Πληθυσμός: Είναι το σύνολο του οποίου τα στοιχεία θέλουμε να εξετάσουμε ως προς ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά

Μεταβλητές: Είναι τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό. Τις διακρίνουμε σε:

α) **Ποιοτικές ή κατηγορικές** (των οποίων οι τιμές τους δεν είναι αριθμοί)

β) **Ποσοτικές** (των οποίων οι τιμές τους είναι αριθμοί)

Διακρίνονται σε :

-**Διακριτές** (παίρνουν μόνο μεμονωμένες τιμές)

-**Συνεχείς** (παίρνουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος)

Συχνότητα ν_i της τιμής x_i ονομάζεται ο αριθμός που μας δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή x_i της εξεταζόμενης μεταβλητής Χ στο σύνολο των παρατηρήσεων.

Σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i ονομάζεται το πηλίκο

$f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$. Ισχύουν: α) $0 \le f_i \le 1$ για $i=1,2,\dots,\kappa$

β) $f_1 + f_2 + \dots + f_\kappa = 1$

Σχετική συχνότητα $f_i\% = f_i \cdot 100 = \frac{\nu_i}{\nu} \cdot 100$

Αθροιστική συχνότητα N_i εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i.

Ισχύουν : $N_\kappa = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_\kappa$

$\nu_1 = N_1$, $\nu_2 = N_2 - N_1, \dots, \nu_\kappa = N_\kappa - N_{\kappa-1}$

Δεν υπολογίζεται για ποιοτικά δεδομένα

Αθροιστική σχετική συχνότητα F_i : εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i. Ισχύουν :

$F_\kappa = f_1 + f_2 + \dots + f_\kappa$

$f_1 = F_1$, $f_2 = F_2 - F_1, \dots, f_\kappa = F_\kappa - F_{\kappa-1}$

Δεν υπολογίζεται για ποιοτικά δεδομένα

Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\% = F_i \cdot 100$

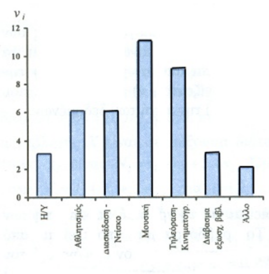
Δεν υπολογίζεται για ποιοτικά δεδομένα

ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ

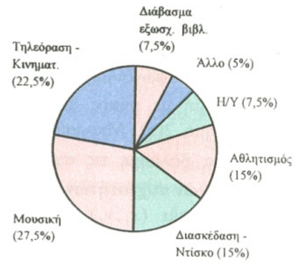
Ποιοτικές μεταβλητές

Ραβδόγραμμα: αποτελείται από ορθογώνιες στήλες που οι βάσεις τους βρίσκονται πάνω στον οριζόντιο ή τον κατακόρυφο άξονα. Σε κάθε τιμή της μεταβλητής Χ αντιστοιχεί μια ορθογώνια στήλη της οποίας το ύψος είναι ίσο με την αντίστοιχη συχνότητα ή σχετική συχνότητα.

Ραβδόγραμμα



Κυκλικό διάγραμμα

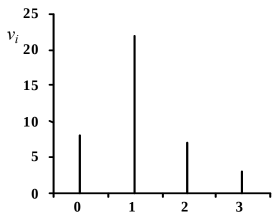


Κυκλικό διάγραμμα είναι ένας κύκλος χωρισμένος σε κυκλικούς τομείς, τα εμβαδά (ή τα τόξα) των οποίων είναι ανάλογα με την αντίστοιχη συχνότητα ή σχετική συχνότητα. Ο υπολογισμός του τόξου γίνεται με τους τύπους: $\alpha_i = f_i \cdot 360^o = \frac{\nu_i}{\nu} \cdot 360^o$

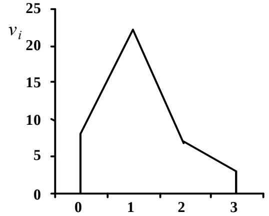
Ποσοτικές μεταβλητές Μη ομαδοποιημένες)

Διάγραμμα αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα που το ένα άκρο τους βρίσκεται πάνω στον οριζόντιο ή τον κατακόρυφο άξονα. Σε κάθε τιμή της μεταβλητής Χ αντιστοιχεί ένα ευθύγραμμο τμήμα του οποίου το μήκος είναι ίσο με την αντίστοιχη συχνότητα ή σχετική συχνότητα.

Διάγραμμα

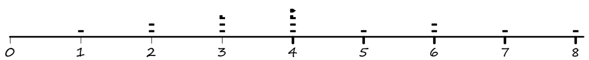


πολύγωνο συχνοτήτων



Κυκλικό διάγραμμα: όμοια με το κυκλικό διάγραμμα ποιοτικών μεταβλητών.

Σημειόγραμμα: Οι τιμές παριστάνονται γραφικά σαν σημεία υπεράνω ενός οριζόντιου άξονα.

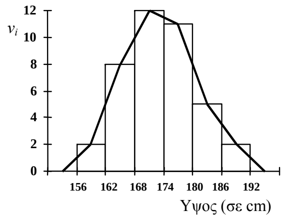


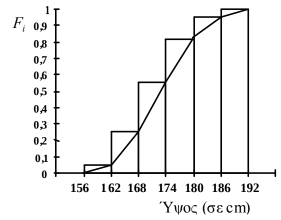
Χρονόγραμμα: Ο οριζόντιος άξονας χρησιμοποιείται συνήθως ως άξονας μέτρησης του χρόνου και ο κάθετος ως άξονας μέτρησης της εξεταζόμενης μεταβλητής.

Ποσοτικές μεταβλητές

(Ομαδοποιημένες σε κλάσεις ίσου πλάτους)

Ιστόγραμμα (Αθροιστικών) Συχνοτήτων: Στον οριζόντιο άξονα ενός συστήματος ορθογωνίων αξόνων σημειώνουμε, με κατάλληλη κλίμακα τα όρια των κλάσεων και κατασκευάζουμε διαδοχικά ορθογώνια, το καθένα από τα οποία έχει βάση το πλάτος της κλάσης και ύψος ίσο με τη (αθροιστική) συχνότητα ή τη σχετική (αθροιστική) συχνότητα της κλάσης αυτής.





Ιστόγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων

ΜΕΤΡΑ ΘΕΣΗΣ

Μέση τιμή

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_\nu}{\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i}{\nu} \qquad \bar{x} = \frac{\nu_1 x_1 + \dots + \nu_\kappa x_\kappa}{\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{\kappa} x_i \nu_i}{\nu}$$

Αν έχουμε τις σχετικές συχνότητες τότε

$$\bar{x} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_\kappa x_\kappa = \sum_{i=1}^{\kappa} f_i x_i$$

Παρατηρήσεις

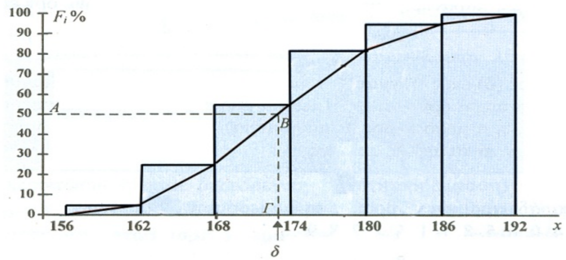
α) Στις ομαδοποιημένες τιμές παίρνουμε για x_i τις κεντρικές τιμές των κλάσεων.

β) Αν οι τιμές μιας μεταβλητής έχουν διαφορετική βαρύτητα, τότε υπολογίζουμε το σταθμισμένο αριθμητικό μέσο ή **σταθμικό μέσο**. Αν $x_1, x_2, \dots, x_\nu$ είναι οι τιμές μιας μεταβλητής με αντίστοιχα βάρη $w_1, w_2, \dots, w_\nu$ τότε ο σταθμικός μέσος ορίζεται από τη σχέση:

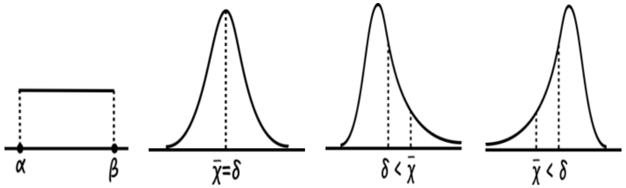
$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \dots + x_\nu \cdot w_\nu}{w_1 + w_2 + \dots + w_\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$$

Δεν υπολογίζεται για ποιοτικά δεδομένα

Διάμεσος ενός δείγματος ν παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν ν περιττός αριθμός, ή το ημιάθροισμα (μέσος όρος) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το ν είναι άρτιος αριθμός. Σε ομαδοποιημένα δεδομένα η διάμεσος αντιστοιχεί στην τιμή $x = \delta$ της μεταβλητής Χ (στον οριζόντιο άξονα), έτσι ώστε το 50% των παρατηρήσεων να είναι μικρότερες ή ίσες του δ. Η διάμεσος θα έχει αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i = 50\%$.



Καμπύλη συχνοτήτων: Όταν ο αριθμός των κλάσεων, σε μια συνεχή μεταβλητή, είναι αρκετά μεγάλος (τείνει στο άπειρο) και το πλάτος των κλάσεων αρκετά μικρό (τείνει στο μηδέν) τότε η πολυγωνική γραμμή συχνοτήτων τείνει να πάρει τη μορφή ομαλής καμπύλης που ονομάζεται καμπύλη συχνοτήτων



α) ομοιόμορφη κατανομή β) κανονική κατανομή γ) ασύμμετρη με θετική ασυμμετρία δ) ασύμμετρη με αρνητική ασυμμετρία

ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Εύρος: Σε μη ομαδοποιημένες παρατηρήσεις είναι η διαφορά της ελάχιστης παρατήρησης από την μέγιστη παρατήρηση δηλαδή $R = X_{max} - X_{min}$

Σε ομαδοποιημένες παρατηρήσεις είναι η διαφορά του κατωτέρου ορίου της πρώτης κλάσης από το ανώτερο όριο της τελευταίας κλάσης.

Διακύμανση S^2: Ορίζεται ως ο μέσος όρος του αθροίσματος των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών της μεταβλητής από τη μέση τιμή τους δηλαδή:

$$S^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu}(t_i - \bar{x})^2 \text{ ή}$$

$$S^2 = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} t_i\right)^2}{\nu}\right\} = \sum_{i=1}^{\nu}\frac{t_i^2}{\nu} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{\nu} t_i}{\nu}\right)^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

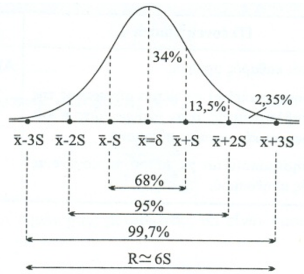
Όταν τα δεδομένα είναι ομαδοποιημένα ή έχουμε πίνακα κατανομής συχνοτήτων, η διακύμανση δίνεται από τους τύπους:

$$S^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\kappa}(x_i - \bar{x})^2 \nu_i = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\kappa} x_i^2 \nu_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\kappa} x_i \nu_i\right)^2}{\nu}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{\kappa}\frac{x_i^2 \nu_i}{\nu} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} x_i \nu_i}{\nu}\right)^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 .$$

Η μονάδα της είναι το τετράγωνο της μονάδας των παρατηρήσεων.

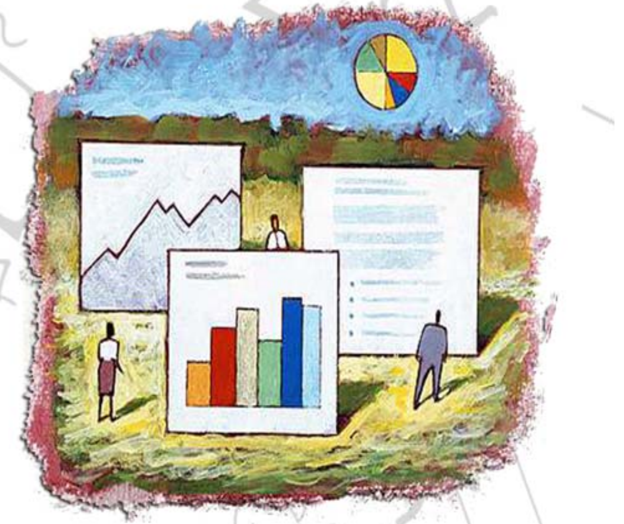
Τυπική απόκλιση (S): ονομάζουμε τη τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης $S = \sqrt{S^2}$. Εκφράζεται με την ίδια μονάδα μέτρησης των παρατηρήσεων. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι η κανονική ή περίπου η κανονική τότε έχουμε το διπλανό σχήμα



Συντελεστής μεταβολής: $CV = \frac{S}{|\bar{x}|}$. Είναι ανεξάρτητος από μονάδες. Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι ομοιογενές όταν ο συντελεστής μεταβολής CV δεν ξεπερνά το 10%.

	$\bar{y}$	δ_y	S_y^2	S_y	CV_y
Αύξηση α% $y_i = x_i + \frac{\alpha}{100}x_i$	$\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)\bar{x}$	$\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)\delta$	$\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)^2 S^2$	$\left\|1+\frac{\alpha}{100}\right\| S$	CV
Μείωση α% $y_i = x_i - \frac{\alpha}{100}x_i$	$\left(1-\frac{\alpha}{100}\right)\bar{x}$	$\left(1-\frac{\alpha}{100}\right)\delta$	$\left(1-\frac{\alpha}{100}\right)^2 S^2$	$\left\|1-\frac{\alpha}{100}\right\| S$	CV
Προσθέτουμε α σε όλες τις τιμές $y_i = x_i + \alpha$	$\bar{x} + \alpha$	$\delta + \alpha$	S^2	S	$\frac{S}{\|\bar{x}+\alpha\|}$
Αφαιρούμε α από όλες τις τιμές $y_i = x_i - \alpha$	$\bar{x} - \alpha$	$\delta - \alpha$	S^2	S	$\frac{S}{\|\bar{x}-\alpha\|}$
Πολλαπλασιάζουμε με α όλες τις τιμές $y_i = \alpha \cdot x_i$	$\alpha \cdot \bar{x}$	$\alpha \cdot \delta$	$\alpha^2 S^2$	$\|\alpha\| S$	CV
Διαιρούμε με α όλες τις τιμές $y_i = \frac{x_i}{\alpha}$	$\frac{\bar{x}}{\alpha}$	$\frac{\delta}{\alpha}$	$\frac{S^2}{\alpha^2}$	$\frac{S}{\|\alpha\|}$	CV

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ



www.Mathnet.eu