

Σε μια τάξη Α΄ Λυκείου ο καθηγητής έδωσε ένα θέμα για εργασία στο σπίτι με πολλαπλούς στόχους, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Αν $1 < \chi < 2$ και $4 < \psi < 5$

α) να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{2} < \frac{\psi-3}{\chi} < 2$

β) να αποδείξετε ότι : $-29 < 6\chi - 7\psi < -16$

γ) να βρείτε τα όρια (άκρα ανοιχτού διαστήματος) μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της παράστασης $A = -6\chi^2 + 7\chi\psi$

Για το τρίτο ερώτημα του θέματος δόθηκαν από τους μαθητές οι επόμενες απαντήσεις:

$$\mathbf{M1}: A = -6\chi^2 + 7\chi\psi = \chi(-6\chi + 7\psi)$$

Όμως $1 < \chi < 2$ και $16 < -6\chi + 7\psi < 29$ από το β) ερώτημα και αφού είναι θετικές ποσότητες με πολλαπλασιασμό κατά μέλη παίρνω

$$16 < \chi(-6\chi + 7\psi) < 58, \text{ δηλαδή έχουμε } 16 < A < 58$$

$$\mathbf{M2}: \quad 1 < \chi < 2 \Rightarrow 1 < \chi^2 < 4 \Rightarrow -24 < -6\chi^2 < -6 \quad (1)$$

$$\text{Εξ' άλλου } \begin{cases} 1 < \chi < 2 \\ 4 < \psi < 5 \end{cases} \Rightarrow 4 < \chi\psi < 10 \Rightarrow 28 < 7\chi\psi < 70 \quad (2)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των ανισοτήτων (1) και (2) παίρνουμε

$$4 < -6\chi^2 + 7\chi\psi < 64, \text{ δηλαδή έχουμε } 4 < A < 64$$

Όπως παρατηρείτε τα αποτελέσματα των δυο μαθητών είναι διαφορετικά

Εντοπίζετε κάποιο σημείο των απαντήσεων στο οποίο να γίνεται λάθος;

Πως δικαιολογείτε τα διαφορετικά αποτελέσματα στα οποία καταλήγουν οι δυο μαθητές;

