

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΑΡΑΘΩΝΑ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2012  
ΣΤΟ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ  
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ  
ΜΑΡΑΘΩΝΑΣ, 31 ΜΑΪΟΥ 2012

ΘΕΜΑ Γ'

Α. Να αποδείξετε ότι η *πλευρά* και το *απόστημα* ενός τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας  $R$  δίνονται αντίστοιχα από τους τύπους  $\lambda_4 = R\sqrt{2}$  και  $\alpha_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ .

(Μονάδες 13)

Β. Δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με  $AD$  το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα. Να γράψετε στην κόλλα σας τους αριθμούς της Στήλης Α και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα της Στήλης Β, έτσι ώστε να προκύπτει ισότητα:

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $AB^2$	α. $BA \cdot \Delta\Gamma$
	β. $\frac{BA}{\Gamma\Delta}$
2. $A\Delta^2$	γ. $B\Gamma \cdot \Gamma\Delta$
	δ. $\frac{\Gamma\Delta}{BA}$
3. $\frac{AB^2}{A\Gamma^2}$	ε. $B\Gamma \cdot BA$

(Μονάδες  $3 \times 2 = 6$ )

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη *Σωστό*, αν η πρόταση είναι σωστή, ή *Λάθος*, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

- Αν σε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $\hat{A} < 90^\circ$  και  $AD$  είναι η προβολή της πλευράς  $\gamma$  πάνω στη  $\beta$ , τότε ισχύει ότι  $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot AD$ .
- Αν  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  είναι δυο χορδές ενός κύκλου, που τέμνονται εσωτερικά σε ένα σημείο  $P$ , τότε ισχύει:  $PA \cdot P\Delta = PB \cdot P\Gamma$ .
- Το εμβαδόν  $E$  ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  δίνεται από τον τύπο  $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4\rho}$ , όπου  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι τα μήκη των πλευρών του και  $\rho$  είναι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου.

(Μονάδες  $3 \times 2 = 6$ )

**ΘΕΜΑ 2°**

Η γωνία  $\phi_n$  ενός κανονικού πολυγώνου είναι ίση με  $120^\circ$  και η πλευρά του είναι ίση με  $\lambda_n = 4 \text{ cm}$ .

A. Να αποδείξετε ότι το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι ίσο με  $n = 6$ .

(Μονάδες 9)

B. Να υπολογίσετε την ακτίνα  $R$  του περιγεγραμμένου κύκλου του πολυγώνου.

(Μονάδες 8)

Γ. Να υπολογίσετε το απόστημα  $\alpha_n$  του κανονικού πολυγώνου.

(Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 3°**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρές  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $A\Gamma = 7 \text{ cm}$  και  $B\Gamma = 6 \text{ cm}$ . Από την κορυφή  $A$  του τριγώνου, φέρουμε τη διάμεσο  $AM$  και το ύψος του  $AD$ .

A. Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

(Μονάδες 8)

B. Να αποδείξετε ότι η διάμεσος είναι ίση με  $AM = 2\sqrt{7} \text{ cm}$ .

(Μονάδες 9)

Γ. Να αποδείξετε ότι το τμήμα  $MD = 2 \text{ cm}$ .

(Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 4°**

Δίνεται κύκλος κέντρου  $O$  και ακτίνας  $R = 6 \text{ cm}$ . Εστω οι χορδές του  $AB = 6 \text{ cm}$  και  $B\Gamma$  έτσι ώστε τα σημεία  $A$  και  $\Gamma$  να είναι αντιδιαμετρικά, όπως φαίνεται στο σχήμα.

A. Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής  $B\Gamma$ .

(Μονάδες 5)

B. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου  $OB\Gamma$  είναι ίσο με  $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .

(Μονάδες 8)

Γ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του κυκλικού τομέα  $\widehat{OB\Gamma}$  είναι ίσο με  $12\pi \text{ cm}^2$ .

(Μονάδες 7)

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος.

(Μονάδες 5)

