

**ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΑΡΑΘΩΝΑ**

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2012  
ΣΤΟ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΤΡΙΤΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2012**

**ΘΕΜΑ 1'**

**A.** Έστω  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ . Να αποδείξετε ότι  $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ .

**(Μονάδες 10)**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

**α)** Αν  $z, w \in \mathbb{C}$  τότε ισχύει  $|z + w| = |z| + |w|$ .

**β)** Ισχύει  $i^{20} = 1$ .

**γ)** Ισχύει  $z^2 = z \cdot \bar{z}$ , όπου  $z \in \mathbb{C}$ .

**(Μονάδες 6)**

**Γ.** Έστω  $z, w \in \mathbb{C}$ , όπου  $z = 3i$  και ισχύει  $|w + 2| = |z|$ .

**α)** Να δείξετε ότι  $|z| = 3$ .

**(Μονάδες 3)**

**β)** Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του μιγαδικού  $w$ .

**(Μονάδες 6)**

**ΘΕΜΑ 2'**

Έστω οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x^2 - x}$  και  $g(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x$ .

**A.** Να βρείτε τις  $f'(x)$  και  $g'(x)$ .

**(Μονάδες 12)**

**B.** Να βρείτε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

**(Μονάδες 13)**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 1$ .

**A.** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**(Μονάδες 15)**

**B.** Να βρείτε τα ακρότατα της  $f$ .

**(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Έστω η συνάρτηση  $g(x) = e^x - x$ .

**A.** Να μελετήσετε την  $g(x)$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**(Μονάδες 10)**

**B.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $C_g$  στο  $x=1$ .

**(Μονάδες 5)**

**Γ.** Να λύσετε την εξίσωση  $g(x) - 1 = 0$ .

**(Μονάδες 10)**

**Καλή Επιτυχία!**

Οι καθηγητές

Η Διευθύντρια