελεστή μεταβολής αυτού του ερωτήματος.

Μονάδες 4

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Δ 4. Με την προϋπόθεση ότι η κατανομή των παρατηρήσεων είναι περίπου κανονική, επιλέγουμε στην τύχη μια παρατήρηση από τις n παρατηρήσεις. Ποια είναι η πιθανότητα η παρατήρηση που επιλέξαμε να είναι μεταξύ των αριθμών 7 και 10;

Μονάδες 6

Ο Δ Η Γ Ι Ε Σ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμο σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν . **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια , διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης : τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 1 ώρα μετά από την διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

