Πίνακας Παραγουσών Βασικών Συναρτήσεων

Οι παρακάνω τύποι ισχύουν σε κάθε **διάστημα** στο οποίο οι παραστάσεις του x που εμφανίζονται έχουν νόημα και $c \in R$.

Συνάρτηση	Παράγουσες
$f(x)=0$	$G(x)=c$
$f(x)=1$	$G(x)=x+c$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$G(x)=\ln\lvert x\rvert+c$
$f(x)=\frac{1}{x+\alpha}$	$G(x)=\ln\lvert x+\alpha\rvert+c$
$f(x)=x^{\alpha}$	$G(x)=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c$
$f(x)=\sigma\upsilon\nu x$	$G(x)=\eta\mu x+c$
$f(x)=\eta\mu x$	$G(x)=-\sigma\upsilon\nu x+c$
$f(x)=\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$	$G(x)=\varepsilon\varphi x+c$
$f(x)=\frac{1}{\eta\mu^2 x}$	$G(x)=-\sigma\varphi x+c$
$f(x)=e^{x}$	$G(x)=e^{x}+c$
$f(x)=\alpha^{x}$	$G(x)=\frac{\alpha^{x}}{\ln\alpha}+c$
$f(x)=\varepsilon\varphi x$	$G(x)=-\ln\lvert\sigma\upsilon\nu x\rvert+c$
$f(x)=\sigma\varphi x$	$G(x)=\ln\lvert\eta\mu x\rvert+c$

Παράγουσες συναρτήσεων της μορφής $f(\alpha x+\beta)$

Συνάρτηση	Παράγουσες
$f(x)=\frac{1}{\alpha x+\beta}$	$G(x)=\frac{\ln\lvert\alpha x+\beta\rvert}{\alpha}+c$
$f(x)=(\alpha x+\beta)^{\nu}$	$G(x)=\frac{(\alpha x+\beta)^{\nu+1}}{\nu+1}+c$
$f(x)=\sigma\upsilon\nu(\alpha x+\beta)$	$G(x)=\frac{\eta\mu(\alpha x+\beta)}{\alpha}+c$
$f(x)=\eta\mu(\alpha x+\beta)$	$G(x)=-\frac{\sigma\upsilon\nu(\alpha x+\beta)}{\alpha}+c$

$f(x)=\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2(\alpha x+\beta)}$	$G(x)=\frac{\varepsilon\varphi(\alpha x+\beta)}{\alpha}+c$
$f(x)=\frac{1}{\eta\mu^2(\alpha x+\beta)}$	$G(x)=-\frac{\sigma\varphi(\alpha x+\beta)}{\alpha}+c$
$f(x)=e^{\alpha x+\beta}$	$G(x)=\frac{e^{\alpha x+\beta}}{\alpha}+c$
$f(x)=\rho^{\alpha x+\beta}$	$G(x)=\frac{\rho^{\alpha x+\beta}}{\alpha\ln\rho}+c$

Παράγουσα Γινομένου – Πηλίκου

Συνάρτηση	Παράγουσες
$f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$	$f(x)\cdot g(x)+c$
$\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$	$\frac{f(x)}{g(x)}+c$

Παράγουσα σύνθετης συνάρτησης

Συνάρτηση	Παράγουσες
$f'(g(x))\cdot g'(x)$	$f(g(x))+c$
$f(x)\cdot f'(x)$	$\frac{f^2(x)}{2}+c$
$f^{\nu}(x)\cdot f'(x)$	$\frac{f^{\nu+1}(x)}{\nu+1}+c$
$\frac{f'(x)}{f^2(x)}$	$-\frac{1}{f(x)}+c$
$\frac{f'(x)}{f^{\nu}(x)}$	$\frac{f^{-\nu+1}(x)}{-\nu+1}+c,\ \nu\neq 1$
$\frac{f'(x)}{f(x)}$	$\ln\lvert f(x)\rvert+c$
$\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$	$2\sqrt{f(x)}+c$
$\eta\mu(f(x))\cdot f'(x)$	$-\sigma\upsilon\nu(f(x))+c$
$\sigma\upsilon\nu(f(x))\cdot f'(x)$	$\eta\mu(f(x))+c$
$\frac{f'(x)}{\sigma\upsilon\nu^2(f(x))}$	$\varepsilon\varphi(f(x))+c$

$\frac{f'(x)}{\eta\mu^2(f(x))}$	$-\sigma\varphi(f(x))+c$
$e^{f(x)}\cdot f'(x)$	$e^{f(x)}+c$
$\alpha^{f(x)}\cdot f'(x)$	$\frac{\alpha^{f(x)}}{\ln\alpha}+c$
$\ln x$	$x\ln x-x+c$

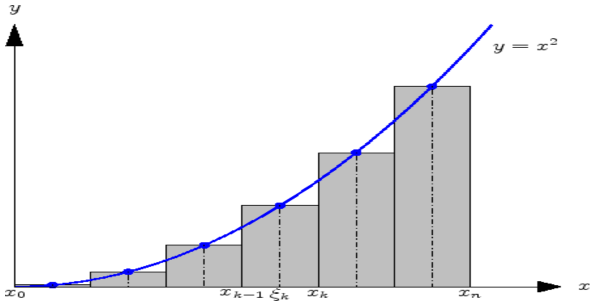
Συνάρτηση	Παράγουσες
$f''(x)\cdot f(x)+[f'(x)]^2$	$f'(x)\cdot f(x)+c$
$xf'(x)+f(x)$	$xf(x)+c$
$x^2f'(x)+2xf(x)$	$x^2f(x)+c$
$e^{x}[f(x)+f'(x)]$	$e^{x}f(x)+c$
$f(x)\sigma\upsilon\nu x+f'(x)\eta\mu x$	$f(x)\eta\mu x+c$
$f'(x)\sigma\upsilon\nu x-f(x)\eta\mu x$	$f(x)\sigma\upsilon\nu x+c$
$\frac{f'(x)-f(x)}{e^{x}}$	$\frac{f(x)}{e^{x}}+c$
$\frac{f''(x)f(x)-[f'(x)]^2}{f^2(x)}$	$\frac{f'(x)}{f(x)}+c$
$e^{[g(x)]}[g'(x)f(x)+f'(x)]$	$e^{[g(x)]}f(x)+c$
$\frac{xf'(x)-2f(x)}{x^3}$	$\frac{f(x)}{x^2}+c$

Μην ξεχνάμε

- $f(x)+f'(x)=0 \Leftrightarrow (e^{x})'f(x)+e^{x}f'(x)=0 \Leftrightarrow (e^{x}f(x))'=0$
- $f'(x)-f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{e^{x}f'(x)-(e^{x})'f(x)}{(e^{x})^2}=0 \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{e^{x}}\right)'=0$
- $\lambda f(x)+f'(x)=0 \Leftrightarrow (e^{\lambda x})'f(x)+e^{\lambda x}f'(x)=0 \Leftrightarrow (e^{\lambda x}f(x))'=0$
- $f'(x)+f(x)\cdot g(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)e^{G(x)}+\left(e^{G(x)}\right)'f(x)=0$

  $\Leftrightarrow \left(f(x)e^{G(x)}\right)'=0$ όπου $G(x)$ μια αρχική της $g(x)$

Ορισμένο ολοκλήρωμα

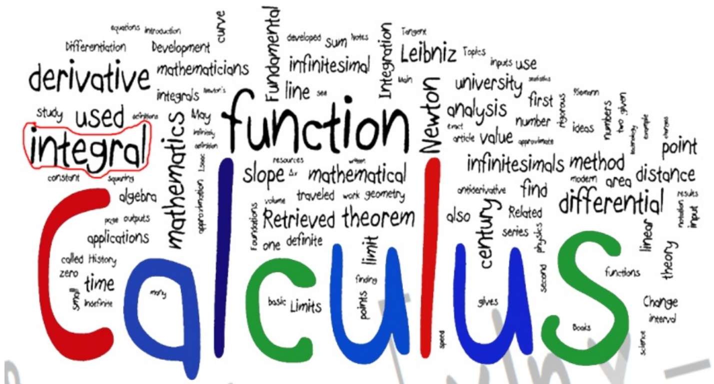


- $\int_\alpha^\beta f(x)dx = \lim\limits_{\nu\to\infty}\left[\sum_{\kappa=1}^{\nu} f(\xi_\kappa)\Delta x\right]$
- $\int_\alpha^\beta f(x)dx = -\int_\beta^\alpha f(x)dx$
- $\int_\alpha^\alpha f(x)dx = 0$
- Αν f , g συνεχείς συναρτήσεις στο $[\alpha,\beta]$ και $\lambda,\mu \in \mathbb{R}$ τότε :
$\int_\alpha^\beta (\lambda f(x)+\mu g(x))dx = \lambda\int_\alpha^\beta f(x)dx + \mu\int_\alpha^\beta g(x)dx$
- Αν f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και $\alpha,\beta,\gamma \in \Delta$ τότε
$\int_\alpha^\beta f(x)dx = \int_\alpha^\gamma f(x)dx + \int_\gamma^\beta f(x)dx$
- Αν f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και $\alpha \in \Delta$ τότε
$\left(\int_\alpha^x f(t)dt\right)' = f(x)$ για κάθε $x \in \Delta$
- Αν f συνεχής και g παραγωγίσιμη τότε:
$$\left(\int_\alpha^{g(x)} f(t)dt\right)' = f(g(x))\cdot g'(x)$$
με $x \in A = \{x \in D_g \,/\, g(x), \alpha$ ανήκουν στο ίδιο διάστημα του $D_f\}$
- Αν f συνεχής και g, h παραγωγίσιμες τότε:
$$\left(\int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt\right)' = f(g(x))\cdot g'(x) - f(h(x))\cdot h'(x)$$
με $x \in A = \{x \in D_g \cap D_h \,/\, g(x), h(x)$ ανήκουν στο ίδιο διάστημα του $D_f\}$
- Αν f συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και G μια παράγουσα της f στο $[\alpha,\beta]$ τότε $\int_\alpha^\beta f(x)dx = [G(x)]_\alpha^\beta = G(\beta)-G(\alpha)$

- Αν f , g συνεχείς συναρτήσεις στο $[\alpha,\beta]$ και $f(x)\geq 0$ τότε $\int_\alpha^\beta f(x)dx \geq 0$
- Αν $f(x)\geq g(x)$ τότε $\int_\alpha^\beta f(x)dx \geq \int_\alpha^\beta g(x)dx$
- Αν $m \leq f(x) < M$ τότε $m(\beta-\alpha) \leq \int_\alpha^\beta f(x)dx \leq M(\beta-\alpha)$
- Αν $f(x)\geq 0$ και $\int_\alpha^\beta f(x)dx = 0$ τότε $f(x)=0$
- Αν $f(x)\geq 0$ και η f δεν είναι παντού μηδέν τότε $\int_\alpha^\beta f(x)dx > 0$
- Εμβαδόν χωρίου μεταξύ C_f, $x=\alpha$, $x=\beta$ και $x'x$: $E=\int_\alpha^\beta |f(x)|dx$
- Εμβαδόν χωρίου μεταξύ C_f, C_g, $x=\alpha$, $x=\beta$ και $x'x$: $E=\int_\alpha^\beta |f(x)-g(x)|dx$
- **Παραγοντική ολοκλήρωση**
$$\int_\alpha^\beta f(x)\cdot g'(x)dx = [f(x)\cdot g(x)]_\alpha^\beta - \int_\alpha^\beta f'(x)\cdot g(x)dx$$
- $\int_\alpha^\beta P(x)\cdot e^{\alpha x+\beta}dx = \int_\alpha^\beta P(x)\cdot\dfrac{(e^{\alpha x+\beta})'}{\alpha}dx = \ldots$
- $\int_\alpha^\beta P(x)\cdot \eta\mu(\alpha x+\beta)dx = \int_\alpha^\beta P(x)\cdot\left(-\dfrac{\sigma\upsilon\nu(\alpha x+\beta)}{\alpha}\right)'dx = \ldots$
- $\int_\alpha^\beta P(x)\cdot \sigma\upsilon\nu(\alpha x+\beta)dx = \int_\alpha^\beta P(x)\cdot\left(\dfrac{\eta\mu(\alpha x+\beta)}{\alpha}\right)'dx = \ldots$
- $\int_\alpha^\beta P(x)\cdot \ln(\alpha x+\beta)dx = \int_\alpha^\beta G'(x)\cdot \ln(\alpha x+\beta)dx = \ldots$
- $\int_\alpha^\beta P(x)\cdot \ln(\alpha x+\beta)dx = \int_\alpha^\beta G'(x)\cdot \ln(\alpha x+\beta)dx = \ldots$
- $\int_\alpha^\beta f(x)\cdot\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2(\alpha x+\beta)}dx = \int_\alpha^\beta f(x)\cdot\left(\dfrac{\varepsilon\varphi(\alpha x+\beta)}{\alpha}\right)'dx = \ldots$
- $\int_\alpha^\beta f(x)\cdot\dfrac{1}{\eta\mu^2(\alpha x+\beta)}dx = \int_\alpha^\beta f(x)\cdot\left(-\dfrac{\sigma\varphi(\alpha x+\beta)}{\alpha}\right)'dx = \ldots$
- **Ολοκλήρωση με αντικατάσταση**
$$\int_\alpha^\beta f(g(x))\cdot g'(x)dx = \int_\kappa^\lambda f(u)du$$
όπου $u=g(x)$, $du=g'(x)dx$, $\kappa=g(\alpha)$ και $\lambda=g(\beta)$

www.Mathnet.eu

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ



Παράγουσες βασικών συναρτήσεων

Σταύρος Κόλλιας