**$4^{0}$ ΕΝΙΑΙΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗΣ**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΤΑΞΗ : Γ**

| ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: | ΒΑΘΜΟΣ: |
|---|---|

## ΘΕΜΑ $1^{0}$ :

**1.** Αν για τη συνάρτηση f|R ισχύει: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)+x}{x-1}=2$ , να βρείτε το $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f^2(x)-f(x)-2}{\sqrt{f^2(x)+3}-2x}$

**2.** Να υπολογίσετε τα όρια : $A=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\eta\mu 5x-\eta\mu 3x}{\sqrt{1+x}-1}$ και $B=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sqrt[3]{x}+\sqrt[6]{x}}{x+\sqrt{x}+\sqrt[6]{x}}$

## ΘΕΜΑ $2^{0}$ :

1. Να βρείτε το όριο για τις διάφορες τιμές του $\lambda\in R$ : $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{(\lambda^2-1)x-3\lambda x+1}{(\lambda-1)x^2+\lambda x+2}$

2. Υπολογίστε το όριο: $\lim\limits_{x\to +\infty}[\sqrt{x^2+2x+3}+\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{9x^2+6x+2}]$

## ΘΕΜΑ $3^{0}$ :

1. Να προσδιορίσετε το $\alpha\in R$, ώστε η συνάρτηση f με $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\eta\mu x}{\pi-x}+2\alpha-x, & x<\pi\\ \alpha x-1\quad , & x\geq\pi\end{cases}$

   να είναι συνεχής.

2. Δίνεται η συνάρτηση f ορισμένη στο R με :

   $f(\alpha+\beta)=f(\alpha)+f(\beta)-2\alpha\cdot\beta$ για κάθε $\alpha,\beta\in R$ και $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$.

   Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο R.

## ΘΕΜΑ $4^{0}$ :

**1.** Δίνονται οι συναρτήσεις f , g ώστε να ισχύει: $f(x)=g(x)+\alpha\cdot x$ για κάθε $x\in R$ με $\alpha\in R$. Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x΄x σε δύο σημεία A(k,0) και B(m, 0) εκατέρωθεν του O(0 , 0) να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της g θα τέμνει τον άξονα x΄x σε ένα τουλάχιστον σημείο του ευθ. τμήματος AB.

**2.** Έστω συνάρτηση f συνεχής στο R ώστε $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{2-x}=1$ και ισχύει η σχέση:

$8\eta\mu(x-4)\leq(x-4)f(x)\leq x^2-16$ για κάθε $x\in R$. Δείξτε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει την γραφική παράσταση της παραβολής $y=-x^2+7x-6$ σε σημείο με τετμημένη στο διάστημα (2,4)

Άρης Νικολαΐδης *** Καλή Επιτυχία