

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ ΤΗΣ ΡΟΔΟΥ
ΤΗΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1^ο

ΘΕΜΑ 1^ο :

A) Να αποδείξετε ότι : Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα τα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίση με το μισό της .(13 μονάδες)

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη "Σωστό" αν η πρόταση είναι σωστή και "Λάθος" αν η πρόταση είναι λάθος , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α.** Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου τέμνονται κάθετα.
β. Το τετράγωνο είναι ο ρόμβος με διαγώνιες ίσες.
γ. Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα.
δ. Βαρύκεντρο ονομάζουμε το σημείο τομής των υψών ενός τριγώνου.
ε. Το ισοσκελές τραπέζιο έχει διαγώνιες ίσες .
στ. Το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσος και διχοτόμος . (6X2=12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο :

Δίνεται $AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=AG$) τρίγωνο .Αν $B\Delta$ και ΓE οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ και K σημείο τομής αυτών των διχοτόμων να δείξετε ότι:

- α)** Τα τρίγωνα $\triangle AB\Delta$, $\triangle A\Gamma E$ είναι ίσα. (10 μονάδες)
β) Το τρίγωνο $\triangle KB\Gamma$ είναι ισοσκελές (8 μονάδες)
γ) $EK=K\Delta$ (7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο :

Έστω η γωνία $\chi O\psi$ και από ένα εσωτερικό της σημείο M φέρουμε τις MK και ML κάθετες στις OX και $O\psi$ αντίστοιχα .Αν Θ το μέσο της OM και H το μέσο της KL να αποδείξετε τα παρακάτω:

- α.** $K\Theta=\Theta L$ (13 μονάδες)
β. ΘH είναι κάθετος στη KL ($\Theta H \perp KL$) (12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta=3/2AB$. Αν E, Z, H είναι τα μέσα των $AB, B\Gamma$ και ΔE αντίστοιχα και η προέκταση της AH τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο Θ , να αποδείξετε τα παρακάτω:

- α.** $AE=\Delta\Theta$. (8 μονάδες)
β. $HZ//=AB$. (10 μονάδες)
γ. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο. (7 μονάδες)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2^ο**ΘΕΜΑ 1^ο**

- A.** Να δείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.
(Μονάδες 9)
B. Να γράψετε πότε ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο. (κριτήρια)
(Μονάδες 8)
Γ. Να χαρακτηρίσετε Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις: (Μονάδες 8)
- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες περιμέτρους, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα
β. Αν οι διαγώνιοι ενός ρόμβου είναι ίσες, τότε ο ρόμβος είναι τετράγωνο.
γ. Το άθροισμα των γωνιών ενός n -γώνου είναι $(2n+4)$ ορθές.
δ. Το σημείο τομής των υψών ενός τριγώνου λέγεται ορθόκεντρο.

ΘΕΜΑ 2^ο

Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$, παίρνουμε στις πλευρές AB και $A\Gamma$ τα σημεία

- Δ και E αντίστοιχα, τέτοια ώστε $A\Delta = AE$ και M το μέσο της $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι
- A.** Τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma E M$ είναι ίσα. (Μονάδες 9)
B. Το τρίγωνο $M\Delta E$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
Γ. Να αποδείξετε ότι η AM είναι μεσοκάθετος του ΔE . (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από τις κορυφές A και Γ φέρνουμε τις AK και $\Gamma\Lambda$ κάθετες στη διαγώνιο $B\Delta$

- A.** Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)
B. Αν M το μέσο της πλευράς $A\Delta$ και N το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ να αποδείξετε ότι $MK = \Lambda N$. (Μονάδες 8)
Γ. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AMK και $\Lambda N\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρνουμε το ύψος του ΑΔ και προεκτείνουμε αυτό προς το μέρος του Δ κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ.

Α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)

Β. Αν Μ το μέσο του ΒΕ, να αποδείξετε ότι $M\Delta = \frac{AB}{2}$ (Μονάδες 6)

Γ. Αν Λ είναι το μέσο του ΑΒ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΛΔΜΒ (Μονάδες 6) είναι ρόμβος.

Δ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΜΒΑ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 7)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3^ο**ΘΕΜΑ 1ο**

α) Να αποδείξετε ότι αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30^ο, τότε η απέναντι πλευρά του είναι το μισό της υποτεινουσας. (Μονάδες 9)

β) Με ποιους τρόπους μπορούμε να αποδείξουμε ότι ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο (Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο) (Μονάδες 6)

γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας συμπληρωμένες τις κάτωθι προτάσεις

1) Το ύψος που αντιστοιχεί στην βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι και

2) Το άθροισμα των γωνιών κυρτού n-γώνου είναι ορθές.

3) Οι διάμεσοι ενός τριγώνου από το ίδιο σημείο που λέγεται και απέχει από την κορυφή τα της αντίστοιχης διαμέσου.

4) Η διάμεσος τραπέζιου είναι προς τις βάσεις του και ισούται με το

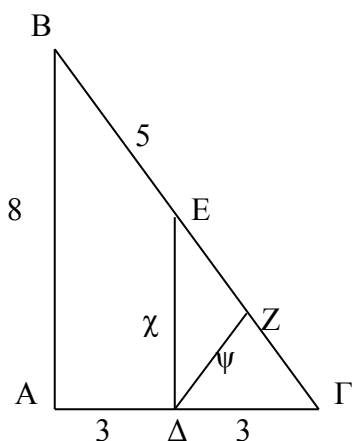
(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Α) Αν (Κ,2) και (Λ,5) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα και ΚΛ η διάκεντρος τους, να αντιστοιχίσετε κάθε αριθμό της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη φράση στη δεύτερη στήλη (Μονάδες 12)

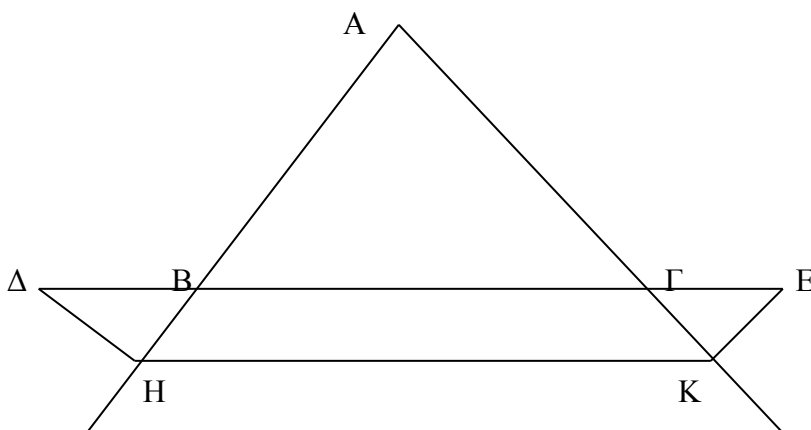
Στήλη Α	Στήλη Β
α) ΚΛ=7	1. Οι κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά
β) ΚΛ=9	2. Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά
γ) ΚΛ=4	3. Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου
δ) ΚΛ=3	4. Οι κύκλοι τέμνονται
	5. Ο ένας κύκλος είναι εσωτερικός του άλλου

B) Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τα χ και ψ . Δικαιολογήστε την απάντησή σας. **(Μονάδες 13)**



ΘΕΜΑ 3^ο

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $AB=AG$ και $BΔ=ΓE$ Αν $ΔH \perp AB$ και $EK \perp AG$.



Να δείξετε ότι

- α) $ΔH=EK$
- β) Το $ΔHK$ είναι ισοσκελές τρίγωνο
- γ) Το $ΒΓΚΗ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο

(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίδεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ με $AB=2AΔ=a$ και $A=2Δ$

- α) Να υπολογιστούν οι γωνίες του παραλληλογράμμου $ABΓΔ$
- β) Αν η διχοτόμος της γωνίας $Δ$ τέμνει τη AB στο σημείο E να δείξετε ότι το τρίγωνο $ΔEΓ$ είναι ισοσκελές.
- γ) Να δείξετε ότι η γωνία $ΔEΓ = 90^\circ$

(Μονάδες 25)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 4^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Να δείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές. (Μονάδες 9)
- B.** Να γράψετε πότε ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο. (κριτήρια) (Μονάδες 8)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις: (Μονάδες 8)
- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες περιμέτρους, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα
- β.** Αν οι διαγώνιοι ενός ρόμβου είναι ίσες, τότε ο ρόμβος είναι τετράγωνο.
- γ.** Το άθροισμα των γωνιών ενός n -γώνου είναι $(2n+4)$ ορθές.
- δ.** Το σημείο τομής των υψών ενός τριγώνου λέγεται ορθόκεντρο.

ΘΕΜΑ 2^ο

Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$, παίρνουμε στις πλευρές AB και $A\Gamma$ τα σημεία Δ και E αντίστοιχα, τέτοια ώστε $A\Delta = AE$ και M το μέσο της $B\Gamma$. Ν.δ.ο.

- A.** Τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma E M$ είναι ίσα. (Μονάδες 9)
- B.** Το τρίγωνο $M\Delta E$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- Γ.** Να αποδείξετε ότι η AM είναι μεσοκάθετος του ΔE . (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται παραλληλόγραμο $AB\Gamma\Delta$. Από τις κορυφές A και Γ φέρνουμε τις AK και $\Gamma\Lambda$ κάθετες στη διαγώνιο $B\Delta$

- A.** Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)
- B.** Αν M το μέσο της πλευράς $A\Delta$ και N το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ να αποδείξετε ότι $MK = \Lambda N$. (Μονάδες 8)
- Γ.** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AMK και $\Lambda N\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρνουμε το ύψος του $A\Delta$ και προεκτείνουμε αυτό προς το μέρος του Δ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$.

- A.** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- B.** Αν M το μέσο του BE , να αποδείξετε ότι $M\Delta = \frac{AB}{2}$ (Μονάδες 6)

Γ. Αν Λ είναι το μέσο του AB , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Lambda\Delta MB$ είναι ρόμβος.

Δ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔMBA είναι τραπέζιο. (Μονάδες 7)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 5^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές (8 μον.)

B. Ποια είναι τα κριτήρια (χωρίς τον ορισμό) για να είναι ένα τετράπλευρο παραλληλόγραμμο; (6 μον.)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την ένδειξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ

1. Κάθε τετράπλευρο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος είναι και τετράγωνο

2. Η διάμεσος BM ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ με $AB=AG$ είναι και ύψος

3. Η κοινή χορδή δύο τεμνόμενων και άνισων κύκλων είναι μεσοκάθετη της διακέντρου

4. Το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών ενός τετραπλεύρου ισούται με το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών του (8μον.)

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Σε ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB//\Gamma\Delta$ είναι $AB=5\chi$, $\Gamma\Delta=3\chi$, $\Delta=120^\circ$.

Η περίμετρός του είναι: $\alpha: 10\chi$ $B: 11\chi$ $\Gamma: 12\chi$ $\Delta: 13\chi$ $E: 14\chi$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (12 μον.)

B. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A=90^\circ$ και $B=35^\circ$ η AM είναι διάμεσος, να υπολογίσετε τη γωνία AMB (13 μον.)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Αν K το μέσον της AB , Λ το μέσον AG και M το μέσον της $B\Gamma$:

1. να δείξετε ότι το τρίγωνο $K\Lambda M$ είναι ισοσκελές (8 μον.)

2. αν Δ σημείο στην προέκταση της $B\Gamma$ προς το μέρος του B και E σημείο στην προέκταση της $B\Gamma$ προς το μέρος του Γ , έτσι ώστε $B\Delta=\Gamma E$ ν.δ.ο. το $A\Delta E$ είναι ισοσκελές (9 μον.)

3. ν.δ.ο. η διάμεσος AM του $AB\Gamma$ είναι ύψος στο $A\Delta E$ (8 μον.)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $A=\Delta=90^\circ$, $\Gamma=60^\circ$, $AB=4$, $B\Gamma=8$ και BE το ύψος του.

1. Να υπολογίσετε το μήκος του $E\Gamma$ και της διαμέσου $K\Lambda$ του τραπέζιου
2. Ν.δ.ο. το $B\Gamma\Delta$ είναι ισόπλευρο
3. Αν η προέκταση της ΓB τέμνει την προέκταση της ΔA στο Z , ν.δ.ο. το A είναι μέσον του ΔZ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 6^ο**ΘΕΜΑ 1^ο**

Α. Ν.δ.ο. η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας (11 μον.)

Β. Να χαρακτηρίσετε Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

1. Δύο κύκλοι (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) εφάπτονται εσωτερικά αν $K\Lambda = \rho_1 + \rho_2$
2. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα
3. Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός πενταγώνου είναι 4 οθρές
4. Η απόσταση του βαρύκεντρου ενός τριγώνου από κάθε κορυφή ισούται με τα $2/3$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου. (8 μον.)

Γ. Αν $AB\Gamma$ τυχαίο τρίγωνο να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της 1^{ης} στήλης με την αντίστοιχη φράση της 2^{ης} (6 μον.)

1 ^η στήλη	2 ^η στήλη
Α. ορθόκεντρο	1. σημείο τομής διχοτόμων
Β. έγκεντρο	2. σημείο τομής διαμέσων
Γ. περίκεντρο	3. σημείο τομής υψών
Δ. βαρύκεντρο	4. σημείο τομής μεσοκαθέτων

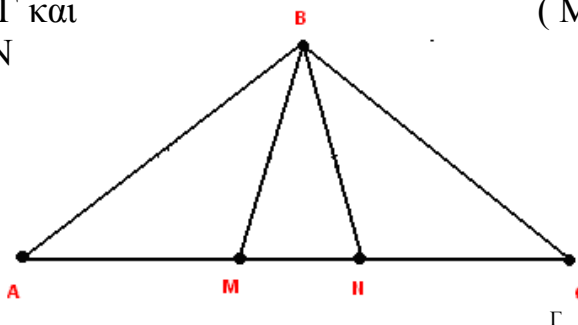
ΘΕΜΑ 2^ο

Στη $O\delta$ κυρτής γωνίας $XO\Psi$ παίρνουμε τυχαία τα σημεία K και Λ . Στην OX παίρνουμε το A και στην $O\Psi$ το B τέτοια ώστε $OA=OB$. ν.δ.ο.

1. $KA=KB$ (12 μον.)
2. $\text{τρίγ.}K\Lambda A = \text{τρίγ.}K\Lambda B$ (13 μον.)

Γ. Αν στο διπλανό σχήμα είναι $AB=BG$ και $AM=NG$ να αποδείξετε ότι $BM=BN$

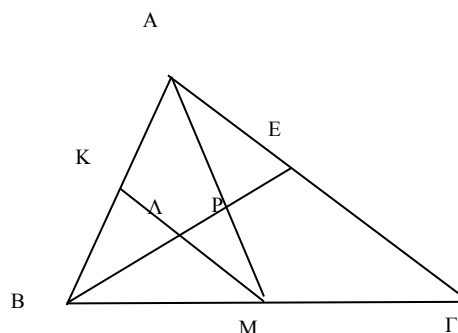
(Μονάδες 09)



ΘΕΜΑ 3°

Στο $ABΓ$ η AM είναι διάμεσος ,
 P είναι το μέσο της AM και $MK \parallel AG$.
 Να αποδείξετε ότι:

- A.** Τα τρίγωνα AEP και $MΠP$ είναι ίσα
B. Το $AEMΛ$ είναι παραλληλόγραμμο
Γ. Το $Λ$ είναι βαρύκεντρο στο ABM



(Μονάδες 08)

(Μονάδες 08)

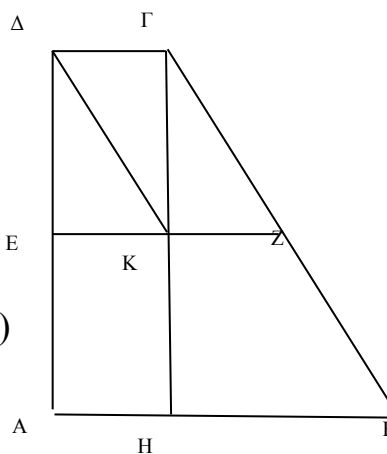
(Μονάδες 09)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται το τετράπλευρο $ABΓΔ$ με $A=Δ=90^\circ$,
 $B=60^\circ$, $BΓ=8x$, $ΓΔ=2x$

Αν GH κάθετη στην AB και E , Z μέσα των $AΔ$, $BΓ$
 αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- A.** Το $ABΓΔ$ είναι τραπέζιο (Μονάδες 05)
B. $EZ = HB$ (Μονάδες 10)
Γ. $ΔK \parallel ΓZ$ (Μονάδες 10)



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 8°

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση του είναι διχοτόμος και ύψος. **Μονάδες 12**
- B.** Πότε ένα παραλληλόγραμμο λέγεται ρόμβος. (ορισμός) **Μονάδες 4**
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες περιμέτρους , τότε είναι ίσα .

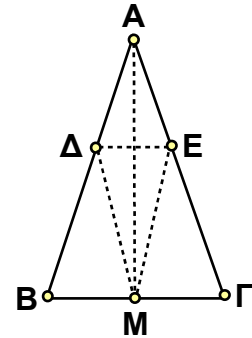
- β. Οι προσκείμενες στη βάση γωνίες ισοσκελούς τριγώνου είναι πάντοτε οξείες.
- γ. Αν σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ ισχύει $\hat{A} = \hat{A}_{\varepsilon\xi}$,
τότε $\hat{B} = 45^\circ$.

Μονάδες $3 \times 3 = 9$

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και M μέσο της $B\Gamma$.
Στις πλευρές AB και AG παίρνουμε Δ και E αντίστοιχα
με $A\Delta=AE$. Να αποδείξετε ότι :

- A. $B\Delta=GE$.
- B. Το τρίγωνο $M\Delta E$ είναι ισοσκελές.
- Γ. Το τετράπλευρο $B\Delta E\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. **Μονάδες $8+8+9=25$**



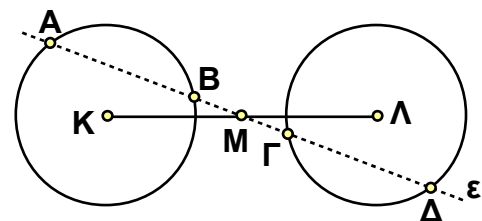
ΘΕΜΑ 3ο

Θεωρούμε δύο ίσους κύκλους με κέντρα K και Λ
και από το μέσο M του $K\Lambda$ φέρουμε μία ευθεία ε ,
η οποία τέμνει τον ένα κύκλο στα σημεία A και B
και τον άλλο στα σημεία Γ και Δ .

Να αποδειχθεί ότι :

- A. τα κέντρα K και Λ των δύο κύκλων ισαπέχουν από την ευθεία ε .
- B. οι χορδές AB και $\Gamma\Delta$ είναι ίσες

Μονάδες $12+13=25$

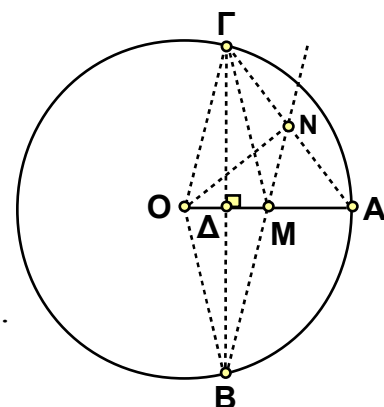


ΘΕΜΑ 4ο

Έστω κύκλος με κέντρο O , ακτίνα OA και M το μέσο
της OA . Από το μέσο Δ του OM φέρνουμε την κάθετη
στο OM , η οποία τέμνει τον κύκλο στα σημεία B και Γ .

Να δείξετε ότι :

- A. Το τετράπλευρο $BO\Gamma M$ είναι ρόμβος
- B. Η προέκταση του BM διέρχεται από το μέσο N της AG .
- Γ. Το τρίγωνο ANO είναι ορθογώνιο.



Μονάδες 10+10+5=25

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 9^ο

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές .

Μονάδες 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α.** Αν η διάκεντρος δύο κύκλων είναι ίση με το άθροισμα των ακτίνων τους , τότε οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά .
- β.** Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι ίσο με το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός κυρτού εξαγώνου .
- γ.** Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο μια οξεία γωνία είναι 60° , τότε η απέναντι κάθετη πλευρά είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας .
- δ.** Τα εφαπτόμενα τμήματα ενός κύκλου που άγονται από σημείο εκτός του κύκλου είναι ίσα μεταξύ τους.
- ε.** Τα σημεία της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχουν από τις πλευρές της γωνίας .

Μονάδες 5x3=15

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$.

Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών του

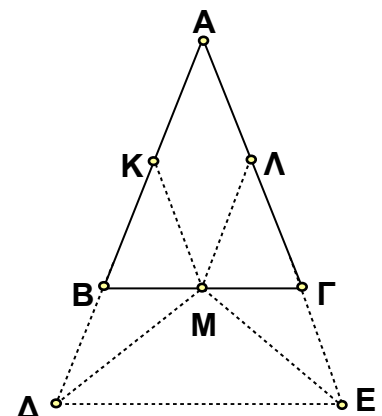
AB και AG παίρνουμε αντίστοιχα

τμήματα $B\Delta = \frac{AB}{2}$ και $\Gamma E = \frac{AG}{2}$.

Αν K , Λ και M είναι τα μέσα των πλευρών

AB , AG και $B\Gamma$ αντίστοιχα , τότε :

- A.** Τα τρίγωνα KBM και ΛGM είναι ίσα .
- B.** Το τρίγωνο ΔEM είναι ισοσκελές .
- Γ.** Το τετράπλευρο $AKML$ είναι ρόμβος .

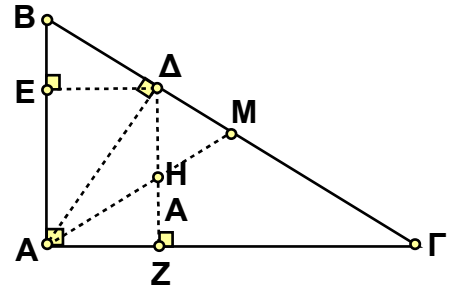


Μονάδες 8+8+9=25

ΘΕΜΑ 3ο

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) με $AB < A\Gamma$ φέρνουμε το ύψος AD , την DE κάθετη στην AB και τη ΔZ κάθετη στην $A\Gamma$. Αν η διάμεσος AM τέμνει τη ΔZ στο H να αποδείξετε ότι :

- A. $B\hat{D}E = \hat{\Gamma}$
 B. τα τρίγωνα AHZ και BDE είναι ίσα .
 Γ. το τετράπλευρο $BEZH$ είναι παραλληλόγραμμο .
 Δ. το τετράπλευρο $ABDH$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



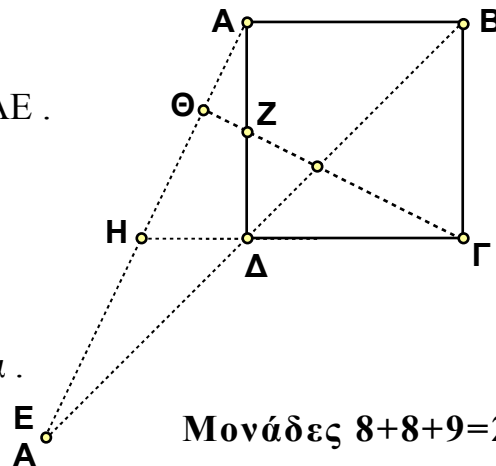
Μονάδες 6+7+6+6=25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$.

Προεκτείνουμε τη $B\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = B\Delta$
 και έστω H το σημείο τομής της $\Gamma\Delta$ με την AE .
 Αν Z το μέσο της $A\Delta$ και οι ΓZ και AE
 τέμνονται στο Θ , να αποδείξετε ότι:

- A. $\Delta H = AB/2$.
 B. Τα τρίγωνα $A\Delta H$ και $\Gamma\Delta Z$ είναι ίσα .
 Γ. $\Gamma\Theta \perp AE$.



Μονάδες 8+8+9=25

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 10^ο**ΘΕΜΑ 1^ο**

A. Να αποδείξετε ότι αν ένα τραπέζιο είναι ισοσκελές τότε οι γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση είναι ίσες.

Μονάδες 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

Μονάδες 10

- α. Δυο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν τις υποτείνουσες ίσες, είναι ίσα.
 β. Οι διαγώνιες κάθε παραλληλογράμμου είναι ίσες.

γ. Κάθε ρόμβος είναι και τετράγωνο.

δ. Τα εφαπτόμενα τμήματα προς ένα κύκλο από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα.

ε. Η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και ύψος του τριγώνου.

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο παραλληλόγραμμο. **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται κύκλος κέντρου K και ένα σημείο Σ στο εξωτερικό του.

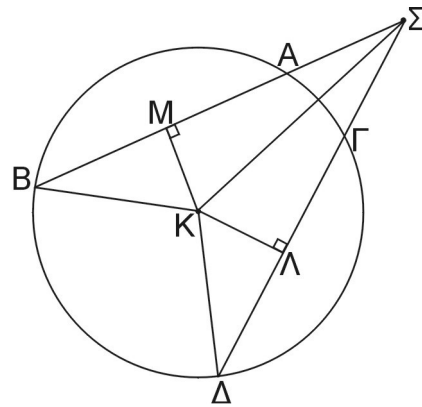
Από το Σ φέρνουμε δύο τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ τέτοιες ώστε $\Sigma B = \Sigma \Delta$.

Αν $KM \perp \Sigma B$ και $K\Lambda \perp \Sigma \Delta$ να αποδείξετε ότι :

- i. Τα τρίγωνα ΣKB και $\Sigma K\Delta$ είναι ίσα και ΣK είναι διχοτόμος της γωνίας Σ .

Μονάδες 13

- ii. $KM = K\Lambda$ και $\Sigma A = \Sigma \Gamma$. **Μονάδες 12**



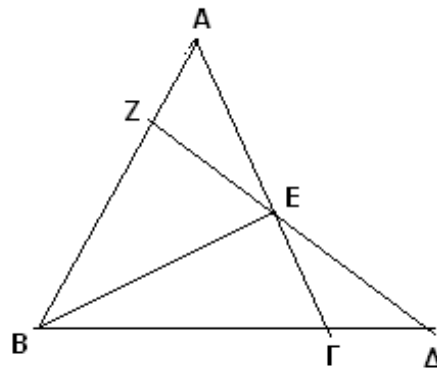
ΘΕΜΑ 3°

ΘΕΜΑ 4°

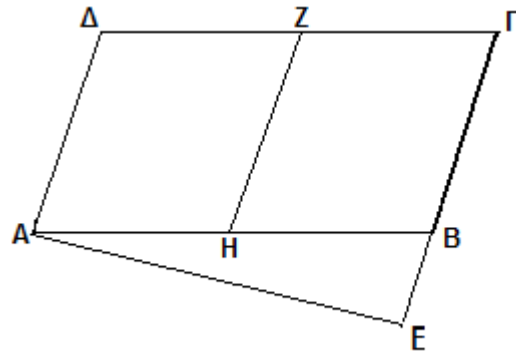
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$

.Προεκτείνουμε την $B\Gamma$ (προς το μέρος του Γ) κατά τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma/2$. Φέρνουμε το ύψος BE και έστω Z το σημείο στο οποίο η ΔE τέμνει την AB . Να αποδείξετε ότι:

- i. Το $\Gamma\Delta E$ είναι ισοσκελές. **Μον. 8**
 ii. Το $B\Delta Z$ είναι ορθογώνιο. **Μον. 8**
 iii. $BZ = 3/4 B\Gamma$. **Μον. 9**



Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2B\Gamma$. Φέρνουμε το τμήμα $AE \perp B\Gamma$ και έστω Z, H τα μέσα των πλευρών $\Delta\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:



- i.* Το τετράπλευρο $Z\Gamma BH$ είναι ρόμβος. **Μονάδες 9**
- ii.* $HZ=HE$. **Μονάδες 8**
- iii.* Η EZ είναι διχοτόμος της γωνίας $HE\Gamma$. **Μονάδες 8**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 11^ο

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της. **Μον. 10**
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α.** Η διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση ισοσκελούς τριγώνου, είναι και διχοτόμος.
 - β.** Σε κάθε τρίγωνο κάθε πλευρά είναι μικρότερη από το άθροισμα των άλλων δύο πλευρών.
 - γ.** Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία είναι πάντα ίσα.
 - δ.** Η κοινή χορδή δύο τεμνόμενων κύκλων είναι πάντα μεσοκάθετος της διακέντρου.
 - ε.** Δύο γωνίες που οι πλευρές τους είναι παράλληλες μία προς μία είναι πάντα ίσες.

Μον. $5 \times 2 = 10$

Γ. Τι ονομάζεται τραπέζιο;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Έστω $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνο. Κατασκευάζουμε στο εσωτερικό του τετραγώνου το ισόπλευρο τρίγωνο ABE . Έστω Λ η προβολή της κορυφής Δ πάνω στην AE .
Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $BE\Gamma$ είναι ίσα
β) Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου $E\Delta\Gamma$.
γ) $AB=2\Delta\Lambda$

Μονάδες 10+10+5=25

ΘΕΜΑ 3ο

Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$ και $AB<\Gamma\Delta$) η διχοτόμος της γωνίας του B τέμνει τη διάμεσό του EZ στο H και τη $\Delta\Gamma$ στο εσωτερικό της σημείο Θ .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $\Gamma\Theta B$ είναι ισοσκελές.
β) Το H είναι το μέσο του $B\Theta$.
γ) Η ΓH είναι κάθετη στην $B\Theta$.

Μονάδες 10+10+5=25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB // \Gamma\Delta$ και με γωνίες Γ και Δ ίσες με 45° η κάθε μία. Έστω MN διάμεσος τραπέζιου με το σημείο M στην $A\Delta$ και το N στην $B\Gamma$. Από το N φέρνουμε παράλληλη προς την $A\Delta$ που τέμνει την $\Gamma\Delta$ στο σημείο K και την προέκταση της AB στο Z .



Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $BZ\Gamma K$ είναι τετράγωνο
β) $KB = \frac{\Gamma\Delta - AB}{2}$ γ) $BK + MN = \Gamma\Delta$

Μονάδες 15+5+5

ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δυο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

Μονάδες 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- i.* Η διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση ισοσκελούς τριγώνου, είναι και διχοτόμος και ύψος.
- ii.* Η κοινή χορδή δύο ίσων τεμνομένων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.
- iii.* Αν δύο ευθείες παράλληλες τέμνονται από τρίτη σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες.
- iv.* Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο αν δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες.
- v.* Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο μία κάθετη πλευρά του είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας τότε η απέναντι οξεία γωνία είναι 30° .

Μονάδες 10

Γ. Πότε ένα τραπέζιο λέγεται ισοσκελές

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2°

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$. Τα

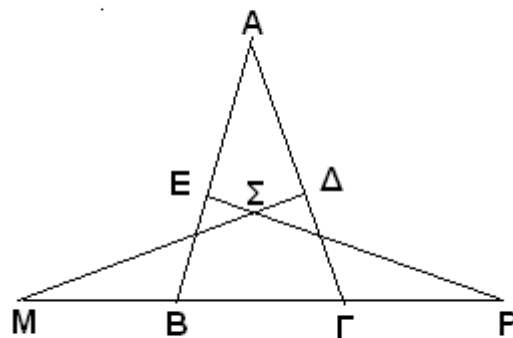
σημεία Δ, E είναι μέσα των πλευρών

$A\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Αν

$M\Delta \perp A\Gamma$ και $PE \perp AB$ και Σ το

σημείο τομής των ευθυγράμμων

τμημάτων $M\Delta$ και PE , να δείξετε ότι:



- i.* $M\Delta = PE$ **Μονάδες**

14

- ii.* το τρίγωνο ΣMP είναι ισοσκελές.

Μονάδες 11

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$.

Προεκτείνουμε την πλευρά ΓB κατά τμήμα

$B\Delta = \Gamma E$ και στην προέκταση του τμήματος

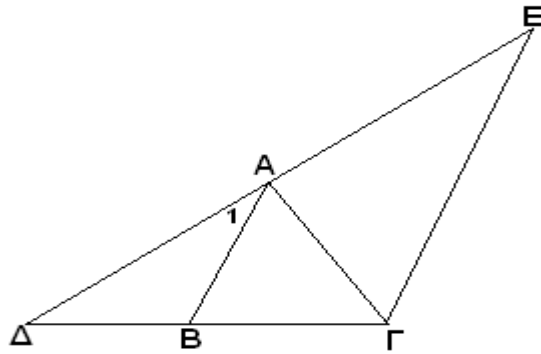
ΔA θεωρώ σημείο E ώστε $AE = \Delta A$.

Να υπολογίσετε τη γωνία $\angle A_1$. **Μον. 9**

Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\Delta \Gamma E$ είναι

ισοσκελές. **Μον. 8**

Να δείξετε ότι $AB \parallel \Gamma E$. **Μον. 8**



ΘΕΜΑ 4°

Θεωρούμε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$, $AB \parallel \Gamma\Delta$ με $\angle A = \angle \Delta = 90^\circ$, $\Delta\Gamma = 2AB$ και $B = 3\Gamma$. Φέρνουμε τη $BE \perp \Delta\Gamma$, που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο K , και την AE , που τέμνει τη $B\Delta$ στο σημείο Λ . Να αποδείξετε ότι:

- i.* $\Gamma = 45^\circ$ **Μονάδες 8**
- ii.* $B\Delta = AE$ **Μονάδες 8**
- iii.* $\Lambda K = 1/4 \Delta\Gamma$. **Μονάδες 9**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 13°

ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.

Μονάδες 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη

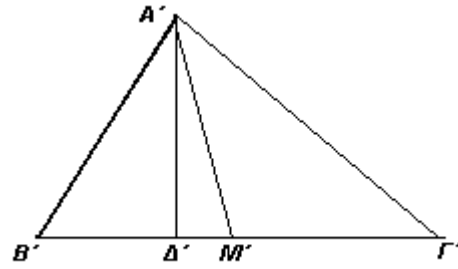
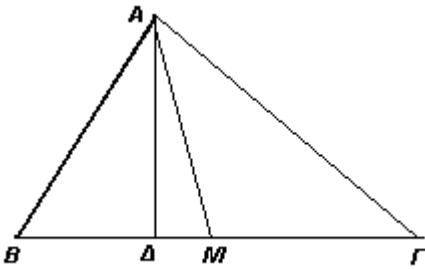
Σωστό ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση. **Μον. 10**

- i.* Αν μια ευθεία είναι κάθετη σε μια από δυο παράλληλες ευθείες τότε είναι κάθετη και στην άλλη.
- ii.* Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δυο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.
- iii.* Αν δυο κύκλοι (K, R) , (Λ, ρ) είναι ο ένας εσωτερικός του άλλου με $R > \rho$ και $K\Lambda = \delta$ τότε $\delta = R - \rho$.
- iv.* Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο αν οι διαγώνιοί του είναι ίσες.
- v.* Η διάμεσος ενός τραπέζιου είναι παράλληλη προς τις βάσεις και ίση με το ημιάθροισμά τους.

Γ. Τι ονομάζεται ύψος τριγώνου και πως συμβολίζεται;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2°



Στο παραπάνω σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ έχουν $B\Gamma = B'\Gamma'$ τα ύψη $A\Delta = A'\Delta'$ και τις διαμέσους $AM = A'M'$ Να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα $AM\Delta$ και $A'M'\Delta'$ είναι ίσα.
- ii. Τα τρίγωνα $AM\Gamma$ και $A'M'\Gamma'$ είναι ίσα.
- iii. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

Μονάδες 8

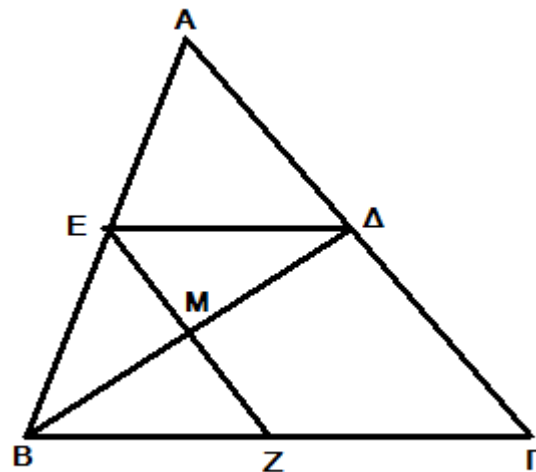
Μονάδες 8

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3°

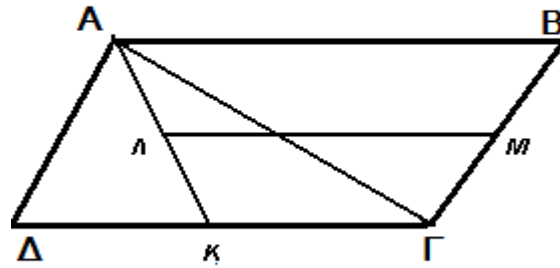
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, η διχοτόμος $B\Delta$ και M το μέσο της $B\Delta$. Από το Δ φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$ που τέμνει τη AB στο E . Αν η EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα $EM\Delta$ και BMZ είναι ίσα **Μονάδες 8**
- ii. Το τετράπλευρο $E\Delta ZB$ είναι παραλληλόγραμμο **Μονάδες 8**
Το παραλληλόγραμμο $E\Delta ZB$ είναι ρόμβος **Μονάδες 9**



ΘΕΜΑ 4°

Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο με $AB = 2A\Delta = 2\alpha$ και η διαγώνιος $A\Gamma$ είναι κάθετη στη ΓB . Έστω K το μέσο της $\Gamma\Delta$, Λ το μέσο της AK και M το μέσο της $B\Gamma$.



i. Να αποδείξετε ότι οι AK και $B\Gamma$ δεν είναι παράλληλες και ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma K$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. **Μονάδες 9**

ii. Να υπολογίσετε το ΛM σε συνάρτηση με το α . **Μονάδες 8**

iii. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τραπέζιου $AB\Gamma K$. **Μονάδες 8**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 14^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές (12,5 μον.)
 B. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B=2A$ και $\Gamma=3^A$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του $AB\Gamma$ (12,5 μον.)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) και $A\Delta$ το ύψος του. N, E, Z τα μέσα των $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα, ν.δ.ο.

- α) Τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $A\Delta Z$ είναι ισοσκελή β) $\widehat{E\Delta Z} = 90^\circ$

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από τις απέναντι κορυφές A και Γ φέρνουμε κάθετες AE και ΓZ προς τη διαγώνιο $B\Delta$. Ν.δ.ο.

- α) $\text{τρίγ.} A\Delta E = \text{τρίγ.} B\Gamma Z$ β) το $A\Gamma Z E$ είναι παραλληλόγραμμο

ΘΕΜΑ 4^ο

Εσωτερικά ενός τετραγώνου κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο ABE .

- α) ν.δ.ο. το ΓΔΕ είναι ισοσκελές β) να υπολογίσετε τις γωνίες του ΓΔΕ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 15^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Ν.δ.ο. αν ένα τραπέζιο είναι ισοσκελές τότε οι που πρόσκεινται σε μία βάση είναι ίσες
 B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

Μονάδες 10

1. Δύο ορθογώνια που έχουν τις υποτείνουσες ίσες , είναι ίσα
 2. Οι διαγώνιες κάθε παραλληλογράμμου είναι ίσες
 3. Κάθε ρόμβος είναι και τετράγωνο
 4. Τα εφαπτόμενα τμήματα ενός κύκλου από σημείο εκτός αυτού , είναι ίσα
 5. Η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και ύψος αυτού.
- Γ. Να αναφέρετε τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο παραλληλόγραμμο (5 μον.)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται κύκλος κέντρου Κ και ένα σημείο Σ εκτός αυτού. Από το Σ φέρνουμε δύο τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΑΔ τέτοιες ώστε ΣΒ=ΣΔ. Αν $KM \perp \Sigma B$ και $K\Lambda \perp \Sigma \Delta$, ν.δ.ο.

- α) τρίγ.ΣΚΒ=τρίγ.ΣΚΔ και ΣΚ διχοτόμος της γωνίας Σ (13 μον.)
 β) $KM=K\Lambda$ και $\Sigma A=\Sigma \Gamma$ (12 μον.)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Στην προέκταση της ΒΓ και προς το μέρος του Γ παίρνουμε το τμήμα $\Gamma\Delta=B\Gamma/2$. Αν ΖΕ το ύψος του και η ευθεία ΔΕ τέμνει την ΑΒ στο Ζ ,

- ν.δ.ο.:
- α) το ΓΔΕ είναι ισοσκελές (8 μον.)
 β) το ΒΔΖ είναι ορθογώνιο (8 μον.) γ) $BZ=3/4B\Gamma$ (9 μον.)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2B\Gamma$. Φέρνουμε το $AE \perp B\Gamma$ και έστω Z, H τα μέσα των $\Delta\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Ν.δ.ο.

α) το $Z\Gamma BH$ είναι ρόμβος (9 μον.) β) $HZ=HE$ (8 μον.)

γ) η EZ είναι διχοτόμος της $H\hat{E}\Gamma$ (8 μον.)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 15^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Ν.δ.ο. η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας (13 μον.)

B. α) Δώστε τον ορισμό του ρόμβου (4 μον.)

β) Ν.δ.ο. οι διαγώνιοι του ρόμβου τέμνονται κάθετα (8 μον.)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται γωνία $XO\Psi$, η διχοτόμος της $O\delta$ και M, N σημεία της $O\delta$ ώστε $OM < ON$.

Πάνω στις πλευρές $O\chi$ και $O\psi$ θεωρούμε αντίστοιχα τα σημεία A, B ώστε $OA=OB$.

Ν.δ.ο. α) $AM=BM$ (10 μον.) β) τρίγ. AMN =τρίγ. BMN (15 μον.)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ, E τα μέσα των $A\Gamma, AB$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε το $B\Delta$ κατά $\Delta Z=B\Delta$ και το ΓE κατά $E H=\Gamma E$. Ν.δ.ο.

α) το $HA\Gamma B$ είναι παραλληλόγραμμο (12 μον.) β) $AH=AZ$ (13 μον.)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της $\Gamma\Delta$. Στην προέκταση του OM παίρνουμε το $MN=OM$, όπου O το σημείο τομής των διαγωνίων. Ν.δ.ο.

α) $OM=A\Delta/2$ (8 μον.) β) το $\Delta O\Gamma N$ είναι παραλληλόγραμμο (8 μον.)

γ) $2KM=AK$. όπου K το σημείο τομής της AM με τη $B\Delta$ (9 μον.)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 16^ο

ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι διάμεσος και ύψος. **(Μονάδες 10)**

B. Ποια η χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της διχοτόμου μιας γωνίας ; **(Μονάδες 6)**

Γ. Τι ονομάζεται διάμεσος τραπεζίου και να αναφέρετε δύο ιδιότητές της. **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB=6$, $A\Gamma=8$ και

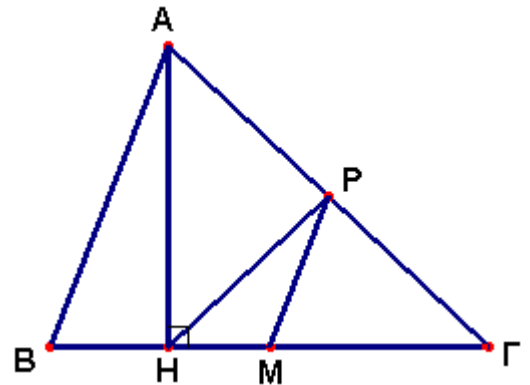
$\hat{B} = 60^\circ$. Έστω AH ύψος του και M, P τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

α) Τα μήκη των τμημάτων HP και MP .

(Μονάδες 10)

β) Το μήκος του τμήματος BH . **(Μονάδες 8)**

γ) Την γωνία $\hat{P}\hat{M}\hat{\Gamma}$. **(Μονάδες 7)**

**ΘΕΜΑ 3°**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και K, Λ

τα μέσα των πλευρών του AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

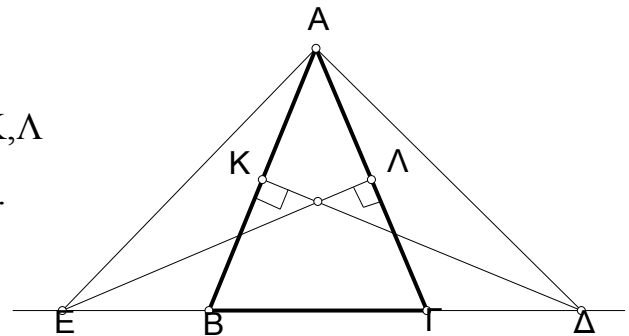
Στο K φέρνουμε κάθετη στην AB που τέμνει την ευθεία $B\Gamma$ στο Δ και στο Λ φέρνουμε κάθετη στην $A\Gamma$ που τέμνει την ευθεία $B\Gamma$ στο E .

Να δείξετε ότι:

α) $K\Delta = E\Lambda$.

β) $EB = \Delta\Gamma$.

γ) Δείξτε ότι το τρίγωνο $A\epsilon\Delta$ είναι ισοσκελές.



(Μονάδες 8)

(Μονάδες 9)

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4°

Προεκτείνουμε τις πλευρές ΒΑ και ΓΑ ενός τριγώνου ΑΒΓ κατά τμήματα $ΑΔ = ΑΒ$ και $ΑΕ = ΑΓ$

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι ΔΕΒΓ παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)

γ) Βρείτε μια συνθήκη για το τρίγωνο ΑΒΓ έτσι ώστε το ΔΕΒΓ να είναι ορθογώνιο.
(εξηγήστε) (Μονάδες 5)

δ) Βρείτε μια συνθήκη για το τρίγωνο ΑΒΓ έτσι ώστε το ΔΕΒΓ να είναι ρόμβος.
(εξηγήστε) (Μονάδες 5)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 17^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου ισούται με 180°
(Μονάδες 15)

B. Τι ονομάζουμε τραπέζιο και πότε αυτό λέγεται ισοσκελές (Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^{\circ}$ η διάμεσος ΑΜ είναι ίση με την

ΑΒ τότε $\hat{B} = 30^{\circ}$

2) Δύο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία είναι και μεταξύ τους κάθετες

3) Η διχοτόμος μιας γωνίας της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι πάντοτε ύψος και διάμεσος.

4) Αν δύο κύκλοι με ακτίνες R και ρ εφάπτονται εξωτερικά τότε η διάκεντρος ισούται με το άθροισμα των ακτίνων τους $R + \rho$

5) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι διπλάσια της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο με την εγγεγραμμένη. (Μονάδες 5)

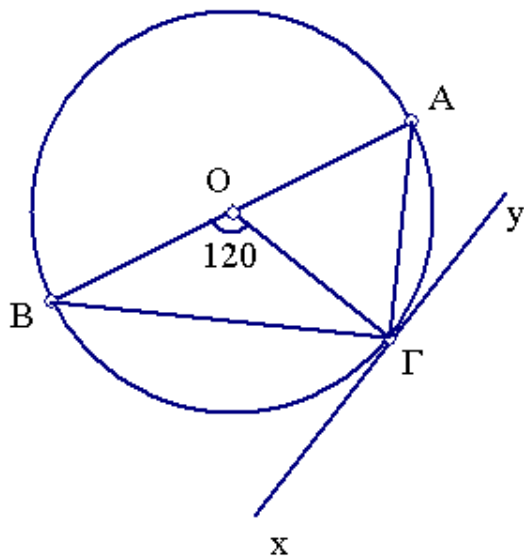
ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο με $\widehat{B\Delta A} = 120^\circ$. Η διχοτόμος της $A\Delta$ τέμνει την AB στο μέσο της E . Φέρνουμε EZ κάθετη στην $\Gamma\Delta$ με Z πάνω στην $\Gamma\Delta$.

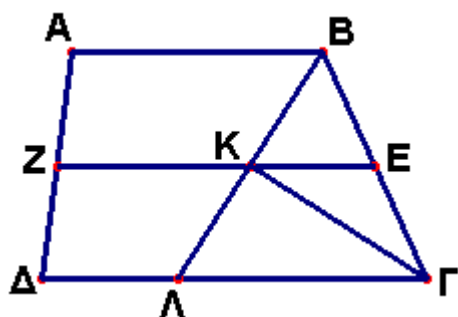
- A) Να υπολογιστεί η $A\Delta$ (Μονάδες 5)
 B) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές (Μονάδες 5)
 Γ) Να αποδείξετε ότι $AB = 2 B\Gamma$ (Μονάδες 8)
 Δ) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = 2 EZ$ (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας κύκλος (O, R) , xy είναι μία εφαπτομένη του στο σημείο Γ , AB μια διάμετρος του και η γωνία $\widehat{B\hat{O}\Gamma}$ ισούται με 120° .



- α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{B\Gamma x}$, $\widehat{A\Gamma y}$ και $\widehat{A\Gamma B}$. (Μονάδες 8)
 β) Να υπολογίσετε το μέτρο των τόξων $A\Gamma$ και $B\Gamma$ (Μονάδες 8)
 γ) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = R$. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4^ο

Στο διπλανό τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$), η διχοτόμος $Β\Lambda$ της γωνίας $\hat{B}=120^\circ$, τέμνει τη διάμεσο EZ στο K .

Να αποδείξετε ότι :

- α. το K είναι μέσον του $Β\Lambda$. (Μονάδες 5)
- β. $KE = \frac{\Gamma\Lambda}{2}$ (Μονάδες 5) γ. $ZK = \frac{\Delta\Lambda + AB}{2}$. (Μονάδες 5)
- δ. $\hat{BK\Gamma} = 90^\circ$. (Μονάδες 5) ε. το τρίγωνο $Β\Lambda\Gamma$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 5)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 18^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Να αποδείξετε ότι, η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας, είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας. (Μονάδες 12)
- B.** Να δώσετε τον ορισμό του ισοσκελούς τραπέζιου και να αναφέρετε δύο ιδιότητές του . (Μονάδες 5)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α. Όλες οι πλευρές ενός ρόμβου είναι ίσες μεταξύ τους (Μονάδες 2)
- β. Μια ευθεία λέγεται μεσοκάθετος ενός τμήματος AB , όταν διέρχεται από το μέσον του τμήματος AB . (Μονάδες 2)
- γ. Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου , είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου . (Μονάδες 2)
- δ. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο, μια γωνία του ισούται με 60° , τότε η απέναντι πλευρά της είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας. (Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 2^ο

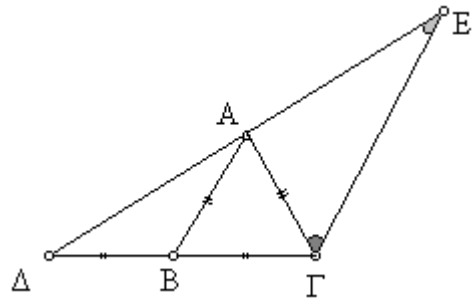
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε τη ΓB κατά τμήμα $B\Delta = B\Gamma$ και τη ΔA κατά τμήμα $AE = \Delta A$.

Να αποδείξετε ότι :

α. Το τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)

β. $AB \parallel \Gamma E$ (Μονάδες 8)

γ. Το τρίγωνο $E\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές



(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω τέσσερα διαδοχικά συνευθειακά σημεία έτσι ώστε $AB=B\Gamma=\Gamma\Delta$. Από τα B και Γ φέρνουμε στο ίδιο ημιεπίπεδο τα παράλληλα τμήματα $BZ \parallel \Gamma E$ ώστε $BZ=\Gamma E=2B\Gamma$

(όχι κάθετα στην $B\Gamma$) και ονομάζουμε K και Λ τα σημεία τομής των BZ και ΓE με τα τμήματα AE και ΔZ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α. Το τετράπλευρο $B\Gamma E Z$ είναι παραλληλόγραμμο

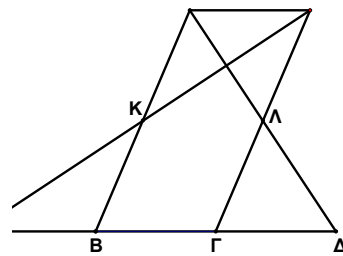
(Μονάδες 8)

β. Τα K και Λ είναι μέσα των τμημάτων AE και ΔZ

(Μονάδες 8)

γ. Τα τμήματα AE και ΔZ είναι κάθετα μεταξύ τους

(Μονάδες 9)

**ΘΕΜΑ 4^ο**

Το τρίγωνο $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος, είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$).

Δίνονται ακόμη : 1) $\Gamma\Delta \perp A\Gamma$ 2) $\Gamma\Delta = B\Gamma$ 3) K μέσο του $B\Delta$ 4) Λ μέσο του $A\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι :

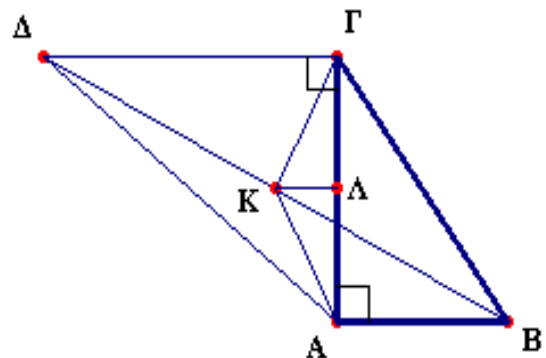
α. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο

β.
$$K\Lambda = \frac{B\Gamma - AB}{2}$$

γ. $K\Lambda \perp A\Gamma$

δ. Το τρίγωνο $K\Lambda\Gamma$ είναι ισοσκελές

ε. Οι γωνίες $\hat{K}\Lambda B$ και $\hat{K}\Gamma\Delta$ είναι παραπληρωματικές



(Μονάδες $5 \times 5 = 25$)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 19^ο (προτεινόμενα)

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι , η διάμεσος τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας, είναι ίση με το μισό της υποτεινουσας. **(Μονάδες 12)**

B. Να δώσετε τον ορισμό του ισοσκελούς τραπεζίου και να αναφέρετε δύο ιδιότητές του . **(Μονάδες 5)**

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές , όταν έχουν άθροισμα 90° .

(Μονάδες 1)

β. Μια ευθεία λέγεται μεσοκάθετος ενός τμήματος AB, όταν διέρχεται από το μέσον του τμήματος.

(Μονάδες 1)

γ. Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου , είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου .

(Μονάδες 1)

δ. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο , μια γωνία του ισούται με 30° , τότε η προσκείμενη πλευρά του είναι ίση με το μισό της υποτεινουσας και αντίστροφα .

(Μονάδες 1)

Δ. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω στο τετράδιό σας , ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις .

α. Δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν, όταν

.....

(Μονάδες 1)

β. Το τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου , είναι

.....

(Μονάδες 1)

γ. Η διάμεσος τραπεζίου είναι

.....

(Μονάδες

1)

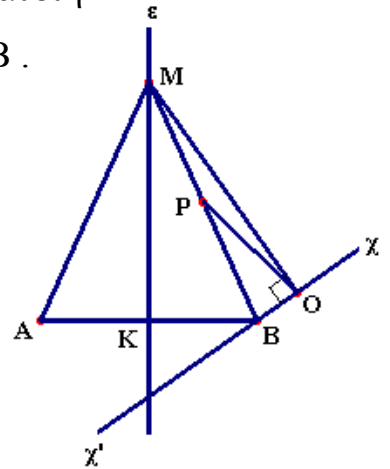
δ. Το ύψος ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση του , είναι

.....

(Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο διπλανό σχήμα, η ευθεία ϵ είναι μεσοκάθετος του τμήματος AB και η $\chi\chi'$ τυχαία ευθεία που διέρχεται από το B , έτσι ώστε να μην είναι κάθετη στο τμήμα MB . Δίνονται ακόμη : 1) $MO \perp \chi\chi'$ 2) P μέσο του MB .



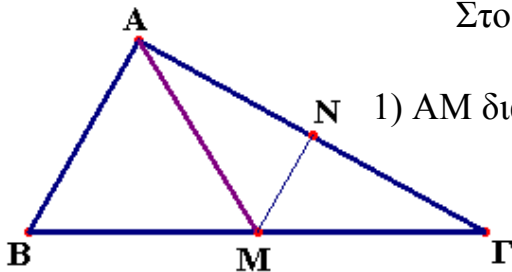
Να αποδείξετε ότι :

α. $OP = \frac{MB}{2}$. (Μονάδες 12)

β. $OP = \frac{MA}{2}$. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος δίνονται :



1) AM διάμεσος 2) $AB = \frac{B\Gamma}{2}$ 3) $\hat{B} = 60^\circ$ 4) N μέσο της AG

Να αποδείξετε ότι :

α. Το τρίγωνο ABM είναι ισόπλευρο .

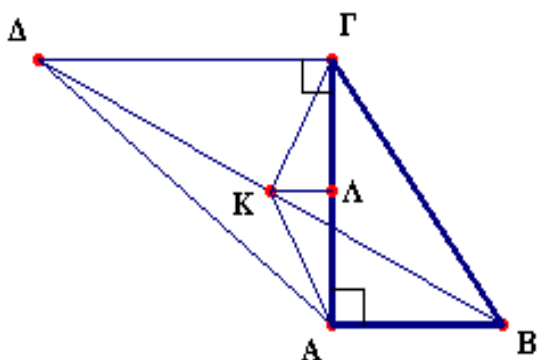
β. Το τρίγωνο $AM\Gamma$ είναι ισοσκελές .

γ. Το τμήμα MN είναι κάθετο στην AG δ. $MN = \frac{B\Gamma}{4}$

ε. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) (Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 3^ο

Το τρίγωνο $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος, είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$).



Δίνονται ακόμη :

1) $\Gamma\Delta \perp A\Gamma$ 2) $\Gamma\Delta = B\Gamma$

3) K μέσο του $B\Delta$ 4) Λ μέσο του $A\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι :

α. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο .

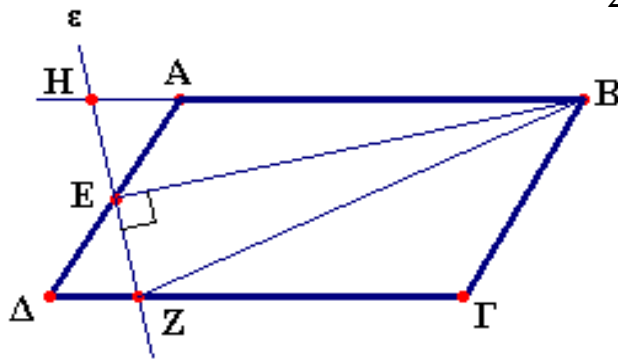
β. $K\Lambda = \frac{B\Gamma - AB}{2}$.

γ. $ΚΛ \perp ΑΓ$.

δ. Το τρίγωνο ΚΑΓ είναι ισοσκελές .

ε. Οι γωνίες $\hat{ΚΑΒ}$ και $\hat{ΚΓΔ}$ είναι παραπληρωματικές . (Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 4^ο



Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο .Δίνονται ακόμη :

- 1) ΑΗ προέκταση της πλευράς ΒΑ .
- 2) Ε μέσο της πλευράς ΑΔ .
- 3) Η ευθεία ε είναι κάθετη στο τμήμα ΒΕ .

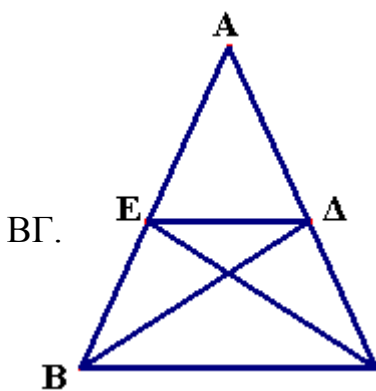
Να αποδείξετε ότι :

α. Τα τρίγωνα ΔΕΖ και ΑΕΗ είναι ίσα . (Μονάδες 8)

β. $BZ = BH$. (Μονάδες 8)

γ. $BZ = ΔZ + ΔΓ$ (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο



Στο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος , θεωρούμε τις διχοτόμους ΒΔ και ΓΕ των γωνιών $\hat{Β}$ και $\hat{Γ}$ αντίστοιχα .
Επιπλέον το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο προς την πλευρά

Να αποδείξετε ότι :

α. Τα τρίγωνα ΒΕΔ και ΓΔΕ είναι ισοσκελή . (Μονάδες 6)

β. $BE = ΓΔ$. (Μονάδες 6)

γ. Το τετράπλευρο ΒΓΔΕ , είναι ισοσκελές τραπέζιο . (Μονάδες 6)

δ. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές . (Μονάδες 7)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 20^ο

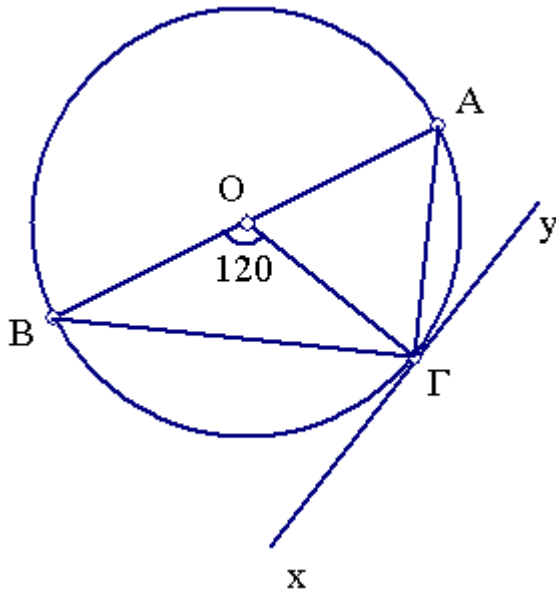
Θ Ε Μ Α 1^ο

- A. α)** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου $AB\Gamma$ ισούται με 180°
(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)
- β)** Να δώσετε τον ορισμό του παραλληλογράμμου και να γράψετε τις ιδιότητές του.
(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α) Τα τμήματα με μήκη **6,3,9** σχηματίζουν τρίγωνο. (ΜΟΝΑΔΕΣ 2)
- β) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) η διάμεσος AM είναι ίση με την AB τότε $\hat{B} = 30^\circ$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 2)
- γ) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ και KAM έχουν τις βάσεις τους $B\Gamma$ και AM ίσες και $\hat{B} = \hat{A}$ τότε είναι ίσα (ΜΟΝΑΔΕΣ 2)
- δ) Σε ένα τραπέζιο οι βάσεις του έχουν μήκη **5** και **3** τότε η διάμεσος του ισούται με **4**.
(ΜΟΝΑΔΕΣ 2)
- ε) Έστω (K,R) και (Λ,ρ) δυο κύκλοι που εφάπτονται εσωτερικά και δ η διάκεντρός τους τότε ισχύει $\delta=R-\rho$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 2)

Θ Ε Μ Α 2^ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας κύκλος (O, R) , xy είναι μία εφαπτομένη του στο σημείο Γ , AB μια διάμετρος του και η γωνία $B\hat{O}\Gamma$ ισούται με 120° :

- α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $B\hat{\Gamma}x$, $A\hat{\Gamma}y$ και $A\hat{\Gamma}B$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)
- β) Να υπολογίσετε το μέτρο των τόξων $A\Gamma$ και $B\Gamma$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)
- γ) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma=R$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 9)



ΘΕΜΑ 3°

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με $ΑΒ=2ΒΓ$. Θεωρούμε $Μ$, $Ν$ τα μέσα των πλευρών $ΑΒ$, $ΓΔ$ αντίστοιχα και τμήμα $ΑΕ$ κάθετο προς την $ΒΓ$.

Να δείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $ΜΒΓΝ$ είναι ρόμβος.

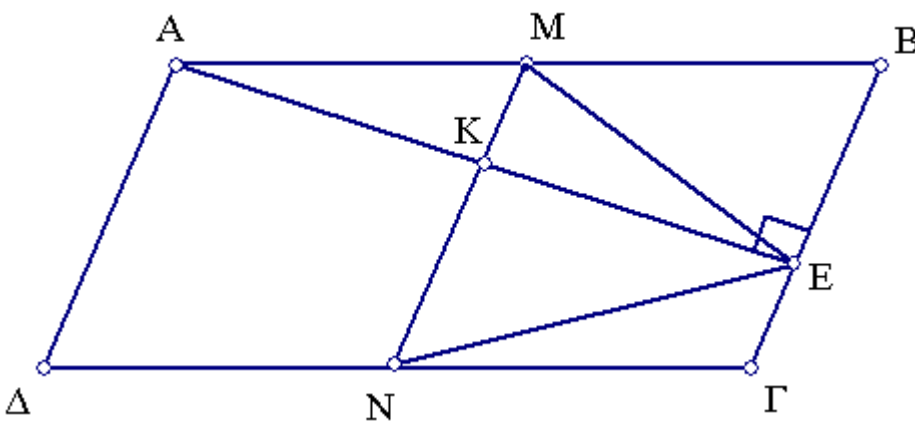
(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

β) Το τρίγωνο $ΜΕΝ$ είναι ισοσκελές.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)

γ) Αν $Κ$ το σημείο τομής των $ΑΕ$ και $ΜΝ$ ισχύει $ΚΝ = \frac{ΑΒ - ΕΒ}{2}$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)



Θ Ε Μ Α 4°

Έστω τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ ($\hat{Α} = \hat{Δ} = 90^\circ$) με βάσεις $ΑΒ$ και $ΔΓ$ τέτοιες ώστε:

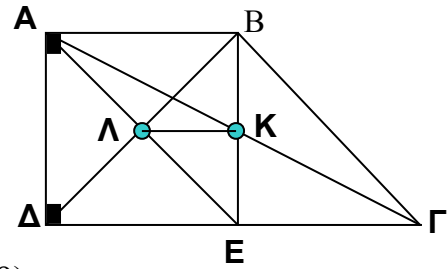
$ΓΔ = 2ΑΒ$ και $\hat{Β} = 3\hat{Γ}$. Αν $ΒΕ$ το ύψος του τραπέζιου τότε:

α) Να δείξετε ότι: $\hat{Γ} = 45^\circ$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

β) Να δείξετε ότι $ΑΕ = ΒΔ$ και $ΑΕ \perp ΒΔ$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

γ) Αν $Κ$ το μέσο της $ΑΓ$ και $Λ$ το σημείο τομής

των $ΑΕ, ΒΔ$ να δείξετε ότι: $ΛΚ = \frac{ΔΓ}{4}$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 9)

**ΛΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 21°****Θ Ε Μ Α 1°**

A. α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος $ΑΜ$ ορθογωνίου τριγώνου $ΑΒΓ$ ($\hat{Α} = 90^\circ$) που φέρνουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

β) Να δώσετε τον ορισμό του παραλληλογράμμου και να γράψετε τις ιδιότητές του.

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Τα τμήματα με μήκη 6,3,9 σχηματίζουν τρίγωνο.

β) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{Α} = 90^\circ$) η διάμεσος $ΑΜ$ είναι ίση με την $ΑΒ$

τότε $\hat{Β} = 30^\circ$

γ) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΚΛΜ$ έχουν τις βάσεις τους $ΒΓ$ και $ΛΜ$ ίσες

και $\hat{Κ} = \hat{Λ}$ τότε είναι ίσα

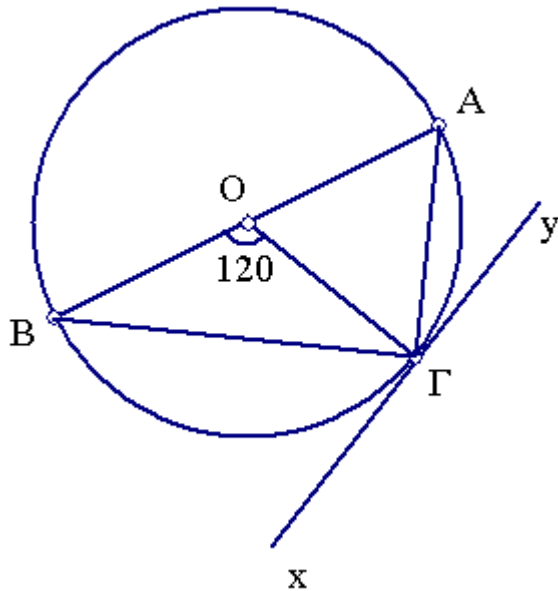
δ) Σε ένα τραπέζιο οι βάσεις του έχουν μήκη 5 και 3 τότε η διάμεσος του ισούται με 4.

ε) Εστω $(Κ, R)$ και $(Λ, ρ)$ δυο κύκλοι που εφάπτονται εσωτερικά και δ η διάκεντρός τους τότε ισχύει $\delta = R - \rho$

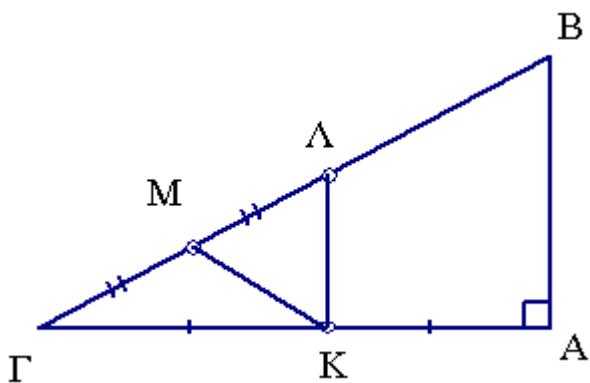
Θ Ε Μ Α 2°

A. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας κύκλος (O, R) , xy είναι μία εφαπτομένη του στο σημείο Γ και η γωνία $\hat{ΒΟΓ}$ ισούται με 120° :

- α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{B\Gamma x}$, $\widehat{A\Gamma y}$ και $\widehat{A\Gamma B}$.
 β) Να υπολογίσετε το μέτρο των τόξων $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{B\Gamma}$
 γ) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma=R$.



B. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, K μέσο της $A\Gamma$, M μέσο της $\Lambda\Gamma$ και $K\Lambda \parallel AB$. Αν $AB=9$ και $B\Lambda=7,5$ να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $K\Lambda$ και KM .

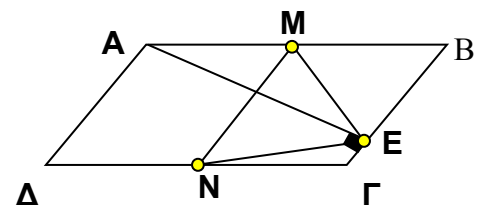


Θ Ε Μ Α 3°

Δίνεται παρ/μο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2B\Gamma$. Θεωρούμε M , N τα μέσα των πλευρών AB , $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα και τμήμα $A\Gamma$ κάθετο προς την $B\Gamma$.

Να δείξετε ότι:

- α) το τετράπλευρο $MB\Gamma N$ είναι ρόμβος.



β) το τρίγωνο MEN είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) με βάσεις AB και $\Delta\Gamma$ τέτοιες ώστε:

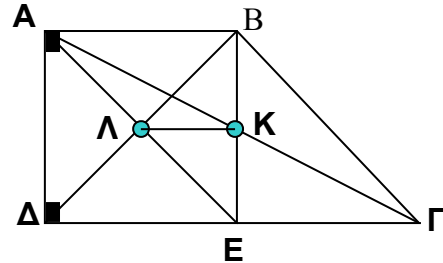
$\Gamma\Delta = 2AB$ και $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$. Αν BE το ύψος του τραπεζίου

τότε: α) Να δείξετε ότι: $\hat{\Gamma} = 45^\circ$.

β) Να δείξετε ότι $AE = B\Delta$ και $AE \perp B\Delta$.

γ) Αν K το μέσο της $A\Gamma$ και Λ το σημείο τομής

των $AE, B\Delta$ να δείξετε ότι: $\Lambda K = \frac{\Delta\Gamma}{4}$



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 22^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου ισούται με 180°

(Μονάδες 10)

B. Τι ονομάζουμε τραπέζιο και πότε αυτό λέγεται ισοσκελές (Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ η διάμεσος $AM = AB$ τότε $\hat{B} = 30^\circ$

β) Δύο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία είναι και μεταξύ τους κάθετες

γ) Η διχοτόμος μιας γωνίας προσκείμενη στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι πάντοτε ύψος και διάμεσος.

δ) Αν δύο κύκλοι με ακτίνες R και ρ εφάπτονται εξωτερικά τότε η διάκεντρος ισούται με το άθροισμα των ακτίνων τους $R + \rho$

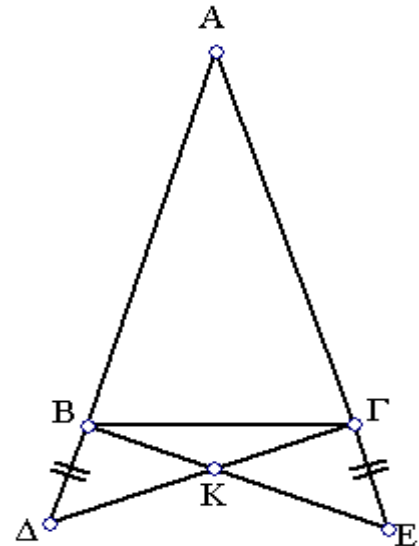
ε) Αν ένα τετράπλευρο έχει τις διαγώνιες του ίσες τότε κατ' ανάγκη είναι ορθογώνιο

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο ($AB=AG$). Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές AB και AG κατά τμήματα BD και GE αντίστοιχα, έτσι ώστε $BD=GE$. Αν K το σημείο τομής των BE και GD τότε να αποδείξετε

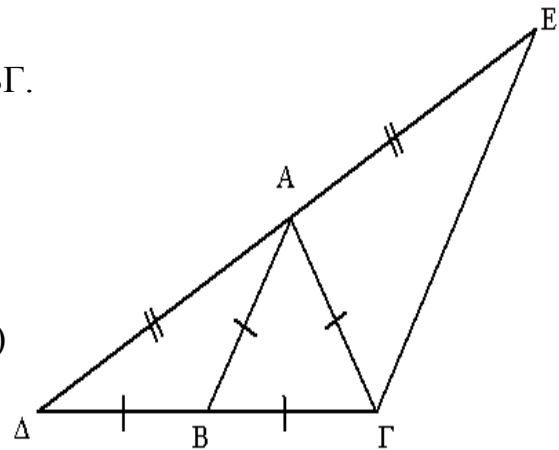
- α) $BE=GD$. (Μονάδες 12)
 β) Το τρίγωνο BKG είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

**ΘΕΜΑ 3°**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ABG . Προεκτείνουμε τη GB κατά τμήμα $BD = BG$ και τη GA κατά τμήμα $AE = GA$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο ADG είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)
 β) $AB \parallel GE$. (Μονάδες 8)
 γ) Το τρίγωνο EDG είναι ισοσκελές



(Μονάδες 9)

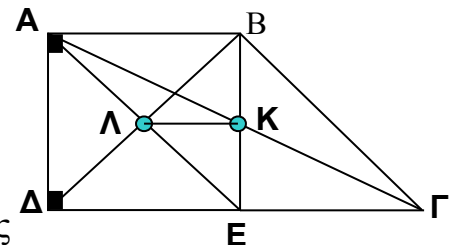
ΘΕΜΑ 4°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τραπέζιο $ABGD$ ($\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$) με βάσεις $AB \parallel DG$ τέτοιες ώστε:

$$\Gamma D = 2AB \quad \text{και} \quad \hat{B} = 3\hat{\Gamma}.$$

Αν BE το ύψος του τραπέζιου τότε:

- α) Να δείξετε ότι: $\hat{\Gamma} = 45^\circ$. (Μονάδες 8)
 β) Να δείξετε ότι: $AE = BD$ και $AE \perp BD$ (Μονάδες 9)
 γ) Αν K το σημείο τομής των AG , BE και Λ το σημείο τομής



των AE , BD να δείξετε ότι: $\Lambda K = \frac{DG}{4}$. (Μονάδες 8)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 23^ο

ΘΕΜΑ 1^ο :

A) Να αποδείξετε ότι : Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα τα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίση με το μισό της .

(13 μονάδες)

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη "Σωστό" αν η πρόταση είναι σωστή και "Λάθος" αν η πρόταση είναι λάθος , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου τέμνονται κάθετα.

β. Το τετράγωνο είναι ο ρόμβος με διαγώνιες ίσες.

γ. Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

δ. Βαρύκεντρο ονομάζουμε το σημείο τομής των υψών ενός τριγώνου.

ε. Το ισοσκελές τραπέζιο έχει διαγώνιες ίσες .

στ. Το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι και

διάμεσος και διχοτόμος .

(6X2=12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο :

Δίνεται $AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=A\Gamma$) τρίγωνο .Αν $B\Delta$ και ΓE οι διχοτόμοι των γωνιών β και $\hat{\Gamma}$ και K σημείο τομής αυτών των διχοτόμων να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $\hat{A}B\Delta$, $\hat{A}\Gamma E$ είναι ίσα. (10 μονάδες)

β) Το τρίγωνο $\hat{K}B\Gamma$ είναι ισοσκελές (8 μονάδες)

γ) $EK=K\Delta$ (7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο :

Έστω η γωνία $\chi O\psi$ και από ένα εσωτερικό της σημείο M φέρουμε τις MK και ML κάθετες στις OX και $O\psi$ αντίστοιχα .Αν Θ το μέσο της OM και H το μέσο της KL να αποδείξετε τα παρακάτω:

α. $K\Theta=\Theta L$ (13 μονάδες)

β. ΘH είναι κάθετος στη KL ($\Theta H \perp KL$) (12 μονάδες)

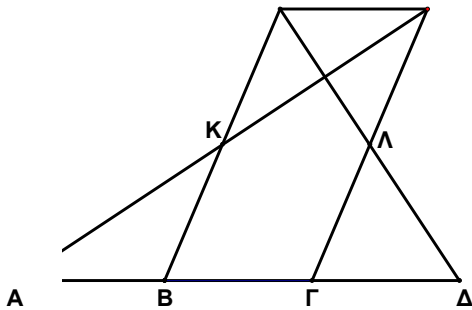
ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta=3/2AB$. Αν E, Z, H είναι τα μέσα των $AB, B\Gamma$ και ΔE αντίστοιχα και η προέκταση της AH τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο Θ , να αποδείξετε τα παρακάτω:

- α. $AE=\Delta\Theta$. (8 μονάδες)
 β. $HZ//=AB$. (10 μονάδες)
 γ. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο. (7 μονάδες)

ΛΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 24^ο(προτεινόμενα)**ΘΕΜΑ 1^ο**

Έστω τέσσερα διαδοχικά συνευθειακά σημεία έτσι ώστε $AB=B\Gamma=\Gamma\Delta$. Από τα B και Γ φέρνουμε στο ίδιο ημιεπίπεδο τα παράλληλα τμήματα $BZ // \Gamma E$ ώστε $BZ=\Gamma E=2B\Gamma$ (όχι κάθετα στην $B\Gamma$) και ονομάζουμε K και Λ τα σημεία τομής των BZ και ΓE με τα τμήματα AE και ΔZ αντίστοιχα.



Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $B\Gamma E Z$ είναι παραλληλόγραμμο (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 β) Τα K και Λ είναι μέσα των τμημάτων AE και ΔZ (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 γ) Τα τμήματα AE και ΔZ είναι κάθετα μεταξύ τους (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 2^ο

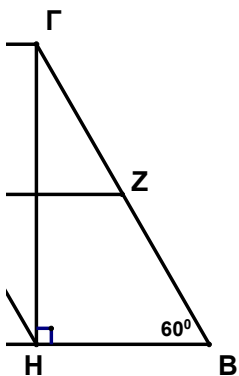
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $A = 90^\circ$ και η γωνία Γ είναι πενταπλάσια της γωνίας B . Φέρνουμε το ύψος $A\Delta$ και την διάμεσο AM του τριγώνου $AB\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Η γωνία $B = 15^\circ$ (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 β) Το τρίγωνο ABM είναι ισοσκελές (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 γ) $B\Gamma = 4A\Delta$ (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με γωνίες $A = \Delta = 90^\circ$, $AB > \Gamma\Delta$, $B\Gamma = 4\Gamma\Delta$ και $B = 60^\circ$. Φέρνουμε την ΓH κάθετη στην AB (Η πάνω στην AB) και θεωρούμε τα μέσα E και Z των πλευρών του $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.



Να αποδείξετε ότι:

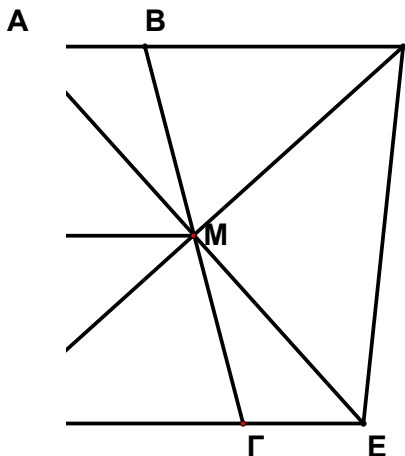
- α) Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 β) $HB = EZ$ (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 γ) Το τετράπλευρο $EHBZ$ είναι παραλληλόγραμμο (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta = AB + \Gamma\Delta$ και $AB < \Gamma\Delta$.

Έστω K , M τα μέσα των $A\Delta$ και $B\Gamma$, E το σημείο τομής των ευθειών AM και $\Delta\Gamma$ και Z το σημείο τομής των ΔM και AB .

Να αποδείξετε ότι:



- α) Τα τρίγωνα ABM και $MΓE$ είναι ίσα (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
- β) Το τρίγωνο $AMΔ$ είναι ορθογώνιο (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
- γ) Το τετράπλευρο $AΔEΖ$ είναι ρόμβος (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)