

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ  $f(x) = a^x$ ,  $a > 0$

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1<sup>η</sup>

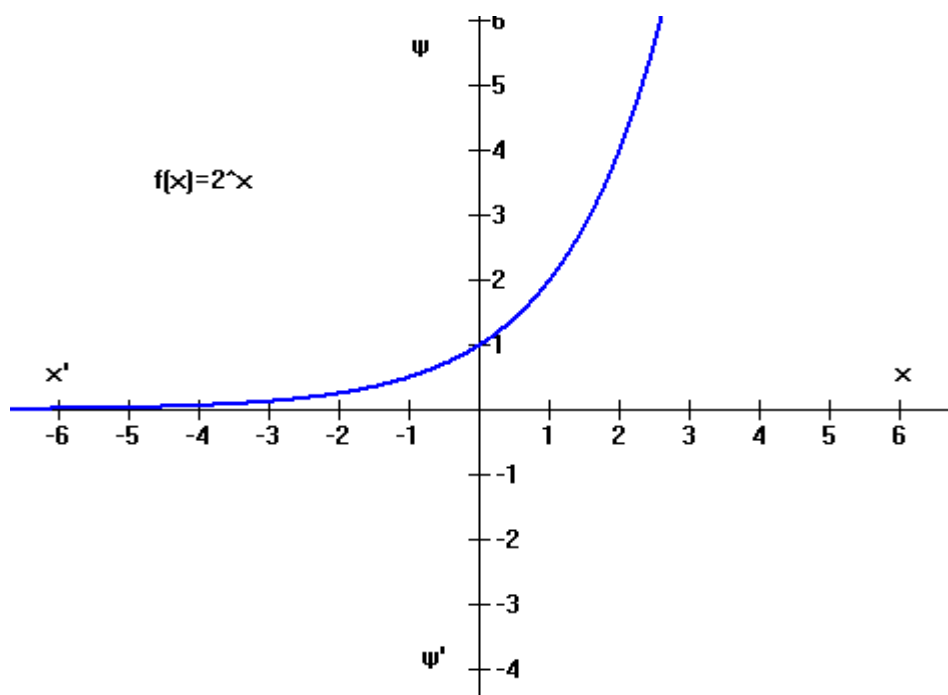
Ένας πληθυσμός μικροβίων διπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μέρα. Αν σήμερα είναι 1 εκατομμύριο να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που μας δείχνει το μέγεθος του πληθυσμού 4 μέρες πριν, 3 μέρες πριν.... μέχρι και 4 μέρες από σήμερα.

Χρονική στιγμή σε μέρες	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Μέγεθος του πληθυσμού σε εκατομμύρια					1				

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2<sup>η</sup>

Αν παραστήσουμε τον παρακάτω πίνακα σε σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων θεωρώντας ως  $x$  την χρονική στιγμή και ως  $\psi$  τον αριθμό του πληθυσμού των μικροβίων έχουμε την παρακάτω γραφική παράσταση:

Ο τύπος της συνάρτησης είναι  $f(x) = 2^x$



Παρατηρείστε το σχήμα και απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Μπορείτε να διακρίνετε ποιες τιμές μπορεί να πάρει το  $x$

.....

2. Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το  $\psi$

.....

3. Σε ποιο σημείο τέμνει η γραφική παράσταση τον άξονα  $\psi$ ?

.....

4. Πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν αυξάνει το  $x$ . Όταν το  $x$  αυξάνεται απεριόριστα τότε οι τιμές του  $\psi$  που «πλησιάζουν»

αν  $x_1 < x_2$  τότε  $a^{x_1} \dots a^{x_2}$

.....

5.Μπορεί η γραφική παράσταση να τμήσει τον άξονα  $xx'$ ;

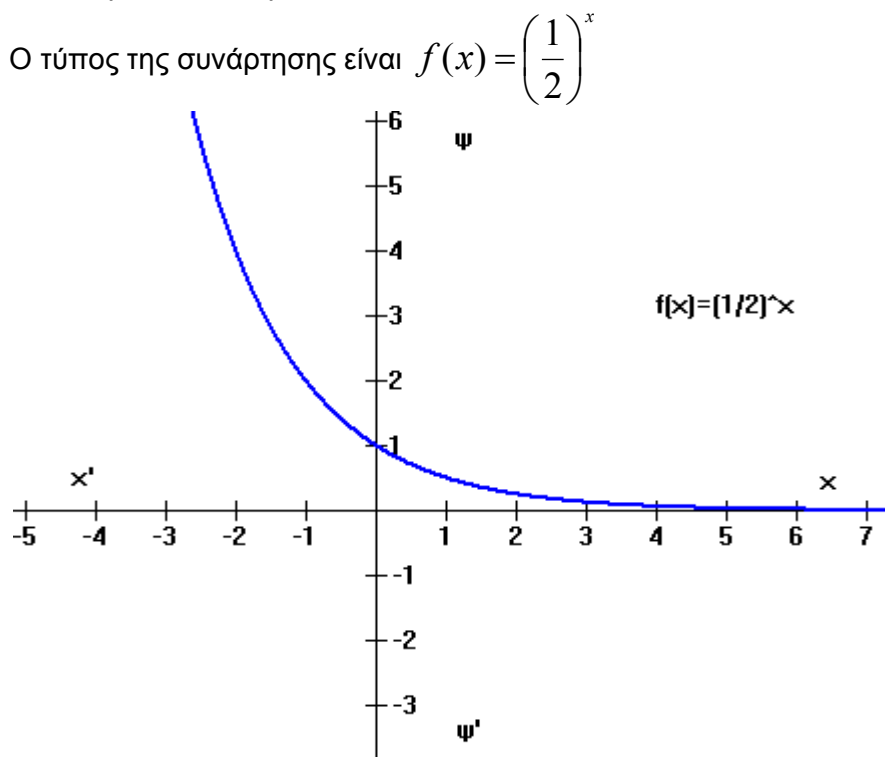
### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3<sup>η</sup>

Θεωρούμε ότι ένας πληθυσμός μικροβίων έχει ψεκαστεί με μια ουσία που καταστρέφει τον μισό κάθε μέρα. Αν σήμερα είναι 1 εκατομμύριο να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που μας δείχνει το μέγεθος του πληθυσμού 4 μέρες πριν, 3 μέρες πριν.... μέχρι και 4 μέρες από σήμερα.

Χρονική στιγμή σε μέρες	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Μέγεθος του πληθυσμού σε εκατομμύρια					1				

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4<sup>η</sup>

Αν παραστήσουμε τον παρακάτω πίνακα σε σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων θεωρώντας ως  $x$  την χρονική στιγμή και ως  $\psi$  τον αριθμό του πληθυσμού των μικροβίων έχουμε την παρακάτω γραφική παράσταση:



Παρατηρείστε το σχήμα και απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1.Μπορείτε να διακρίνετε ποιες τιμές μπορεί να πάρει το  $x$

2.Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το  $\psi$

3.Σε ποιο σημείο τέμνει η γραφική παράσταση τον άξονα  $\psi \psi'$

4.Πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν αυξάνει το  $x$ ? Όταν το  $x$  αυξάνεται απειρίοιστα τότε οι τιμές του  $\psi$  που «πλησιάζουν»

αν  $x_1 < x_2$  τότε  $a^{x_1} \dots a^{x_2}$

5.Μπορεί η γραφική παράσταση να τμήσει τον άξονα  $xx'$ ;

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 5<sup>η</sup>

Σύμφωνα με τις παραπάνω παρατηρήσεις σας συμπληρώστε τα παρακάτω:

Η συνάρτηση  $f(x) = \alpha^x$ , με  $\alpha > 1$  έχει:

- Πεδίο ορισμού.....
- Σύνολο τιμών.....
- Ως προς την μονοτονία είναι.....
- Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα ..... και έχει ασύμπτωτο τον άξονα.....

Η συνάρτηση  $f(x) = \alpha^x$ , με  $0 < \alpha < 1$  έχει

- Πεδίο ορισμού.....
- Σύνολο τιμών.....
- Ως προς την μονοτονία είναι.....
- Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα ..... και έχει ασύμπτωτο τον άξονα.....

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 6<sup>η</sup>

Και στις δυο παραπάνω γραφικές παραστάσεις πάρτε ένα σημείο του άξονα ψ'ψ και φέρτε παράλληλη στον άξονα x'x. Σε πόσα σημεία τέμνει την γραφική παράσταση της συνάρτησης. Αν διαλέξετε 2 διαφορετικά x τότε υπάρχει περίπτωση να αντιστοιχούν στο ίδιο ψ. Δηλαδή αν  $x_1 \neq x_2$  τότε  $\alpha^{x_1} \dots \alpha^{x_2}$  ενώ

$$\text{αν } \alpha^{x_1} = \alpha^{x_2} \text{ τότε } x_1 \dots x_2$$

Συναρτήσεις για τις οποίες ισχύουν οι παραπάνω σχέσεις ονομάζονται 1-1 (ένα προς ένα),

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Χρησιμοποιώντας τη ιδιότητα: αν  $\alpha^{x_1} = \alpha^{x_2}$  τότε  $x_1 = x_2$ , λύστε τις παρακάτω εξισώσεις :

α)  $3^x = 81$       β)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = 64$       γ)  $\left(\frac{4}{3}\right)^{x+1} = \frac{27}{64}$       δ)  $27^{2-x} = 81^{\frac{x}{2}}$

ε)  $4^{2x^2-3x+1} = 1$       στ)  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

2) Χρησιμοποιώντας την μονοτονία της συνάρτησης  $f(x) = \alpha^x$ , ανάλογα με το αν το  $\alpha > 1$  ή  $0 < \alpha < 1$  να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις :

α)  $5^{2x+3} > 5^{-x}$       β)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{2-x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{4-2x}$       γ)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x} > 1$

3) Σχεδιάστε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = 2^x$  και  $g(x) = -2^x$ . Τι παρατηρείτε.

4) Σχεδιάστε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = 2^x - 3$  και  $h(x) = 2^{x-3}$