

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α.

A1. Να αποδείξετε την ισοδυναμία: $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$ όπου λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αντιστοίχως ($\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ μη παράλληλα στον $y'y$)
μονάδες 16

A2. i. Αν $AB\Gamma\Delta$ ρόμβος με $B\Delta=2$ και $A\Gamma=4$, τότε το εσωτερικό γινόμενο $\overline{AB} \cdot \overline{B\Delta}$ ισούται με :

- α.** 1 **β.** 0 **γ.** 2 **δ.** -2
μονάδες 8

ii. Αν $AB\Gamma$ ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς λ , τότε το $\overline{BA} \cdot \overline{B\Gamma}$ ισούται με :

- α.** λ^2 **β.** $-\lambda^2$ **γ.** $\frac{\lambda^2}{2}$ **δ.** $-\frac{\lambda^2}{2}$
μονάδες 6

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})^2 = \vec{\alpha}^2 \vec{\beta}^2$.

β. αν $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha}^2 \vec{u} = (\vec{\alpha} \cdot \vec{u})\vec{\alpha}$ τότε $\vec{\alpha} \parallel \vec{u}$.

γ. $(\vec{a} \cdot \vec{\beta})\vec{\gamma} = (\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma})\vec{a}$

δ. $\text{προ}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta} \parallel \vec{\alpha}$.

ε. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν $\overline{AB} = \frac{\vec{\alpha}}{|\vec{\alpha}|}$ και $\overline{A\Gamma} = \frac{\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|}$, όπου $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ μη μηδενικά διανύσματα, τότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β.

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, 3)$.

B 1. Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma} = 5\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$.

μονάδες 6

B 2. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ με τον άξονα $x'x$.

μονάδες 5

B 3. Να βρείτε το $\text{syn}(\vec{\alpha}, \vec{\gamma})$.

μονάδες 7

B 4. Να αποδείξετε ότι: $\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\gamma} = \left(\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right)$

μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνονται τα διανύσματα \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OG} για τα οποία ισχύουν:

$$\bullet \vec{OA} + 2\vec{OB} - 3\vec{OG} = \vec{0}$$

$$\bullet |\vec{OA}| = |\vec{OB}| = 1 \text{ και } |\vec{OG}| = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Γ 1. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 8

Γ 2. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα \vec{OA} και \vec{OB} είναι κάθετα.

μονάδες 9

Γ 3. Να αποδείξετε ότι η γωνία των διανυσμάτων \vec{OA}, \vec{OG} είναι οξεία.

μονάδες 8