

9) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Φέρνουμε τις εξωτερικές διχοτόμους των γωνιών  $B, \Gamma$ , που τέμνονται στο  $M$ . Να δειχθεί ότι  $MD=ME$ , όπου  $D, E$  μέσα των πλευρών  $AB, A\Gamma$  αντίστοιχα.

(Υπόδειξη: Συγκρίνετε δύο τρίγωνα).

10) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Φέρνουμε το ύψος  $AH$  και την διχοτόμο  $AD$  της γωνίας  $HA\Gamma$ . Να δειχθεί ότι  $EB=AB$ .

(Υπόδειξη: Συγκρίνετε γωνίες. Θυμηθείτε ότι γωνίες με πλευρές κάθετες είναι ίσες).

11) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ). Πάνω στις πλευρές  $AB, A\Gamma$  παίρνουμε τα σημεία  $D, E$  ώστε  $AD=AE$ . Αν  $P$  τυχαίο σημείο της διχοτόμου  $AK$  και οι ευθείες  $PD, PE$  τέμνουν την  $B\Gamma$  στα σημεία  $Z, H$  αντίστοιχα, να δειχθεί ότι  $BH=GZ$ .

(Υπόδειξη: Να αποδείξετε ότι  $PHZ$  τρίγωνο είναι ισοσκελές και να χρησιμοποιήσετε μία ιδιότητα των ισοσκελών τριγώνων).

12) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ). Φέρνουμε τα ύψη  $BD$  και  $GE$ . Προεκτείνουμε τα ύψη και παίρνουμε τμήματα  $DZ=EH$ . Από τα  $Z, H$  φέρνουμε κάθετες  $Z\theta, HI$  στην  $B\Gamma$  ( $\theta, I$  πάνω στην  $B\Gamma$ ). Να δειχθεί ότι  $BZ=GH$  και  $\widehat{BZ\Gamma}=\widehat{G\theta B}$ .

(Υπόδειξη: Συγκρίνετε τρίγωνα. Χρησιμοποιείστε τις ιδιότητες των ισοσκελών τριγώνων).

13) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ) και τυχαίο σημείο  $M$  της  $B\Gamma$ . Να δειχθεί ότι οι κάθετες από το  $M$  στις πλευρές  $AB, A\Gamma$  έχουν άθροισμα σταθερό.

(Υπόδειξη: Να φέρετε το ύψος από την κορυφή  $B$  και μετά την κάθετη από το  $M$  στο ύψος αυτό).

14) Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ . Πάνω στην πλευρά  $A\Gamma$  παίρνουμε σημείο  $D$  ώστε  $AB=AD$ . Να δειχθεί ότι α)  $\widehat{BD\Gamma} = 90^\circ + \widehat{A}/2$  και β)  $\widehat{AB\Gamma} = \frac{\widehat{B} + \widehat{\Gamma}}{2}$ .

(Υπόδειξη: Χρησιμοποιείστε το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου και τις εξωτερικές γωνίες).

15) Δίνεται ισοπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Στην προέκταση της  $GB$  (προς το μέρος του  $B$ ) παίρνουμε  $BD=GB$  και στην προέκταση της  $GA$  παίρνουμε  $AE=GA$ . Από το  $E$  φέρνουμε κάθετη  $EZ$  στην προέκταση της  $AG$  ( $Z$  πάνω στην  $AG$ ). Να δειχθεί ότι α)  $B\Gamma=GZ$  β)  $AB \parallel EG$ .

(Υπόδειξη: Αποδείξτε ότι  $DA\Gamma$  τρίγωνο ορθογώνιο. Μετά υπολογίστε τις γωνίες  $\widehat{A\epsilon\Gamma}, \widehat{\Gamma\epsilon Z}, \widehat{A\Gamma Z}$  κ.λ.π. και συγκρίνετε τα τρίγωνα  $AB\Gamma, \Gamma\epsilon Z$ . Για την παραλληλία υπολογίστε τις γωνίες  $\widehat{DAB}, \widehat{DE\Gamma}$ ).