

ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 30^\circ$ και AM διάμεσος. Φέρνουμε κάθετη στην AM και στο σημείο A που τέμνει την προέκταση της $B\Gamma$ στο Δ . Να δειχθεί ότι $AB = AD$.
(Υπόδειξη: Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου σχηματίζει ισοσκελή τρίγωνο. Να υπολογίσετε γωνίες).
- 2) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρνουμε τη διάμεσο AM και την BE κάθετη στην AM . Να δειχθεί ότι $BE = AH$, όπου AH ύψος του τριγώνου.
(Υπόδειξη: Εφαρμόστε την ιδιότητα της διαμέσου ορθογωνίου τριγώνου και μετά συγκρίνετε δύο τρίγωνα).
- 3) Δίνεται ισοπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και AH το ύψος από το A . Φέρνουμε την κάθετη $A\chi$ στην AH στο σημείο A προς το μέρος του Γ . Πάνω στην $A\chi$ παίρνουμε τμήμα $AK = B\Gamma$. Να δειχθεί ότι $\hat{ABK} = \hat{KB\Gamma}$.
(Υπόδειξη: $AK // B\Gamma$ κ.λ.π.)
- 4) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$. Η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} , τέμνει την $A\Gamma$ στο Z και την κάθετη στην $B\Gamma$ στο Γ , στο σημείο H . Να δειχθεί ότι $H\Gamma Z$ τρίγωνο είναι ισοσκελές.
(Υπόδειξη: $\hat{H} = 90^\circ - \hat{B}/2$ κ.λ.π.).
- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ + \hat{\Gamma}$. Φέρνουμε κάθετη στην $B\Gamma$ στο σημείο B που τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο Δ . Να δειχθεί ότι το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές.
(Υπόδειξη: Η κάθετη στην $A\Gamma$ στο A σχηματίζει την γωνία $\hat{\Gamma}$ με την πλευρά AB . Μετά υπολογίστε γωνίες στο $\hat{AB\Delta}$ τρίγωνο).
- 6) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD διχοτόμος της γωνίας A . Έστω P σημείο της AD . Φέρνουμε από το P τις κάθετες $PE \perp AB$ και $PZ \perp A\Gamma$. Να δειχθεί ότι τα τρίγωνα PEB και $PZ\Gamma$ είναι ίσα.
(Υπόδειξη: Εφαρμόστε μία ιδιότητα της διχοτόμου και μετά συγκρίνετε δύο τρίγωνα).
- 7) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν $BE, \Gamma Z$ είναι οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{B}, \hat{\Gamma}$, να δειχθεί ότι το τρίγωνο EMZ είναι ισοσκελές, όπου M μέσο της $B\Gamma$.
(Υπόδειξη: Συγκρίνετε τρίγωνα).
- 8) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην $B\Gamma$ παίρνουμε δύο τμήματα BD και ΓE ίσα. Αν $BK \perp AD$ και $\Gamma A \perp AE$, να δειχθεί ότι $AK = AE$.
(Υπόδειξη: Συγκρίνετε τρίγωνα).