

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ 12/06/2012**

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σελ. 28

A2. Ορισμός σελ. 85

A3. Ορισμός σελ. 14

A4. Σ, Λ, Σ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β

B1.

Αριθμός ημερών	x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
[6,10)	8	16	0,2	16	0,2
[10,14)	12	8	0,1	24	0,3
[14,18)	16	24	0,3	48	0,6
[18,22)	20	24	0,3	72	0,9
[22,26)	24	8	0,1	80	1
ΣΥΝΟΛΑ		80	1		

B2. Απλό σχηματικά, αφού έχουμε τις κλάσεις και τις συχνότητες, ενώνοντας τα μέσα των σχηματιζόμενων ορθογωνίων

B3.

Η μέση τιμή $\bar{x} = \frac{X}{n} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{16}{80} = 0,2$ ημέρες

Η διακύμανση $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n} = 25,6$ και άρα $s = 5,06$ ημέρες

B4. Επειδή θεωρούμε ότι οι συχνότητες στις κλάσεις είναι ισοκατανεμημένες θα έχουμε:

$4+24+24+6=58$ ημέρες (θεωρούμε το μισό της κλάσης [10,14) που είναι 4 και στην κλάση [22,26) με τον λόγο $26-22/25-22=10/\chi$ βρίσκουμε $\chi=6$) και σε ποσοστό 72,5%.

Σχόλιο: Μπορούμε να αθροίσουμε ποσοστά. Στην τελευταία κλάση [22,26) μπορούμε να βρούμε ποσοστό 7,5% και άρα το άθροισμα των αντίστοιχων κλάσεων σε % δίνει 72,5%

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $26a^2 - 10 - 2ab + b^2 + 1 = 0 \Rightarrow (5a - 1)^2 + (a - b)^2 = 0 \Rightarrow a = b = \frac{1}{5}$.

Γ2. Είναι $g'(x) = 3x^2 P(\omega_4)$. Αφού η εφαπτομένη στο $x = 1$ είναι παράλληλη στην $y = x$ τότε $g'(1) = 1 \Rightarrow 3P(\omega_4) = 1 \Rightarrow P(\omega_4) = \frac{1}{3}$.

Απο τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας είναι $\sum_{i=1}^5 P(\omega_i) = 1 \Rightarrow P(\omega_5) = \frac{1}{6}$.

Γ3.

$P(K) = P((A - B) \cup (B - A)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$
Είναι επίσης $A \cup B = \Omega \Rightarrow P(A \cup B) = P(\Omega) = 1$ και
 $A \cap B = \{\omega_3\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(\omega_3) = \frac{1}{10}$

Άρα $P(K) = \frac{9}{10}$

$P(\Lambda) = P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = 1 - P(B) + P(A \cap B)$
 $= 1 - \frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το σχήμα προκύπτει ότι οι διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι:

$A=6-2\chi$, $\beta=6-2\chi$ και $\gamma=\chi$ άρα ο όγκος είναι $V=2(3-\chi)^2 (3-\chi) \chi=4\chi (3-\chi)^2=f(\chi)$

με $0 < \chi < 3$

Δ2. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $(0,3)$ με $f'(x)=12(3-x)(1-x)$ και ο πίνακας μεταβολών της είναι

x	0	1	3
$f'(x)$	+	-	
	↑	↓	

Μέγιστο στο $x=1$ το $f(1)=16$ κυβικές μονάδες

Δ3. Με πράξεις και θέτοντας $x+2=t$ με $t \rightarrow 2$ όταν $x \rightarrow 0$ και με σχήμα horner (ή ακόμα και με απευθείας πράξεις) το όριο βγάζει **-12**

Δ4. Επειδή $1 = X_1 < X_2 < X_3 < X_4 < X_5 = 2$ και η συνάρτηση στο διάστημα $[1,2]$ είναι γν. Φθίνουσα θα έχουμε ότι $\max f(x_i) = f(1) = 16$ και $\min f(x_i) = f(2) = 8$ και άρα

Το εύρος $R = 16 - 8 = 8$

Ο $CV_\psi = 2/12 = 1/6$ και άρα ο $CV = \dots = 1$. Αν ονομάσουμε $z_i = \psi_i + \alpha$ ($i=1,2,3,4,5$)

τότε $z = \psi + \alpha = 12 + \alpha$ και $s_\psi = s_z$ και άρα $CV_z = 2/12 + \alpha$. Έτσι $2/12 + \alpha = 1$ και άρα

$\alpha = -10$.

Δ5. Αφού $A \subset B$ και $0 < P(A), P(B) < 1$ ($A, B \neq \emptyset$) τα ενδεχόμενα είναι

ισοπίθανα και ο δ.χ πεπερασμένος θα έχουμε:

$f(P(A)) < f(P(B))$, αφού η f είναι γν. αύξουσα στο $[0,1]$ και άρα

$4P(A)(3-P(A))^2 < 4P(B)(3-P(B))^2$ ή ισοδύναμα η ζητούμενη σχέση (αφού οι

όροι της ανισότητας είναι θετικοί)