



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΕΝΙΑΙΟΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ  
Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
Δ/ΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
ΤΜΗΜΑ Α΄

Ταχ. Δ/ση: Ανδρέα Παπανδρέου 37  
Τ.Κ. – Πόλη: 15180 Μαρούσι  
Ιστοσελίδα: [www.minedu.gov.gr](http://www.minedu.gov.gr)  
Πληροφορίες: Αν. Πασχαλίδου  
Τηλέφωνο: 210-3442238

**ΘΕΜΑ : Οδηγίες για τη διδασκαλία των Θετικών Μαθημάτων των Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξεων Ημερήσιου και Εσπερινού Γυμνασίου για το σχ. έτος 2011-2012.**

Μετά από σχετική εισήγηση του Τμήματος Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου (πράξη 09/2011) σας αποστέλλουμε τις παρακάτω οδηγίες για τη διδασκαλία των Θετικών Μαθημάτων της Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξης Ημερησίων και Εσπερινών Γυμνασίων.

## **Α΄ Τάξη Γυμνασίου**

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

#### **I. Διδακτέα ύλη**

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου, έκδοση Ο.Ε.Δ.Β. 2011

#### **ΜΕΡΟΣ Α΄**

##### **Κεφ. 1<sup>ο</sup>: Οι φυσικοί αριθμοί**

1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

- 1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών
- 1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα
- 1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

## **Κεφ. 2<sup>ο</sup>: Τα κλάσματα**

- 2.1 Η έννοια του κλάσματος
- 2.2 Ισοδύναμα κλάσματα
- 2.3 Σύγκριση κλασμάτων
- 2.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων
- 2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων
- 2.6 Διαίρεση κλασμάτων

## **Κεφ. 3<sup>ο</sup>: Δεκαδικοί αριθμοί**

- 3.1 Δεκαδικά κλάσματα, Δεκαδικοί αριθμοί, Διάταξη δεκαδικών αριθμών, Στρογγυλοποίηση
- 3.3 Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης

## **Κεφ. 4<sup>ο</sup>: Εξισώσεις και προβλήματα**

- 4.1 Η έννοια της εξίσωσης – Οι εξισώσεις:  $a + x = \beta$ ,  $xa \neq \beta$ ,  $a - x = \beta$ ,  $a \cdot x = \beta$ ,  $a : x = \beta$  και  $xa \neq \beta$

## **Κεφ. 5<sup>ο</sup>: Ποσοστά**

- 5.1 Ποσοστά
- 5.2 Προβλήματα με ποσοστά

## **Κεφ. 6<sup>ο</sup>: Ανάλογα ποσά – Αντιστρόφως ανάλογα ποσά**

- 6.1 Παράσταση σημείων στο επίπεδο
- 6.2 Λόγος δύο αριθμών – Αναλογία
- 6.3 Ανάλογα ποσά – Ιδιότητες αναλόγων ποσών
- 6.4 Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας
- 6.5 Προβλήματα αναλογιών
- 6.6 Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

## **Κεφ. 7<sup>ο</sup>: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί**

- 7.1 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου
- 7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών
- 7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών
- 7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών
- 7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών
- 7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών
- 7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών

## **ΜΕΡΟΣ Β΄**

### **Κεφ. 1<sup>ο</sup>: Βασικές γεωμετρικές έννοιες**

- 1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο
- 1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα
- 1.3 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθυγράμμου τμήματος
- 1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων
- 1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας
- 1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες
- 1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών
- 1.8 Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες
- 1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο
- 1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων
- 1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου
- 1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου

### **Κεφ. 2<sup>ο</sup>: Συμμετρία**

- 2.1 Συμμετρία ως προς άξονα
- 2.2 Άξονας συμμετρίας
- 2.3 Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος
- 2.4 Συμμετρία ως προς σημείο
- 2.5 Κέντρο συμμετρίας
- 2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

### **Κεφ. 3<sup>ο</sup>: Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα – Τραπεζία**

- 3.1 Στοιχεία τριγώνου – Άθροισμα γωνιών τριγώνου
- 3.2 Είδη τριγώνων – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου
- 3.3 Παραλληλόγραμμα – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίο – Ισοσκελές τραπέζιο
- 3.4 Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπέζιου

## II. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

### ΜΕΡΟΣ Α΄

#### Κεφάλαια 1ο, 2ο, 3ο (Φυσικοί αριθμοί, Κλάσματα, Δεκαδικοί)

Στο Δημοτικό έχουν διδαχθεί τόσο οι έννοιες όσο και οι διαδικασίες που αναφέρονται στα κεφάλαια αυτά. Έτσι, η διδασκαλία στην Α΄ Γυμνασίου πρέπει να έχει δύο στόχους:

1. Την επανάληψη – υπενθύμιση εννοιών και διαδικασιών και
2. Την εμπάθυνση σε κάποιες πλευρές που κρίνονται σημαντικές για την περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών.

Πιο συγκεκριμένα πρέπει να έχει ως στόχους:

- ✓ Την αντιμετώπιση εμποδίων και δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές (π.χ. το γινόμενο δύο αριθμών είναι πάντα μεγαλύτερο από τους παράγοντές του, οι δεκαδικοί αριθμοί είναι άλλο είδος αριθμών απ' ότι τα κλάσματα).
- ✓ Την ανάπτυξη των ικανοτήτων των μαθητών να χρησιμοποιούν αναπαραστάσεις και να μεταβαίνουν από το ένα είδος στο άλλο (π.χ. αναπαράσταση στην ευθεία των αριθμών, οι γεωμετρικές αναπαραστάσεις των κλασμάτων, οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα ως διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών).
- ✓ Την εμπάθυνση σε ιδιότητες των πράξεων και αλγοριθμικών διαδικασιών που υποστηρίζουν τη μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα (π.χ. επιμεριστική και αντιμεταθετική ιδιότητα, η αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης κτλ.).
- ✓ Την εισαγωγή αλγεβρικών συμβόλων και τη νοηματοδότηση τους μέσα από την ανάγκη διατύπωσης σχέσεων και ιδιοτήτων (π.χ. ιδιότητες πράξεων), από την ανάγκη περιγραφής προβλημάτων ή ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες (π.χ. άσκηση 1 της §4.1), από την παραγωγή αλγεβρικών εκφράσεων που περιγράφουν γεωμετρικά ή αριθμητικά μοτίβα (π.χ. άσκηση 15 της §4.1, αλλά και γενίκευση του παραδείγματος 3 της §1.1).

Με βάση τα παραπάνω, προτείνεται η μείωση των ωρών, που θα αφιερωθούν για διδασκαλία των τριών πρώτων κεφαλαίων, από 27 σε 18.

#### Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 6 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Αναπαράσταση των αριθμών στην ευθεία.
- ✓ Κατανόηση και χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας (παρ. 3 και ασκήσεις 6, 7 της §1.2).
- ✓ Υπολογισμοί δυνάμεων και κατανόηση των συμβολισμών (ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 8, 9 της §1.3).
- ✓ Εφαρμογή της προτεραιότητας των πράξεων στον υπολογισμό αριθμητικών παραστάσεων (ασκήσεις 6, 7, 11 και 12 της §1.3).
- ✓ Ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης και χρήση των εννοιών «διαίρει», «πολλαπλάσιο».
- ✓ Κριτήρια διαιρετότητας, ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και εύρεση Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ.

- ✓ Λεκτικά προβλήματα που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο.

## Κεφάλαιο 2° (Να διατεθούν 8 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Έννοια κλάσματος και οι διαφορετικές πτυχές της όπως μέρος του όλου, πηλίκο και λόγος (οι εισαγωγικές δραστηριότητες της §2.1, ασκήσεις 1, 2, 3, σελ. 36, δραστηριότητα 2, σελ. 37 και προβλήματα αναγωγής στη μονάδα).
- ✓ Ισοδύναμα κλάσματα και μετατροπές τους
- ✓ Σύγκριση κλασμάτων μέσα από διαφορετικούς τρόπους (μετατροπή σε ομώνυμα, χρήση γεωμετρικών αναπαραστάσεων, χρήση προσεγγιστικών μεθόδων π.χ. σύγκριση με τη μονάδα ή με ένα τρίτο αριθμό)
- ✓ Διαδικασίες που συνδέονται εμμέσως με την έννοια της πυκνότητας των ρητών (να επεκταθεί το παράδειγμα 4 στην §2.3 στην περίπτωση παρεμβολής περισσότερων του ενός κλασμάτων).
- ✓ Ανάγκη μετατροπής ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα στην περίπτωση της πρόσθεσης και αφαίρεσης, χρησιμοποιώντας ασκήσεις πράξεων απλών κλασμάτων με παρονομαστές μέχρι το 10.
- ✓ Έννοια των πράξεων στα κλάσματα και η εφαρμογή τους στην επίλυση προβλημάτων (π.χ. ότι η έκφραση «τα  $\frac{2}{5}$  του  $\frac{3}{8}$ » αποδίδεται αριθμητικά με τον πολλαπλασιασμό  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$ , ότι οι αντίστροφοι αριθμοί είναι αυτοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, ότι το άθροισμα και η διαφορά κλασμάτων αναφέρεται στο ίδιο όλο, ότι τα σύνθετα κλάσματα εκφράζουν τη διαίρεση κλασμάτων)
- ✓ Παραστάσεις και προτεραιότητα πράξεων
- ✓ Διαφορετικές αναπαραστάσεις κλασμάτων (ευθεία, γεωμετρικά σχήματα)

## Κεφάλαιο 3° (Να διατεθούν 4 ώρες)

Η παράγραφος 3.2 δεν συμπεριλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη. Όμως, στην διδασκαλία της παραγράφου 3.3 να αναφερθεί ότι οι δυνάμεις των δεκαδικών ορίζονται με τον ίδιο τρόπο και έχουν τις ίδιες ιδιότητες με εκείνες των δυνάμεων των φυσικών αριθμών.

Η παράγραφος 3.4 δεν συμπεριλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη, αλλά θα συζητηθεί στην διδασκαλία της παραγράφου 7.10.

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Ότι οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών
- ✓ Στη διαδικασία σύγκρισης δεκαδικών αριθμών και την τοποθέτησή τους στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.
- ✓ Στον τρόπο με τον οποίο εκφράζεται η προτεραιότητα των πράξεων στον υπολογισμό μιας παράστασης με τον υπολογιστή τσέπης.

Σχετικά με τις δυνάμεις, να συζητηθεί το γεγονός ότι μεταξύ δύο δυνάμεων με ίδια βάση, μεγαλύτερη του 1, μεγαλύτερη είναι η δύναμη που έχει το μεγαλύτερο εκθέτη (π.χ.  $2,52 < (2,52)^2 < (2,52)^3$ ), ενώ συμβαίνει το αντίθετο,

αν η βάση είναι μικρότερη του 1 (π.χ.  $0,22 > (0,22)^2 > (0,22)^3$ ). Να γίνει χρήση του υπολογιστή τσέπης.

#### **Κεφάλαιο 4° (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Η έννοια της εξίσωσης και η εύρεση της λύσης με την αντίθετη – αντίστροφη πράξη έχει συζητηθεί στην ΣΤ΄ Δημοτικού. Επιπλέον, η επίλυση των εξισώσεων πρώτου βαθμού θα αντιμετωπισθεί αναλυτικά στη Β΄ Γυμνασίου. Ο ρόλος του κεφαλαίου αυτού στην Α΄ Γυμνασίου είναι επαναληπτικός, καθόσον οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν απλές εξισώσεις στην αντιμετώπιση προβλημάτων σε επόμενα κεφάλαια.

##### **§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Να μην διδαχθούν οι έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης. Να μην ζητείται η απομνημόνευση των λύσεων (τελευταία παράγραφος του «μαθαίνουμε»). Να δοθεί έμφαση στη μετατροπή λεκτικών εκφράσεων σε μαθηματικές (δραστηριότητες 1, 2, 3 και ασκήσεις 1, 2, 3), στην έννοια της λύσης εξίσωσης (δραστηριότητα 4 και ασκήσεις 7, 8) και στην επίλυση εξίσωσης μόνο με τον ορισμό των πράξεων. Η άσκηση 15 μπορεί να συμβάλει στην προσπάθεια ανάπτυξης της αλγεβρικής σκέψης και γι' αυτό να δοθεί στους μαθητές ως δραστηριότητα στην τάξη.

#### **Κεφάλαιο 5° (Να διατεθούν 3 ώρες)**

Η έννοια του ποσοστού και προβλήματα με ποσοστά έχουν διδαχθεί στο Δημοτικό. Το καινούριο που υπάρχει είναι το πλαίσιο των προβλημάτων (π.χ. προβλήματα με τόκους, Φ.Π.Α.).

##### **§5.1 (Να διατεθεί 1 ώρα)**

Να δοθεί έμφαση στα ποσοστά ως διαφορετικής αναπαράστασης των δεκαδικών και των κλασμάτων, αλλά και να επισημανθεί το γεγονός ότι δεν γράφονται όλα τα κλάσματα με ακρίβεια στη μορφή ποσοστού (π.χ. ενώ  $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$ , είναι  $\frac{1}{3} = 0,33... = 33,33...\%$ ). Να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις μετατροπής ποσοστών σε κλάσματα και δεκαδικούς και αντίστροφα και σε απλά προβλήματα.

##### **§5.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Να γίνει διαπραγμάτευση μόνο απλών προβλημάτων τόκου, Φ.Π.Α. και προβλημάτων που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής.

#### **Κεφάλαιο 6° (Να διατεθούν 11 ώρες)**

Οι έννοιες των ανάλογων και αντιστρόφως ανάλογων ποσών έχουν διδαχθεί στο Δημοτικό. Το νέο για τους μαθητές στην Α΄ Γυμνασίου είναι η εμπλοκή

των μεταβλητών, η συμμεταβολή (χωρίς να γίνεται λόγος για συνάρτηση) και η παράσταση σε σύστημα συντεταγμένων.

### **§6.1 (Να διατεθεί 1 ώρα)**

### **§6.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

### **§6.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Να επισημανθεί ότι η ταυτόχρονη αύξηση (ή μείωση) δύο ποσών δεν αρκεί για να είναι ανάλογα (π.χ. το βάρος των βρεφών και η ηλικία τους που περιγράφεται στη δραστηριότητα της σελ. 89, η πλευρά και το εμβαδόν τετραγώνου κ.ο.κ.).

### **§6.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Όσον αφορά στις συναρτήσεις, ένας από τους σημαντικότερους στόχους είναι η ικανότητα μετάβασης από ένα είδος αναπαράστασης στο άλλο. Για το λόγο αυτό, είναι χρήσιμο να γίνει διαπραγμάτευση των ασκήσεων 3 και 4 στην τάξη.

### **§6.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Να τονιστεί ότι η αριθμητική και η γραφική επίλυση του προβλήματος 1 είναι ισοδύναμες και εξίσου χρήσιμες.

### **§6.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

## **Κεφάλαιο 7° (Να διατεθούν 14 ώρες)**

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές, αν και υπάρχει άτυπη γνώση των αρνητικών αριθμών (θερμοκρασία κτλ.) που μπορεί να αξιοποιηθεί.

### **§7.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

### **§7.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Το γεγονός ότι ο αντίθετος του  $-2$  είναι ο  $2$  ίσως είναι προφανές για τους μαθητές, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο για τον αντίθετο ενός αριθμού  $\alpha$ . Στην κατεύθυνση αυτή ίσως είναι αποτελεσματική η χρήση της ευθείας των αριθμών, όπου ο  $\alpha$  μπορεί να τοποθετηθεί τόσο δεξιά από το  $0$  (αν  $\alpha$  θετικός), όσο και αριστερά του (αν  $\alpha$  αρνητικός). Έτσι, μπορεί να αναδειχθεί το γεγονός ότι στην έκφραση  $-\alpha$  το « $-$ » δηλώνει τον αντίθετο του  $\alpha$ , αλλά όχι το πρόσημο.

### **§7.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Για την εισαγωγή της πρόσθεσης θετικών και αρνητικών αριθμών, παράλληλα με τη δραστηριότητα του βιβλίου του μαθητή μπορεί να γίνει χρήση και της μετατόπισης πάνω στον άξονα: στο άθροισμα δύο αριθμών, ο πρώτος προσθετέος δείχνει το σημείο εκκίνησης πάνω στο άξονα, ενώ ο δεύτερος

δείχνει τη μετακίνηση (το πρόσημό του την κατεύθυνση και η απόλυτη τιμή του την απόσταση).

#### **§7.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Μια πηγή δυσκολιών για τους μαθητές είναι η τριπλή σημασία του συμβόλου «-»: ως πρόσημο (π.χ. στον αριθμό  $-2$ ), ως δηλωτικό του αντίθετου (π.χ. στο  $-(-3)$  ή στο  $-a$ ) και ως σύμβολο της αφαίρεσης (π.χ. στο  $3-8$ ). Είναι λοιπόν χρήσιμο να γίνει συζήτηση στην τάξη με στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης όλων αυτών των σημασιών και την ευχέρεια στην μετάβαση από τη μία σημασία στην άλλη. Επιπλέον, ίσως χρειάζεται να ξαναγίνει συζήτηση για την έννοια του αντίθετου (βλ. την §7.2). Επειδή στην απαλοιφή των παρενθέσεων εμφανίζονται δυσκολίες, καλό είναι να δοθεί περισσότερος χρόνος για την κατανόησή της από τους μαθητές. Ένας τρόπος να αποδοθεί νόημα στους κανόνες απαλοιφής παρενθέσεων είναι ο υπολογισμός με δύο τρόπους των αποτελεσμάτων (άσκηση 8). Ένας ακόμη τρόπος (ο οποίος είναι ίσως περισσότερο αποδοτικός) είναι η χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό σημαίνει ότι η απαλοιφή παρενθέσεων δεν θα διδαχθεί σε αυτή την παράγραφο αλλά στην επόμενη (βλ. παρακάτω)

#### **§7.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)**

Για την κατανόηση του πρόσημου του γινομένου δύο ρητών είναι καλό να χρησιμοποιηθεί η εισαγωγική δραστηριότητα του βιβλίου.

Εδώ προτείνεται να διδαχθεί και η απαλοιφή παρενθέσεων, με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό θα επιτρέψει την κατανόηση και αιτιολόγηση των κανόνων. Για παράδειγμα, η έκφραση  $-(2-5)$  μπορεί να σημαίνει

$$-(2-5) = (-1) \cdot [(+2) + (-5)] = (-1) \cdot (+2) + (-1) \cdot (-5) = (-2) + (+5) = -2 + 5$$

και αυτό μπορεί να γενικευθεί και σε παραστάσεις με μεταβλητές, (π.χ.  $-(\alpha - \beta) = \dots$ ). Βέβαια, θα πρέπει να προηγηθεί μια συζήτηση για να εξηγηθεί ότι ο αντίθετος ενός αριθμού είναι το γινόμενο του με το  $-1$ , πράγμα που μπορεί να γίνει μέσω παραδειγμάτων, όπως  $(-1) \cdot (+2) = -2$ ,  $(-1) \cdot (-5) = +5$  κ.ο.κ.

#### **§7.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

#### **§7.7 (Να διατεθεί 1 ώρα)**

#### **§ 7.8, 7.9 και 7.10 (Θα διδαχθούν στη Β΄ Γυμνασίου).**

### **ΜΕΡΟΣ Β΄**

#### **Κεφάλαιο 1° (Να διατεθούν 24 ώρες)**



Στην εισαγωγή γεωμετρικών εννοιών χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο να μπορούν οι μαθητές να τις αναγνωρίζουν, να τις περιγράφουν (άτυπα ή τυπικά) και να τις αναπαριστούν.

### **§1.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

#### **§1.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Η έννοια της γωνίας είναι γνωστή στους μαθητές από το Δημοτικό αλλά δημιουργεί αρκετές δυσκολίες. Ο τυπικός ορισμός της εισάγεται πρώτη φορά αλλά χρειάζεται ιδιαίτερη επεξεργασία από τους μαθητές, ώστε να μπορούν οι ίδιοι να τον κατανοήσουν και να τον περιγράψουν. Η δε αναγνώριση γωνιών μέσα σε σχήματα είναι μια πιο απαιτητική γνωστική λειτουργία απ' ό,τι η αναγνώριση μεμονωμένων γωνιών.

Η δραστηριότητα 2 προτείνεται να αντικατασταθεί με μία απλούστερη.

### **§1.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Η έννοια της μέτρησης, η σύγκριση τμημάτων, οι διαφορετικοί τρόποι σύγκρισης (με διαβήτη ή με μέτρηση), η διαφοροποίηση ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα και στο μήκος του, η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη, τυποποιημένη), η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης, η χρήση των οργάνων μέτρησης, ο τρόπος μεταβολής του αποτελέσματος της μέτρησης όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας είναι απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να κατανοηθούν από τους μαθητές.

### **§1.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Προτείνεται να γίνεται επιλογή κάποιων ασκήσεων από τις 5, 6, 7, 9, 10 και 11, διότι έχουν παρεμφερές περιεχόμενο. Η άσκηση 8 είναι ιδιαίτερα δύσκολη καθώς απαιτεί παράλληλα ο μαθητής να κάνει συσχετίσεις, να σχεδιάζει, να πειραματίζεται και να αναθεωρεί τις επιλογές του. Προτείνεται λοιπόν αν θα γίνει να αντιμετωπιστεί στην τάξη μέσα από συζήτηση.

### **§1.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Οι μαθητές έχουν γνωρίσει τις άλλες έννοιες στο Δημοτικό, εκτός από την έννοια της διχοτόμου γωνίας, όμως αντιμετωπίζουν δυσκολίες σχετικά μ' αυτές. Συγκεκριμένα συγχέουν ποιο ακριβώς είναι το γεωμετρικό αντικείμενο που μετριέται (η γωνία) με άλλα και/ή τις μετρήσεις τους, όπως τα μήκη των τμημάτων που είναι οι πλευρές της γωνίας, την επιφάνεια ανάμεσα στις ημιευθείες κλπ. Επίσης ταυτίζουν το γεωμετρικό αντικείμενο (γωνία) με την μέτρησή του (μέτρο της γωνίας).

Προτείνεται η σύγκριση γωνιών να γίνεται και με την χρήση διαφανούς χαρτιού (παραδείγματα 1, 2 και άσκηση 6) και όχι αποκλειστικά και μόνο μέσω του μέτρου τους με την μέτρηση με μοιρογνωμόνιο. Γενικά, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές των εννοιών που διαπραγματευόμαστε. Για παράδειγμα, η εύρεση - κατασκευή της διχοτόμου μιας γωνίας (σελ. 167) με δίπλωση του χαρτιού αναδεικνύει την ισότητα των

γωνιών αλλά και την διχοτόμο ως άξονα συμμετρίας, ενώ η κατασκευή με το μοιρογνώμονιο αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών μέσω του μέτρου τους.

### **§1.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι γνωστό στους μαθητές από το Δημοτικό, εκτός από την μηδενική, την ευθεία, την μη κυρτή και την πλήρη γωνία. Παρόλα αυτά η έννοια της καθετότητας μπορεί να μην έχει κατακτηθεί από πολλούς μαθητές και μια από τις συνηθισμένες δυσκολίες που έχουν είναι η αναγνώριση της καθετότητας σε ευθείες που δεν έχουν τον συνήθη οριζόντιο και κατακόρυφο προσανατολισμό. Κάποιες από τις αιτίες αυτής της δυσκολίας είναι ο τρόπος προσανατολισμού των σχημάτων στα σχολικά βιβλία (π.χ. ορθογώνια ή τετράγωνα με πλευρές παράλληλες προς τις ακμές των σελίδων του βιβλίου), οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον γύρω τους (π.χ. οριζόντιος και κατακόρυφος προσανατολισμός των κουφωμάτων των σπιτιών, των παραθύρων κλπ), αλλά και από τον τρόπο προσανατολισμού των σχημάτων στον πίνακα, κατά την διδασκαλία. Το φαινόμενο αυτό δεν περιορίζεται μόνον στην έννοια της καθετότητας αλλά επεκτείνεται και στην αναγνώριση σχημάτων π.χ. δεν αναγνωρίζουν ως τρίγωνο κάποιο «μακρόστενο» στο οποίο μία πλευρά είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες. Θα πρέπει ο διδάσκων, λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, να εμπλουτίζει την ποικιλία των σχημάτων που χρησιμοποιεί κατά την διάρκεια της διδασκαλίας.

Κατά την διδασκαλία του παραδείγματος 1 (σελ. 171) η διαπίστωση της καθετότητας να γίνει εκτός από την δίπλωση και με την χρήση γνώμονα. Προτείνεται ο διδάσκων να κάνει κάποια επιλογή στις ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 6, 7 λόγω παρεμφερούς περιεχομένου.

### **§ 1.7 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Να αναφερθεί η έννοια της διαφοράς δύο γωνιών. Να δοθεί προτεραιότητα κατά σειρά στις ασκήσεις 1, 4 (περιπτώσεις 3 και 2) και 3 και να εμπλουτισθούν οι ασκήσεις με ερωτήματα για τον προσδιορισμό της γωνίας που είναι το άθροισμα των ζευγαριών των εφεξής που βρίσκουν οι μαθητές, όπως και ερωτήματα προσδιορισμού της διαφοράς δύο γωνιών.

### **§ 1.8 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Να μην διδαχθεί η εφαρμογή 5 της σελίδας 178. Στα παραδείγματα 1 και 2 να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες μπορεί να είναι παραπληρωματικές ή συμπληρωματικές χωρίς να είναι εφεξής.

### **§ 1.9 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Η έννοια της παραλληλίας είναι γνωστή στους μαθητές από το Δημοτικό. Προτείνεται να δοθεί ως άσκηση ο σχεδιασμός ενός παραλληλογράμμου (είναι γνωστή έννοια από το Δημοτικό) με στοιχεία που θα καθορίσει ο διδάσκων.

### **§ 1.10 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Προτείνεται ο διδάσκων να κάνει κάποια επιλογή στις ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 6, 7 λόγω παρεμφερούς περιεχομένου.

### **§ 1.11 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Λόγω εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της επόμενης παραγράφου οι εφαρμογές 2 και 3 της §1.12 θα διδαχθούν σε αυτή την παράγραφο, μαζί με την εφαρμογή της σελ. 189. Ο διδάσκων θα μπορούσε να ζητήσει οι κατασκευές να γίνουν σε ένα πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας και με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις οι μαθητές να διερευνήσουν π.χ. τις συνθήκες κατασκευής ενός τριγώνου, όταν δίνονται τρία ευθύγραμμα τμήματα (εφαρμογή, σελ. 189, δραστηριότητα για το σπίτι, αριθ. 2).

### **§ 1.13 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι νέο για τους μαθητές.

## **Κεφάλαιο 2° (Να διατεθούν 12 ώρες)**

Γενικά για την διδασκαλία του κεφαλαίου 2 ενδείκνυται η αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, παράλληλα με τη χρήση άλλων μέσων (όπως το διαφανές χαρτί, τα γεωμετρικά όργανα κτλ.) με σκοπό όχι μόνο την κατασκευή συμμετρικών σχημάτων αλλά και την κατανόηση και την αξιοποίηση των ιδιοτήτων της συμμετρίας.

Προτείνεται να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.2 (άξονας συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 (συμμετρία ως προς άξονα) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της αξονικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

Να επισημανθεί ότι η ταύτιση των δύο μερών του σχήματος, όπως αυτό χωρίζεται από τον άξονα συμμετρίας και η δίπλωση του σχήματος κατά το μήκος αυτού, σημαίνει την ισότητα των δύο μερών και προτείνεται να δοθούν για ανακάλυψη και αιτιολόγηση οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου<sup>1</sup> (δεν θα αναφέρονται σε ύψος, διάμεσο και διχοτόμο του τριγώνου ως προς την βάση, αλλά θα συνάγουν ότι ο άξονας συμμετρίας διχοτομεί την γωνία που είναι απέναντι από την βάση, τέμνει κάθετα την βάση κτλ.), του ισόπλευρου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου (οι μαθητές τα σχεδιάζουν σε διαφανές χαρτί ή τους δίνονται έτοιμα τα σχήματα και με την χάραξη των αξόνων συμμετρίας και την δίπλωση των σχημάτων κατά μήκος αυτών ανακαλύπτουν και δικαιολογούν τις ιδιότητες τους).

Προτείνεται επίσης να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.5 (κέντρο συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.4 (συμμετρία ως προς σημείο) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της κεντρικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

### **§2.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

#### **§ 2.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

<sup>1</sup> Οι έννοιες του ισοσκελούς και του ισόπλευρου τριγώνου τους είναι γνωστές από το Δημοτικό, ομοίως του παραλληλογράμμου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου.

### **§ 2.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις εφαρμογές 1, 2 και 5 και στις ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 7 και 9.

### **§2.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

### **§2.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Προτείνεται να δοθεί για δραστηριότητα η ανακάλυψη και η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου, με την σχεδίαση δύο ίσων παραλληλογράμμων σε δύο διαφορετικά φύλλα, που το ένα θα είναι διαφανές χαρτί.

### **§2.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Κατά την διδασκαλία της ενότητας να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες ορίζονται ως εντός εναλλάξ, εντός και επί τα αυτά κτλ., ανεξάρτητα από το αν οι δύο ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  (τεμνόμενες από μία τρίτη ευθεία), είναι παράλληλες μεταξύ τους ή όχι. Όμως, μόνο όταν οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  είναι παράλληλες, οι παραπάνω γωνίες θα είναι αντιστοίχως ίσες, παραπληρωματικές κτλ.

## **Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 8 ώρες)**

### **§3.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές μιας έννοιας. Ταυτόχρονα, σε κάποιες περιπτώσεις αυτά απαιτούν και διαφορετικό βαθμό συνειδητοποίησης και κατανόησης κάποιων εννοιών, εκ μέρους των μαθητών.

Τα προγράμματα δυναμικής γεωμετρίας επιτρέπουν στο χρήστη να δημιουργήσει μία κατασκευή μέσα από μία σειρά ενεργειών που ορίζονται γεωμετρικά (π.χ. κατασκευή ευθείας παράλληλης προς μία άλλη, από σημείο εκτός αυτής). Όταν στο αποτέλεσμα αυτής της κατασκευής, επιλέξουμε κάποιο σημείο και το σύρουμε, με την βοήθεια του ποντικιού, το γεωμετρικό αντικείμενο μεταβάλλεται, ενώ όλες οι γεωμετρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν κατά την κατασκευή διατηρούνται. Έτσι, η κατασκευή βασίζεται και συμπεριφέρεται με βάση τις γεωμετρικές σχέσεις και τις ιδιότητες που απορρέουν απ' αυτές. Αυτή η συμπεριφορά του σχήματος δεν συμβαίνει όταν ο μαθητής έχει δημιουργήσει ένα σχέδιο βασισμένο σε επιφανειακά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα η ανάθεση στους μαθητές να βρουν τρόπο (ή τρόπους) να σχεδιάσουν σε ένα πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας, ένα ισοσκελές τρίγωνο το οποίο να μπορεί να μεταβάλλεται και να αντέχει στην δοκιμασία του συρσίματος των κορυφών, απαιτεί εκ μέρους τους τη συνειδητοποίηση και την κατανόηση των γεωμετρικών ιδιοτήτων που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν έτσι ώστε το τρίγωνο να παραμένει ισοσκελές κάτω απ' όλες τις περιστάσεις. Η σχεδίαση ενός ισοσκελούς τριγώνου, βασισμένη στις μετρήσεις των πλευρών, δεν «αντέχει» στην δοκιμασία του

συρσίματος, ενώ η κατασκευή ισοσκελούς που βασίζεται π.χ. στην ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου «αντέχει». Ταυτόχρονα η δυναμική μεταβολή της κατασκευής, τους επιτρέπει να διερευνήσουν και να κατανοήσουν (με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις) άλλες σχέσεις, όπως ότι τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και ισοσκελή, χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο.

Προτείνεται να δοθούν ως δραστηριότητες για το σπίτι, οι κατασκευές σε ένα πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας ισοσκελούς, ισόπλευρου και σκαληνού τριγώνου, όπως επίσης ορθογωνίου, αμβλυγωνίου και οξυγωνίου, που να «αντέχουν» στην διαδικασία συρσίματος<sup>2</sup> και με συζήτηση στην τάξη, των προσεγγίσεων των μαθητών, μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις, να αναδειχθούν πτυχές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών ή να αποτελέσουν την βάση προβληματισμού για την ανάπτυξη της επόμενης ενότητας.

### **§3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$ , ενώ τις ιδιότητες του ισοσκελούς και του ισόπλευρου μπορεί να τις έχουν διαπραγματευτεί σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στα παραδείγματα – εφαρμογές και στις ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 και 9. Η άσκηση 10 είναι πολύ δύσκολη γι' αυτή την ηλικία και αν αντιμετωπιστεί να μη γίνει με τη βοήθεια του αλγεβρικού λογισμού.

### **§3.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Προτείνεται να δοθούν κατάλληλες δραστηριότητες κατασκευής παραλληλογράμμου, ορθογωνίου κτλ. σε πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας, με βάση αυτά που αναφέρθηκαν στην §3.1.

### **§3.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Τα περιεχόμενα της ενότητας είναι νέο για τους μαθητές, εκτός αν διαπραγματεύτηκαν μέρος του σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί.

---

<sup>2</sup> Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτή την δραστηριότητα είναι οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με κάποιο πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας και να μπορούν να δουλεύουν αυτόνομα σ' αυτό.