

Διαγώνισμα Νο 2

Τάξη Γ΄ Λυκείου

Κατεύθυνση: Θετική και Τεχνολογική

Θεματική ενότητα: Όρια συναρτήσεων

Αριθμός θεμάτων: 4

Βαθμολογία: 100

Διάρκεια εξέτασης: 2 διδακτικές ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα Α

A1. Να διατυπώσετε το κριτήριο της παρεμβολής για τις συναρτήσεις f, g, h αν ισχύει $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 .

(Μονάδες 8)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ , αν είναι σωστές και με Λ , αν είναι λάθος:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$

3. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = -\infty$

5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$ αν $0 < a < 1$

(Μονάδες 10)

A3. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση: Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{f(x)} = +\infty$ τότε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

είναι:

- ι) 3 ιι) $+\infty$ ιιι) 0 ιιιι) $-\infty$ ιν) κανένα από τα προηγούμενα

(Μονάδες 7)

Θέμα Β

Έστω η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο διάστημα $[0, \pi]$ και ισχύει ότι:

$$1 + 2\sqrt{\eta\mu x} \leq f(x) \leq 2 + \eta\mu x, \quad x \in [0, \pi]$$

B1. Να αποδείξετε ότι $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$

(Μονάδες 5)

B2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 x}{f(x) - 3}$

(Μονάδες 10)

B3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{|3 - f(x)| - xf(x) - 3}{f(x) - 3}$

(Μονάδες 10)

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \ln \frac{x^2 + \kappa^2}{x}, \quad \kappa > 0$$

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

(Μονάδες 5)

Γ2. Να βρείτε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

(Μονάδες 6)

Γ3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - \ln x)$

(Μονάδες 7)

Γ4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 2 \ln x)$

(Μονάδες 7)

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 3^x + 23^x - 5}{3^x}$

Δ1. Να εξετάσετε την f ως προς την μονοτονία της.

(Μονάδες 9)

Δ2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

(Μονάδες 8)

Δ3. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(Μονάδες 8)

Πανελλήνιες Εξετάσεις 2013

Μαθηματικός Περιηγητής