

ΘΕΜΑ Α

- A) Να διατυπώσετε και να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος Ενδιάμεσων Τιμών. Μον_10
- B) Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις με την ένδειξη Σωστή ή Λάθος. Μον_15
- α) Μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα Δ αν και μόνο αν ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ για κάθε $x_0 \in \Delta$.
- β) Μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται **συνάρτηση 1-1**, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$, τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- γ) Μια συνάρτηση f που δεν είναι συνεχής δεν διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της
- δ) Για τις συναρτήσεις f, g, h ισχύει ότι: Αν $h(x) < f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$.
- ε) Αν μια συνάρτηση f είναι **γνησίως αύξουσα** και **συνεχής** σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A, B) , όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$.

ΘΕΜΑ Β

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση με τύπο, } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x+2} - 2} & , x < 2 \\ \frac{\sqrt{x+7} - 5}{(2-x)(x-5)} & , 2 < x < 5 \\ 2(2x-11)^{2012} - 1 & , x \geq 5 \end{cases}$$

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια της συνάρτησης:

- α) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ Μον_20
- β) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ Μον_10
- γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ Μον_20

ΘΕΜΑ Γ

Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(4) = 2$ και για κάθε $x \in \mathbb{R}$ $f(x) \cdot f(f(x)) = 12$.

Μον_25

