ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ ΤΗΣ ΡΟΔΟΥ ΤΗΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1$^{\text{Ο}}$

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Αν $\alpha>0$ και $\alpha \neq 1$,τότε για οποιουσδήποτε θ_1, $\theta_2 > 0$ να δείξετε ότι
$\log_\alpha (\theta_1 . \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$ (μον. 9)

β)Να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$\log_\alpha \alpha^\chi =$.... $\log_\alpha 1 =$……. $\log_\alpha (\theta_1 : \theta_2) =$ …… $\alpha^{\log_\alpha \theta} =$..... (μον. 8)

Β. Να γράψετε το σωστό ή το λάθος στα παρακάτω: (μον. 8)

1. το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού
2. το $P(\chi)=2\chi^3+5\chi^2+6\chi^{-1}+7$ είναι πολυώνυμο του χ
3. Αν εφχ=θ τότε χ=κπ+θ
4. ln2+ln3=ln6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(\chi) = \alpha\chi^3 - 5\chi^2 + 8\chi + \beta$

Α. Να βρείτε τα α , β αν το P(χ) έχει παράγοντα το χ-1 και το υπόλοιπο της διαίρεσης P(χ):χ είναι το -4. (μον. 12)

Β. Για α=1 και β= -4

1. να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(\chi):(\chi^2-3\chi)$ (μον. 8)
2. να λυθεί η ανίσωση $P(\chi)>0$ (μον. 5)

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω $f(x)=(\alpha-2)^x$ και $g(x)=\ln(3^x-1)$

α) Να βρεθούν οι τιμές του α ώστε η f(x) να είναι εκθετική (μον. 6)

β) Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των f,g (μον. 8)

γ) Για α=5 να λυθεί η εξίσωση $g(\chi)=\ln[f^2(x) - 3\ln e]$ (μον. 11)

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα ξενοδοχείο με 15 ορόφους έχει αποκλειστικά μονόκλινα δωμάτια.
Ο αριθμός των δωματίων κάθε ορόφου αυξάνεται πάντα κατά τον ίδιο σταθερό αριθμό. Ο 1ος όροφος έχει 15 δωμάτια και ο 7ος έχει 33 δωμάτια .

Α. πόσα δωμάτια έχει ο 10ος όροφος; (μον. 9)

Β.Αν στον 1ο όροφο υπάρχουν 5 κενά δωμάτια , στον 2ο όροφο υπάρχουν 9 κενά δωμάτια, στον 3ο όροφο υπάρχουν 13 κενά δωμάτια,…

α) από ποιόν όροφο και μετά θα υπάρχουν μόνο κενά δωμάτια; (μον. 8)

β) πόσοι είναι όλοι οι πελάτες του ξενοδοχείου; (μον. 8)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2$^{\text{ο}}$

ΘΕΜΑ 1$^{\text{ο}}$

Α. Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon\phi(\alpha+\beta)=\dfrac{\varepsilon\phi\alpha+\varepsilon\phi\beta}{1-\varepsilon\phi\alpha\phi\varepsilon\beta}$ όπου συν(α+β) ,συνα ,συνβ $\neq 0$ (μον.16)

Β. Να αντιστοιχίσετε στον παρακάτω πίνακα κάθε εξίσωση της 1$^{\text{ης}}$ στήλης με τη λύση της στη 2$^{\text{η}}$ στήλη. (μον.9)

1$^{\text{η}}$ στήλη	2$^{\text{η}}$ στήλη
Α. ημχ=1/2	1. χ=2κπ+π/6 ή χ=2κπ+π-π/6
	2. χ=κπ-π/4 ή χ=κπ+π/4
Β. συνχ=1	3. χ=2κπ $\pm$ π/2
	4. χ=2κπ
Γ. εφχ=0	5. χ=2κπ+π/4

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση (μον. 10)

1. η εξίσωση $3\chi^3-5\chi+6=0$ έχει ρίζα το 4
2. συνχ.συν3χ-ημχ.ημ3χ=συν2χ
3. η f(x)=lnx έχει σύνολο τιμών το (0,+oo)
4. Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε: $\beta^2=\alpha.\gamma$
5. Κάθε μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν

ΘΕΜΑ 2$^{\text{ο}}$

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha_1=-3$, $\alpha_2=3^{\chi}$, $\alpha_3=3^{2\chi}$

Α. Να βρεθεί το χ ώστε με τη σειρά που δίνονται να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου (μον. 10)

Β. Για χ=1 να βρείτε τη διαφορά ω της παραπάνω προόδου (μον. 5)

Γ. Να βρείτε τον 10$^{\text{ο}}$ όρο της (μ0ν. 10)

ΘΕΜΑ 3$^{\text{ο}}$

Δίνεται το πολυώνυμο $\Pi(\chi)=\alpha\chi^3+3\chi^2+\beta\chi+\alpha+1$

Α. Αν το Π(χ) έχει ρίζα το -3 και παράγοντα το χ-1 ,να βρείτε τις τιμές των α ,β. (μ0ν. 10)

Β. Για α=2 και β=-8 να λυθεί η ανίσωση Π(χ)>0 (μον. 15)

<u>ΘΕΜΑ 4ο</u>

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=logx ,x>0

Α. Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης A=f(1/100).f(100) (μον.. 5)

Β. Να αποδείξετε ότι : $\frac{2f(3)+3f(2)-2f(6)+1}{f(20)}=1$ (μον.. 5)

Γ. Να λυθεί η εξίσωση: $(f(x))^4-(f(x))^3-(f(x))^2-f(x)-2=0$ (μον.. 5)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3Ο

<u>Θέμα 1Ο</u>

Α) Να αποδείξετε ότι: $συν2α = 2συν^2α – 1$ Μον. 10

Β) Αν 0 < α ≠ 1 και θ > 0 τότε τι ονομάζουμε λογάριθμο του θ με βάση το α; Μον. 5

Γ) Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις: Μον. 10

α) $\ln\frac{1}{e}=1$.

β) Αν για το πολυώνυμο P(x) είναι P(ρ) ≠0 τότε το P(x) δεν έχει παράγοντα το x-ρ.

γ) Η εξίσωση συνχ=α με $|a|>1$, έχει άπειρες ρίζες.

δ) $\ln(\theta_1\theta_2)=\ln\theta_1\ln\theta_2$, με $\theta_1,\theta_2>0$.

ε) Αν ο διαιρέτης σε μια διαίρεση πολυωνύμων είναι δευτέρου βαθμού τότε το υπόλοιπο έχει βαθμό το πολύ 1.

<u>Θέμα 2Ο</u>

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (λ+1) x^3 + (x -1)^2$ ημλ + x -1, όπου $λ\in R$.

α) Να βρεθεί η τιμή του λ για την οποία το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x-1 να είναι ίσο με το 2. Μον. 8

β) Να βρεθούν οι τιμές του $λ\in R$, ώστε το P(x) να έχει ρίζα το μηδέν. Μον. 8

γ) Για λ=0 να λυθεί η εξίσωση: P(x) = 1. Μον. 9

Θέμα 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=4^x$, $x \in R$.

α) Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο, αιτιολογώντας την απάντηση, τους αριθμούς: $f(1/2)$, $f(\sqrt{2})$, 1 , $f(-1)$. Μον.8

β) Να λύσετε την εξίσωση: $f(2x)-3f(x)-4=0$. Μον.10

γ) Να λύσετε την ανίσωση: $f(x^2) > f(4)$. Μον. 7

Θέμα 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{\ln(3x-11)}{\ln(x-5)}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f. Μον. 8

β) Να δείξετε ότι το σημείο Α (7 ,f(7)) βρίσκεται πάνω από τον άξονα χ΄χ. Μον. 7

γ) Να λύσετε την εξίσωση f(x)=2. Μον. 10

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 4Ο

ΘΕΜΑ 1Ο :

Α) Ένα πολυώνυμο **P(x)** έχει παράγοντα **χ-ρ** αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(x). (9 μονάδες)

Β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη ¨**Σωστό**¨ αν η πρόταση είναι **σωστή** και ¨**Λάθος**¨ αν η πρόταση είναι **λάθος** , δίπλα στο **γράμμα** που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η συνάρτηση f(x)=συνχ είναι γ .αύξουσα στο $[2\pi, 3\pi]$.

β. Η συνάρτηση f(x)= εφχ παίρνει τιμές από όλο το R .

γ. Η ακολουθία (α_ν) με $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + 3$ είναι αρ.πρόοδος.

δ. Η εξίσωση εφχ=-1 έχει ως λύση $\chi = \kappa\pi - \dfrac{\pi}{4}$, κ∈ Z

ε. Σε μια γεωμετρική πρόοδο με $\alpha_1 =4$ και λ=2 το $\alpha_\nu=2\nu+2$.

(5Χ2=10 μονάδες)

Γ) Πότε δύο πολυώνυμα είναι ίσα;Τι ονομάζουμε βαθμό ενός πολυωνύμου;

(2Χ3=6 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^{Ο} :

Δίνεται το πολυώνυμο P(x) = $x^4 + \sigma\upsilon\nu 2\theta \cdot x^3 - 3\sigma\upsilon\nu\theta \cdot x^2 + 2x - 1$.Αν το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα x-1,

α. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο P(2x-7) διαιρείται δια **x -4** . (12μονάδες)

β. Να βρείτε το **θ** $\in (0, \pi]$ (13 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^{Ο} :

α. Να σχηματιστεί η Γεωμετρική πρόοδος που έχει πρώτο όρο τη μικρότερη ρίζα της εξίσωσης $x^3 - 2x^2 - 25x + 50 = 0$ και λόγο τη μεγαλύτερη ρίζα της.

(10 μονάδες)

β. Να βρεθεί το άθροισμα των όρων που έχει πλήθος το διπλάσιο της τρίτης ρίζας της.

(15 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^{Ο} :

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=$\dfrac{\ln(3x-11)}{\ln(x-5)}$

α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f(x) (8 μονάδες)

β. Να λυθεί η εξίσωση f(x)=2 (9 μονάδες)

γ. Αν g(x)=1 με χ>6 να λύσετε την ανίσωση f(x)> g(x) (8μονάδες)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 5^{Ο}

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες με την προϋπόθεση ότι ορίζονται .

1. $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$.
2. $\varepsilon\varphi 2\alpha = \dfrac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1-\varepsilon\varphi^2\alpha}$, **Μονάδες 5+5=10**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν (α_ν) γεωμετρική πρόοδος με λόγο λ τότε ισχύει $\alpha_\nu = \alpha_1 \cdot \lambda^\nu$, $\nu = 1,2,3,...$

β. Αν (α_ν) αριθμητική πρόοδος τότε ισχύει $S_\nu = \dfrac{\nu}{2}(\alpha_1 + \alpha_\nu)$, $\nu = 1,2,3,...$, όπου S_ν το άθροισμα των ν πρώτων όρων της (α_ν). **Μονάδες 2x3=6**

Γ. *Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. $\log 4 - \log x + 2\log y$	**1.** $\log\left(\frac{4y^2}{x}\right)$
	2. 1
	3. 0
Β. $e^{\ln\left(25+x^2\right)}$	**4.** $\ln\left(25+x^2\right)$
	5. x^2+5^2
Γ. $\ln 1 + \log 10$	**6.** $\log\left(\frac{x}{4y^2}\right)$

Μονάδες 3x3=9

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι παραστάσεις $\mathrm{A}(x) = \eta\mu\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\eta\mu\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ και

$$\mathrm{B}(x) = \eta\mu\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\eta\mu\left(x-\frac{\pi}{4}\right),\ x\in R .$$

1. Να αποδείξετε ότι $\mathrm{A}(x)=\sqrt{2}\,\eta\mu x$ και $\mathrm{B}(x)=\sqrt{2}\,\sigma\upsilon\nu x$.

2. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\eta\mu^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\eta\mu 2x$.

3. Να λύσετε την εξίσωση $\mathrm{B}(x)=-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Μονάδες 8+8+9=25

<u>ΘΕΜΑ 3ο</u>

Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x)=\left(\kappa^2-1\right)x^4+\frac{1}{2}(\kappa+1)x^3+(\kappa-1)x^2-3\kappa x+\lambda$, $\kappa,\lambda\in R$.

1. Αν το $P(x)$ είναι πολυώνυμο 3ου βαθμού και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-1)$ είναι -4 να υπολογίσετε τα κ και λ .

2. Αν $\kappa=1$ και $\lambda=-2$ τότε :

α. Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x):(x-1)$.

β. Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.

γ. Να λυθεί η ανίσωση $P(x)<-4$.

Μονάδες 6+5+6+8=25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\ln^2\left(\frac{1}{x}\right)+\ln x$.

1. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της f .

2. Να αποδείξετε ότι $f(x)=\ln x\cdot(\ln x+1)$.

3. Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=2f\left(\frac{1}{e}\right)$.

4. Να λυθεί η ανίσωση $f(x)>f\left(e\right)$. **Μονάδες 4+5+8+8=25**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 6^{O}

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Με την προϋπόθεση ότι ορίζεται , να αποδειχθεί η ισότητα

$$\varepsilon\varphi(\alpha+\beta)=\frac{\varepsilon\varphi\alpha+\varepsilon\varphi\beta}{1-\varepsilon\varphi\alpha\,\varepsilon\varphi\beta}.$$ **Μονάδες 15**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_\nu x^\nu+\alpha_{\nu-1}x^{\nu-1}+\dots+\alpha_1 x+\alpha_0=0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho\neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 .

β. Η εκθετική συνάρτηση $f\left(x\right)=\alpha^x$ με $\alpha>1$ είναι γνησίως φθίνουσα στο R .

γ. Για κάθε $\alpha\in R$, $\sigma\upsilon\nu 2\alpha+1=2\sigma\upsilon\nu\alpha^2$

δ. Αν για δύο πολυώνυμα δεν ορίζεται βαθμός, τότε είναι ίσα.

ε. Αν $0<\alpha\neq 1$ **,** τότε για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς θ_1 και θ_2 ισχύει

$$\log_a\frac{\theta_1}{\theta_2}=\log_a\theta_1-\log_a\theta_2 .$$ **Μονάδες 5x2=10**

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο $\mathbf{P(x)=2x^3+a\,x^2+b\,x-20}$ Αν το **P(x)** έχει παράγοντα το **x+2** και το υπόλοιπο της διαίρεσης με το **x+1** είναι **-16 .**

α. Να υπολογίσετε τα α , β .

β. Αν **α=12** και **β= 6** , να λυθεί η εξίσωση **P(x) =0**.

Μονάδες 10+15=25

ΘΕΜΑ 3ο

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f\left(x\right)=\log\left(10^{x}-1\right)$.

α. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να αποδείξετε ότι $10^{f(1)}+2\cdot10^{f(3)}+f\left(\log101\right)=2009$.

γ . Να λυθεί η εξίσωση $f\left(2x\right)=f\left(x\right)+\log11$.

Μονάδες 5+10+10=25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha=\eta\mu^{2}1005\cdot\sigma\upsilon\nu^{2}1005+\dfrac{\sigma\upsilon\nu^{2}2010}{4}$ και

$\beta=\left(2\sigma\upsilon\nu^{2}1005-1\right)^{2}+\eta\mu^{2}2010$.

Α. Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση $f\left(x\right)=\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{x}$ και να δείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα .

Β. Αν $\alpha=\dfrac{1}{4}$ και $\beta=1$:

1. Να λυθεί η ανίσωση $f\left(x^{3}+2\right)<f\left(3x\right)$.
2. Να λυθεί η εξίσωση $f\left(\sigma\upsilon\nu^{2}\theta+2\eta\mu\theta\right)=f\left(1\right)$.

Μονάδες 10+(8+7)=25

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ $7^{Ο}$

ΘΕΜΑ $1^{ο}$

Α. Να αποδείξετε ότι $\varepsilon\phi(\alpha+\beta)=\dfrac{\varepsilon\phi\alpha+\varepsilon\phi\beta}{1-\varepsilon\phi\alpha\varepsilon\phi\beta}$ με την προϋπόθεση ότι ορίζονται οι εφ(α+β), εφα και εφβ. **Μονάδες 10**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση. Μονάδες 10

i) συν(α + β) = συνασυνβ - ημαημβ

ii) Αν σε ένα πολυώνυμο P(x) ο αριθμός ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου τότε το x + ρ είναι παράγοντας του P(x).

iii) Ο τύπος $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$ μας δίνει τον ν-οστό όρο σε μια αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω.

iv) Η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$ με 0<α<1 είναι γνησίως φθίνουσα στο ¡ .

v) Αν α>0 με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , $\theta_2 > 0$ ισχύει: $\log_\alpha(\theta_1+\theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2$

Γ. Πότε μια ακολουθία α_ν λέγεται γεωμετρική πρόοδος. Μονάδες 5

ΘΕΜΑ $2^{ο}$

Αν ισχύει ότι:3συν2χ+10συνχ-1=0,

Να δείξετε ότι:

i) συνχ=$\frac{1}{3}$. Μονάδες 13

ii)Αν 0<χ<$\frac{\pi}{2}$, να υπολογισθούν τα ημ2χ, συν2χ, εφ2χ. **Μονάδες 12**

ΘΕΜΑ $3^{ο}$

Δύο πρόοδοι, μία αριθμητική (α_ν)με διαφορά ω και μία γεωμετρική (β_ν) με λόγο λ, έχουν ακέραιους όρους. Αν ισχύει $\alpha_1=\beta_1=\alpha$, $\alpha_2=\beta_2$ και ο τέταρτος όρος της αριθμητικής προόδου είναι μεγαλύτερος του δευτέρου κατά 10 ενώ ο τέταρτος όρος της γεωμετρικής προόδου είναι μεγαλύτερος του δευτέρου κατά 30, να βρεθούν:

A.i) Η διαφορά ω της αριθμητικής προόδου Μονάδες 5

ii).Για ω=5 ο λόγος λ της γεωμετρικής προόδου και ο πρώτος όρος και των δύο προόδων. Μονάδες 10

B. Πόσοι από τους πρώτους όρους της γεωμετρικής προόδου έχουν άθροισμα ίσο με 1275 Μονάδες **10**

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=$\ln\frac{3-x}{x+1}$

i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της. Μον. 8

ii. Να λύσετε την εξίσωση f(x)=2· lnx μον. 8

iii. Να λύσετε την ανίσωση f(e^x)< x. Μον. 9

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 8Ο

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να δείξετε ότι:

i. $\eta\mu 2\alpha = 2\cdot\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$. **Μονάδες 5**

ii. $\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$. **Μονάδες 5**

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. $\eta\mu x \neq \eta\mu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\kappa\pi + \theta \\ x = (2\kappa+1)\pi - \theta \end{cases}$

2. $\varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1-\varepsilon\phi^2\alpha}$.

3. Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 1.

4. Το άθροισμα των ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου είναι:

$$S_\nu = \frac{\nu}{2}\left[2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega\right]$$

5. $\log_\alpha \theta_1 - \log_\alpha \theta_2 = \log_\alpha(\theta_1 - \theta_2)$ **Μονάδες 10**

Γ. Τι ονομάζουμε λογάριθμο του θ ως προς βάση α, όταν $\alpha > 0, \alpha \neq 1$ και $\theta > 0$.

Μονάδες 5

<u>ΘΕΜΑ 2º</u>

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 20$ με $\alpha, \beta \in R$.

i. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x+1$ είναι -16 να βρείτε τα α και β. **Μονάδες 15**

ii. Για $\alpha = 12$ και $\beta = 16$ να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$. **Μονάδες 10**

<u>ΘΕΜΑ 3º</u>

Δίνεται η παράσταση $\mathrm{A} = \dfrac{\sigma\upsilon\nu 2x + 4\sigma\upsilon\nu x + 3}{1 + \sigma\upsilon\nu x} + \dfrac{\sigma\upsilon\nu 2x - 4\sigma\upsilon\nu x + 3}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 7**

ii. Να δείξετε ότι $\mathrm{A} = 4$. **Μονάδες 10**

iii. Να λύσετε την εξίσωση $8\eta\mu 2x = \mathrm{A}$ **Μονάδες 8**

<u>ΘΕΜΑ 4º</u>

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (2\ln\alpha - 1)^x$.

α. Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες ορίζεται η εκθετική συνάρτηση f για κάθε $x \in ¡$. **Μονάδες 8**

β. Αν $\alpha = e^{\frac{e+1}{2}}$: i) να δείξετε ότι $f(x) = e^x$. **Μονάδες 8**

ii) να λύσετε την ανίσωση $f(2x) < f(x) + 2$ **Μονάδες 9**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 9^{Ο}

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το x- ρ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x = ρ. Είναι δηλαδή υ =P(ρ). **Μονάδες 10**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε 2β =α + γ

ii. $συν2α = 1 - ημ^2α$

iii. $\log_α θ = x \Leftrightarrow α^x = θ$.

iv. $εφ(α + β) = \dfrac{εφα εφβ - 1}{εφα + εφβ}$

v. ημx = ημα τότε x =2κπ $\pm$ α **Μονάδες 10**

Γ. Πότε μια ακολουθία $α_ν$ λέγεται αριθμητική πρόοδος **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η παράσταση $A = ημ(\frac{π}{3} - 3x)\, συν(\frac{π}{6} + x) + συν(\frac{π}{3} - 3x)\, ημ(\frac{π}{6} + x)$.

i. Να δείξετε ότι Α =συν2x. Μονάδες 7

ii. Αν ημx $= \frac{4}{5}$ με $0 < x < \frac{π}{2}$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης Α.

Μονάδες 8

iii. Να λυθεί η εξίσωση Α + 1 + συνx = 0. Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + αx^3 - (6 - α)x^2 + βx + 2β - 3α + 1$,

το οποίο έχει παράγοντα το $x^2 - 1$.

Α. Να βρεθούν οι οι τιμές των α και β. **Μονάδες 9**

Β. Αν α = -1 και β =1

i. Να λυθεί η εξίσωση P(x) = 0. **Μονάδες 8**

ii. Να βρεθεί το πηλίκο π(x) και το υπόλοιπο υ(x) της διαίρεσης του P(x) με το $x^2 + x + 1$.

Μονάδες 8

<u>ΘΕΜΑ 4º</u>

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(x^2 + 5)$ και

$g(x) = \ln(x + 1)$.

i. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f και g . **Μονάδες 9**

ii. Να δείξετε ότι οι αριθμοί $g(0)$, $g(2)$ και $f(2)$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου . **Μονάδες 8**

iii. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) + g(x) > 2\ln 2 + \ln 3$. **Μονάδες 8**

<u>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 10º</u>

<u>ΘΕΜΑ 1º</u>

Α. Να δείξετε ότι: $συν2α=2συν^2α-1$ (μον. 6)

Β. Να συμπληρώσετε τους τύπους ημ2α=………. εφ2α=……….. (μον. 6)

Γ. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς του τόξου α/2 αν Συνα=3/5 και $3π/2<α<2π$ (μον. 13)

<u>ΘΕΜΑ 2º</u>

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τα παρακάτω (μον. 16)

1. Αν loga=2 τότε $\log(a^3)$ ισούται με : Α: -1 Β: 2 Γ: 3a Δ: 10 Ε: 7
2. Αν το πολυώνυμο $Π(χ)=χ^{2005}+λχ+2$ έχει παράγοντα το χ-1 τότε το λ ισούται με:
   Α: -1 Β: 1 Γ: 0 Δ: 3 Ε: -3
3. Αν οι αριθμοί 5 , 10 , χ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου , τότε το χ ισούται με: Α: 25 Β: 20 Γ: 12,5 Δ: 100 Ε: 10
4. Μία ακολουθία $(α_ν)$ με πρώτο όρο $α_1 \neq 0$ είναι γεωμετρική πρόοδος με λόγο $λ\neq 0$, όταν για κάθε ν φυσικό αριθμό ισχύει:
   Α: $α_{ν+1}=α_ν+λ$ Β: $α_{ν+1}=α_νλ$ Γ: $α_ν=α_1λ$ Δ: $α_{ν+1}=α_1λ^{ν-1}$

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της στήλης Β που περιέχει έναν παράγοντα του πολυωνύμου της στήλης Α.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $χ^3-3χ+2$	1. χ-α
β. $χ^2-9$	2. χ+α
γ. $χ^3-2αχ^2+α^3$	3. χ-3
	4. χ-1

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η εξίσωση χ^3-2χ^2-25χ+50=0 (1)

Α. Αν η (1) έχει ρίζα το 2 ,να βρείτε τις άλλες δύο ρίζες της. (μον. 8)

Β. Αν η μικρότερη ρίζα της (1) είναι ο πρώτος μιας αριθμητικής προόδου και η μεγαλύτερη ρίζα είναι η διαφορά της προόδου, να υπολογίσετε τον 10ο όρο της (μον. 8)

Γ. Αν σαν ν πάρετε το πενταπλάσιο της τρίτης ρίζας της (1) , να υπολογίσετε το άθροισμα των ν πρώτων όρων της.

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\log(x^2-1)+2\log2-\log(4x-1)$

Α. Για ποιες τιμές του χ ορίζεται η f(x); (μον. 8)

Β. Να αποδείξετε ότι f(3/2)=0 (μον. 7)

Γ. Να λύσετε την εξίσωση f(x)=log1 (μον. 10)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 11Ο

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι : $\log_\alpha\theta^\kappa=\kappa.\log_\alpha\theta$,α>0 , α≠1 , θ>0

Β. Πότε μια ακολουθία λέγεται α) αριθμητική πρόοδος β) γεωμετρική πρόοδος

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν χ_1 , χ_2 θετικοί αριθμοί τότε: $\log\frac{x_1}{x_2}=\frac{\log x_1}{\log x_2}$
2. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0
3. Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε: $\beta^2=\alpha.\gamma$
4. Η εξίσωση εφχ=εφα έχει λύση : χ=κπ+α ,κεZ

ΘΕΜΑ 2ο

Ο 2ος όρος μιας αριθμητικής προόδου (α_ν) είναι ίσος με λογ25 και η διαφορά ω είναι ίση με log5.

Α. Να δείξετε ότι α_1=ω

Β. Να αποδείξετε ότι $S_{20}=210.\log 5$

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $Π(χ)=3χ^3+αχ^2+βχ+4$

Α. Αν το Π(χ) έχει παράγοντα το χ-1 και το υπόλοιπο της διαίρεσης Π(χ):(χ-2) είναι 30 , να αποδείξετε ότι α=8 και β= -15

Β. Να λυθεί η ανίσωση Π(χ)>0

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=1/2.logx-log4-log(x+1)+1

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f(x)

Β. Να δείξετε ότι f(4)=0

Γ. Να λύσετε την εξίσωση f(x)=0

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 13Ο

ΘΕΜΑ 1Ο

Α. Να αποδείξετε ότι : $συν2α = συν^2α - ημ^2α = 2συν^2α - 1 = 1 - 2ημ^2α$.

(Μονάδες 10)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α) $\ln\theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$, $\theta > 0$

β) $\log(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log\theta_1 \cdot \log\theta_2$, όπου $\theta_1 , \theta_2 > 0$

γ) Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι μιας οποιασδήποτε γεωμετρικής προόδου τότε ισχύει $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$

δ) $\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta$

ε) $\eta\mu^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\sigma\upsilon\nu\alpha}{2}$ **(Μονάδες 5)**

Γ. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) εφ2α= β) $\ln e^x = ...$ γ) ημ(α+β)=

δ) $\ln\frac{\theta_1}{\theta_2} = ...$ όπου $\theta_1 , \theta_2 > 0$

ε) $S_\nu = ...$ όπου S_ν παριστάνει το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω .   **(Μονάδες 10)**

ΘΕΜΑ 2$^{\text{o}}$

Α. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό x, ώστε οι αριθμοί : x , x□+2 , 10 να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου .   **(Μονάδες 10)**

Β. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν) με $\alpha_1 = 6$ και $\alpha_3 = 10$. Να βρείτε :

i) Την διαφορά ω της αριθμητικής προόδου (α_ν) .   **(Μονάδες 5)**

ii) Τον έκτο όρο της αριθμητικής προόδου (α_ν) .   **(Μονάδες 5)**

iii) Το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου (α_ν).

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3$^{\text{o}}$

Δίνεται το πολυώνυμο : P(x) = x^3□- κx^2□+13x+□15 .

Α. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό κ, ώστε το διώνυμο $x+3$ να είναι παράγοντας του πολυωνύμου P(x).   **(Μονάδες 12)**

Β. Αν κ = 3 τότε :

i) Να λύσετε την εξίσωση P(x) = 0 .   **(Μονάδες 7)**

ii) Να λύσετε την ανίσωση P(x) < 0 .   **(Μονάδες 6)**

ΘΕΜΑ 4$^{\text{o}}$

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x)$ =□ln(4□x)□ln(4□x) .

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.   **(Μονάδες 8)**

Β. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.   **(Μονάδες 8)**

Γ. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει : $f(x) \leq \ln 3$ **(Μονάδες 9)**

<u>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 14^Ο</u>

<u>ΘΕΜΑ 1^Ο</u>

Α. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου Ρ(x) με το $x-\rho$, είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$.Είναι δηλαδή $\upsilon = P(\rho)$. **(Μονάδες 13)**

Β. Πότε μια ακολουθία λέγεται : **(Μονάδες 4)**

α. αριθμητικής πρόοδος.

β. γεωμετρική πρόοδος.

Γ. Χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τις λέξεις «Σωστό» ή «Λάθος».

1. Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου (α_ν) με λόγο $\lambda \neq 1$, είναι $S_\nu = \alpha_1 \dfrac{\lambda^{\nu+1}-1}{\lambda-1}$.

2. Αν $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $0 < \alpha \neq 1$, τότε ισχύει : $\log_a\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \dfrac{\log_a \theta_1}{\log_a \theta_2}$.

3. $\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \dfrac{1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$

4. Τρεις αριθμοί α , β , γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει : $2\beta = \alpha + \gamma$. **(Μονάδες 4)**

Δ. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α, με ένα αριθμό της στήλης Β

Στήλη Α	Στήλη Β
α. εφ2α	**1.** $\dfrac{1-\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$
β. $\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$	**2.** $\dfrac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1-\varepsilon\varphi^2\alpha}$
γ. 2ημα·συν α	**3.** συν2α
δ. $\eta\mu^2\alpha$	**4.** $\dfrac{1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$
	5. ημ2α

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο : $\mathrm{P}(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

α. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $\mathrm{P}(x)$, για $x = -1$.

(Μονάδες 8)

β. Να αποδείξετε ότι το διώνυμο $x + 2$, είναι παράγοντας του $\mathrm{P}(x)$.

(Μονάδες 8)

γ. Να λύσετε την εξίσωση $\mathrm{P}(x) = 0$. **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω α , β > 0 και ότι οι αριθμοί : α^2 , $17\alpha\beta$, β^2 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου . Να αποδείξετε ότι :

α. $34\alpha\beta = \alpha^2 + \beta^2$. **(Μονάδες 12)**

β. $2\ln\left(\dfrac{\alpha+\beta}{6}\right) = \ln\alpha + \ln\beta$. **(Μονάδες 13)**

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το πολυώνυμο $\mathrm{P}(x) = 2x^3 \eta\mu\theta - x\,\sigma\upsilon\nu 2\theta \cdot$, $\theta \in [0, 2\pi]$

α. Να αποδείξετε ότι το $x - \eta\mu\theta$ είναι παράγοντας του $\mathrm{P}(x)$. **(Μονάδες 8)**

β. Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του $\mathrm{P}(x)$ με το $x - \eta\mu\theta$. **(Μονάδες 8)**

γ. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του $\mathrm{P}(x)$ με το $x - 1$ είναι το 1,

να βρείτε τη γωνία θ. **(Μονάδες 9)**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 15^{Ο}

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

Α. Έστω $\theta_1, \theta_2 > 0$ και 0<α≠ 1 .Να αποδειχθεί ότι : $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$

(Μονάδες 14)

Β. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις .

α. Αν x - ρ παράγοντας του πολυωνύμου P(x) τότε ……………………………

β. ημ2α = …………

γ. Αν ($α_ν$) ακολουθία με $α_{ν+1}$ = $α_ν$ + ω τότε η ($α_ν$) είναι ………………………………………

(Μονάδες 3x2=6)

Γ. Να δώσετε τον ορισμό της γεωμετρικής προόδου **(Μονάδες 5)**

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

Σε αριθμητική πρόοδο ($α_ν$) ο πρώτος όρος $α_1$ ισούται με 3 και η διαφορά της ω ισούται με 7.

α. Να βρείτε τον εικοστό όρο της προόδου **(Μονάδες 13)**

β. Να βρείτε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της **(Μονάδες 12)**

ΘΕΜΑ 3^{Ο}

Έστω f(x) = lnx , με x > 0

α. Να αποδείξετε ότι αν οι αριθμοί f(α) , f(β) , f(γ) είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε οι θετικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου **(Μονάδες 10)**

β. Να λυθεί η εξίσωση : $\sqrt[3]{f(x)} + f(x) = 10$ **(Μονάδες 8)**

γ. Να λυθεί η εξίσωση : f(2-ημx) – f(συν2x) = f(3) , με $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{4}\right)$ **(Μονάδες 7)**

ΘΕΜΑ 4^{Ο}

α. Να λύσετε την εξίσωση $2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$. **(Μονάδες 10)**

β. Αν οι αριθμοί : $\dfrac{1}{\eta\mu\theta}$, $2\eta\mu\theta$, $1 - 3\sigma\upsilon\nu\theta$, $\theta \in (0, \pi)$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου , να βρείτε το θ . **(Μονάδες 8)**

γ. Να λύσετε την ανίσωση : $\ln\frac{x^2}{e^3} < -\frac{1}{\ln^2 x}$ **(Μονάδες 7)**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 16^{Ο}

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

Α. Να αποδείξετε ότι : συν2α = συν²α - ημ²α = 2συν²α - 1 = 1 - 2ημ²α .

(Μονάδες 10)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α) $\ln\theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$, $\theta > 0$

β) $\log(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log\theta_1 \cdot \log\theta_2$, όπου $\theta_1 , \theta_2 > 0$

γ) Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι μιας οποιασδήποτε γεωμετρικής προόδου τότε ισχύει $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$

δ) $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta$

ε) $\eta\mu^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha}{2}$ **(Μονάδες 5)**

Γ. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) εφ2α=… β) $\ln e^x = ...$ γ) ημ(α+β)=…

δ) $\ln\frac{\theta_1}{\theta_2} = ...$ όπου $\theta_1 , \theta_2 > 0$

ε) $S_\nu = ...$ όπου S_ν παριστάνει το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ . **(Μονάδες 10)**

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

Α. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό *x*, ώστε οι αριθμοί : $x+13, 2x+6, 4x-11$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου . **(Μονάδες 8)**

Β. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν) με $\alpha_1 = 2$ και $\alpha_4 = 11$. Να βρείτε :

α) Την διαφορά ω της αριθμητικής προόδου (α_ν) . **(Μονάδες 5)**

β) Τον ενδέκατο όρο της αριθμητικής προόδου (α_ν) . **(Μονάδες 5)**

γ) Το άθροισμα των 11 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου (α_ν). **(Μονάδες 7)**

<u>ΘΕΜΑ 3^Ο^</u>

Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x) = x^3 - 3x^2 - \kappa x + 3$.

Α. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό κ, ώστε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - 2$ να είναι -3. **(Μονάδες 8)**

Β. Αν $\kappa = 1$ τότε :

α) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. **(Μονάδες 9)**

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. **(Μονάδες 8)**

<u>ΘΕΜΑ 4^Ο^</u>

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους:

$$f(x) = \ln(3 - x) - \ln(x + 3) \qquad \text{και} \qquad g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x}.$$

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f, g . **(Μονάδες 5)**

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \ln 2$. **(Μονάδες 7)**

γ) Να λύσετε την ανίσωση $g(x) > 2$. **(Μονάδες 8)**

δ) Να αποδείξετε ότι: $f(1) + 2f(2) + e^{g(0)-2} = 1 - \ln 50$ **(Μονάδες 5)**