

ΘΥΜΑΜΑΙ ΟΤΙ :

- $0 \leq P(A) \leq 1$ όπου $A \subseteq \Omega$ ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω
- Αν $A \subseteq B$ τότε $P(A) \leq P(B)$
- Ισχύει $A \cap B \subseteq A$, $A \cap B \subseteq B$, $A \subseteq A \cup B$, $B \subseteq A \cup B$, $A - B \subseteq A$, $B - A \subseteq B$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω . Να αποδείξετε ότι:
α) $P(B) + P(A - B) \leq 1$
β) $P(B) - P(A') \leq P(A \cap B)$
γ) $2P(A \cap B) \leq P(A) + P(B)$
δ) $P(A \cup B) + 1 \geq P(A) + P(B)$
2. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = 0,5$ και $P(B') = 0,3$
α) Να εξεταστεί αν A, B ασυμβίβαστα
β) Να αποδείξετε ότι $1/5 \leq P(A \cap B) \leq 1/2$
3. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = 2/3$ και $P(B) = 1/4$
α) Να αποδείξετε ότι $2/3 \leq P(A \cup B) \leq 11/12$
β) Να αποδείξετε ότι $5/12 \leq P(A - B) \leq 2/3$
4. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) > 0,5$ και $P(B') < 0,5$
Να αποδείξετε ότι τα A, B δεν είναι ασυμβίβαστα.
5. Έστω A ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω ώστε $|P(A) - 1| - |P(A) + 1| = \lambda^2$.
Να αποδείξετε ότι $\lambda = 0$
6. Έστω A ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω που δεν είναι ούτε αδύνατο ούτε βέβαιο.
Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{P(A)} + \frac{1}{P(A')} \geq 4$.
7. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = 1/2$ και $P(A \cup B) = 2/3$.
Να αποδείξετε ότι $1/6 \leq P(B) \leq 2/3$
8. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $2P(A) = 3P(B)$ και $2P(A') = 3P(B)$. Να αποδείξετε ότι $1/2 \leq P(A \cup B) \leq 5/6$
9. Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 2000\}$ με ισοπίθανα στοιχειώδη ενδεχόμενα και
έστω τα ενδεχόμενα A, B τα οποία είναι ξένα μεταξύ τους τέτοια ώστε
 $16P^2(B) - 25P(B) - P(A) + 10 \leq 0$
α) να υπολογιστούν τα $P(A), P(B)$
β) να βρεθεί το πλήθος των στοιχείων των A και B
γ) τι συμπεραίνετε για τα ενδεχόμενα A και B ;

(ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΟ ΘΕΜΑ)

10. Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - 7/2 x^2 + 2x + 2012$. Αν A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $A \subseteq B$ και $P(A), P(B)$ οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων της f να βρεθούν τα $P(A), P(B)$ και να αποδείξετε ότι τα A, B δεν είναι ασυμβίβαστα.