

**ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΑΡΑΘΩΝΑ**

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2012  
ΣΤΟ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΜΑΡΑΘΩΝΑΣ, 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012**

**ΘΕΜΑ 1°**

**A.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ , τα οποία δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα  $y'y$  και έχουν συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:  
 $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$ .

**(Μονάδες 13)**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

1. Αν  $\alpha \neq 0$  ή  $\beta \neq 0$ , η εξίσωση  $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$  παριστάνει ευθεία.
2. Αν  $A(\kappa, \lambda)$  είναι σημείο του κύκλου  $x^2 + y^2 = \rho^2$ , τότε η εφαπτομένη του στο A είναι  $x\kappa + y\lambda = \rho$ .
3. Η παραβολή  $y^2 = 6x$  έχει διευθετούσα  $x = \frac{3}{2}$ .
4. Η εξίσωση  $4x^2 + 9y^2 = 36$  είναι έλλειψη με  $\alpha = 3$  και  $\beta = 2$ .

**(Μονάδες  $4 \times 3 = 12$ )**

**ΘΕΜΑ 2°**

Έστω τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ώστε  $|\vec{\alpha}| = 2$ ,  $|\vec{\beta}| = 1$  και  $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{3}$ . Δίνεται διάνυσμα  $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ .

**A.** Να δείξετε ότι  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$ .

**(Μονάδες 7)**

**B.** Να δείξετε ότι  $|\vec{u}| = \sqrt{21}$ .

**(Μονάδες 9)**

**Γ.** Να υπολογίσετε το  $\sin\left(\vec{\alpha}, \vec{u}\right)$ .

**(Μονάδες 9)**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνονται οι κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ με  $A(1, -3)$ ,  $B(-3, 5)$  και  $\Gamma(7, -1)$ .

**A.** Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ.

(Μονάδες 9)

**B.** Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ.

(Μονάδες 8)

**Γ.** Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1 : 2x + 3y - 1 = 0$  και  $\varepsilon_2 : 2x + 3y = 5$ .

**A.** Να βρείτε την απόσταση των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .

(Μονάδες 10)

**B.** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται των ευθειών  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  και το κέντρο του ανήκει στην ευθεία  $\varepsilon_3 : x + y - 3 = 0$ .

(Μονάδες 15)

**Καλή Επιτυχία!**

Η Διευθύντρια

Οι καθηγητές