

**ΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΟ ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΕΛΕΤΗΣ ΤΗΣ
ΑΠΛΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ
ΤΟΥ LAB PRO ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ
FORCE-10 & MOTION DETECTOR**

1. ΜΕΛΕΤΗ ΑΠΛΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΜΑΖΑΣ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ LAB PRO (VERNIER)-ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΑΤ

- Υπολογισμός Περιόδου T
- Διαγράμματα $F-t$, $x-t$, $u-t$, $F-x$
- Διαφορά φάσης απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης.

2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

3. ΕΙΝΑΙ Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΣΤΑΘΕΡΗ ΣΕ ΜΙΑ ΦΘΙΝΟΥΣΑ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ;

Στόχοι

Με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων των ταλαντώσεων μέσω του Logger Pro3 και του συστήματος Lab Pro (Vernier) οι μαθητές εξοικειώνονται με

- Την επεξεργασία πειραματικών μετρήσεων και το σχεδιασμό γραφημάτων της ΑΑΤ.
- Τη μέτρηση της περιόδου και τη σχέση της με τη μάζα του ταλαντούμενου σώματος.
- Την εξαγωγή της σχέσης που συνδέει τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε μια μάζα που εκτελεί ΑΑΤ με την απομάκρυνσή της.
- Τον υπολογισμό της σταθεράς του ελατηρίου και το σφάλμα που προκύπτει σε σχέση με την εργοστασιακή της τιμή.
- Τη επιβεβαίωση ότι σε μια φθίνουσα ΑΤ η περίοδος T παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη του πλάτους.
- Τέλος οι μαθητές αποκτούν δεξιότητες με τη χρήση των διατάξεων ΣΣΛΑ της Vernier.

Εισαγωγικές γνώσεις

I. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μια ειδική περίπτωση γραμμικής ταλάντωσης στην οποία η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση: $x = A \sin \omega t$.

II. Η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα A και είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνση του, ονομάζεται δύναμη επαναφοράς και υπολογίζεται από τη σχέση $F = -Dx$.

III. Η σταθερά αναλογίας D ονομάζεται σταθερά επαναφοράς, εξαρτάται από τη μάζα του σώματος και δίνεται από τη σχέση $D = m\omega^2$. Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται η περίοδος της ταλάντωσης $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$

Υψώνοντας τη σχέση αυτή στο τετράγωνο προκύπτει: $T^2 = \frac{4\pi^2}{D} m$

δηλαδή η περίοδος στο τετράγωνο είναι ανάλογη της μάζας του σώματος.

IV. Αν για διάφορες τιμές μαζών μετρήσουμε πειραματικά τις περιόδους, από την κλίση της γραφικής παράστασης

$T^2 = f(m)$ μπορούμε να υπολογίσουμε την σταθερά D . Για το ταλαντούμενο σύστημα ελατήριο - σώμα η σταθερά D συμπίπτει με τη σταθερά του ελατηρίου k .

ΟΡΓΑΝΑ-ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ-ΥΛΙΚΑ

- Βαρίδια με άγκιστρο διαφορετικών μαζών
- Ελατήριο σταθεράς K
- Υπολογιστής
- Lab Pro (Vernier)
- Logger Pro 3.8.2
- Αισθητήρες FORCE -10 & MOTION DETECTOR
- Εργαστηριακός πάγκος

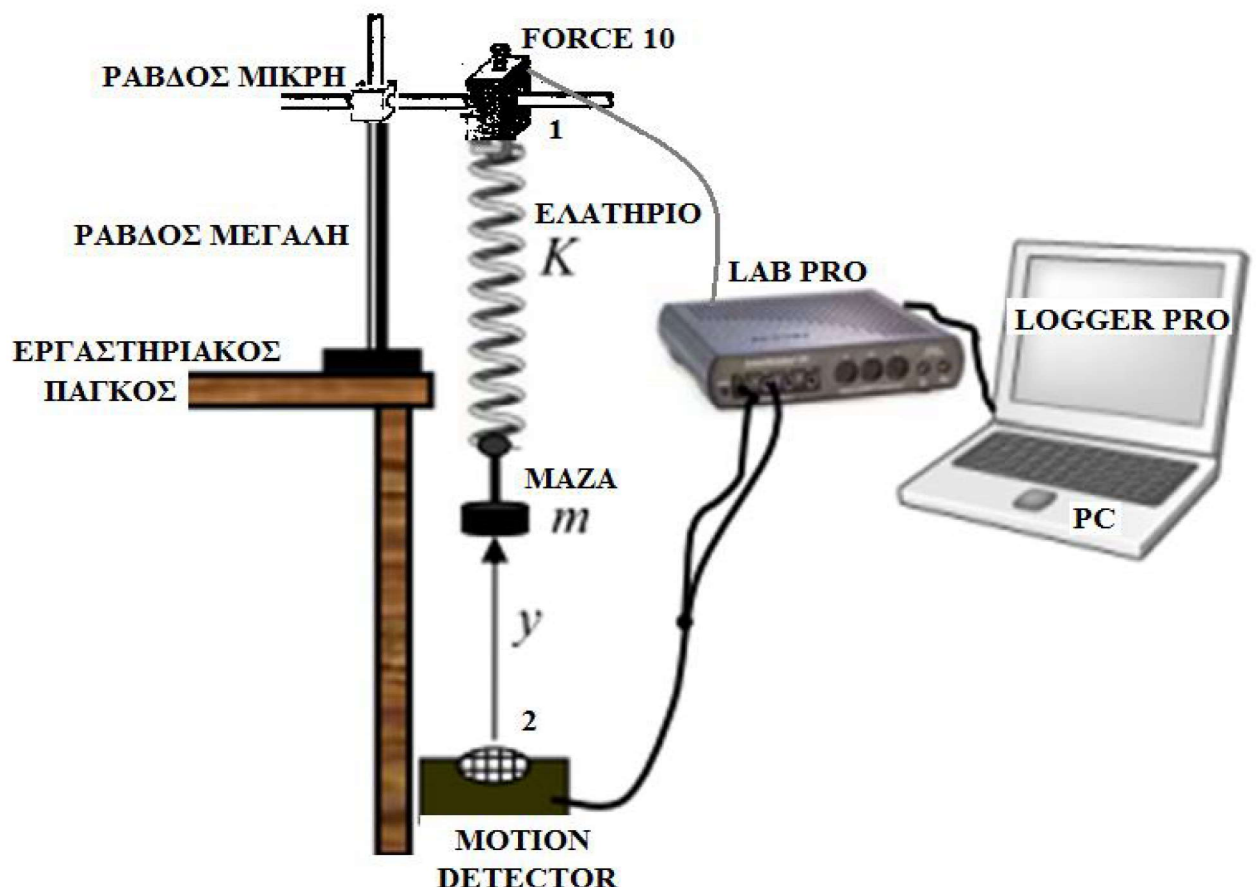
Η διάταξη που πρέπει να συναρμολογήσουμε αποτελείται από:

ΜΕΛΕΤΗ ΑΑΤ ΜΕ ΤΟ LAB PRO (VERNIER)

- Βάση στήριξης
- Ράβδος μεταλλική 0,8m
- Ράβδος μικρή μεταλλική 0,3m
- Σύνδεσμο απλό
- Σφικτήρα μεγάλο

ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

Με τη βοήθεια των παραπάνω οργάνων συναρμολογώ τη διάταξη του Σχήματος 1. Η βάση στήριξης τοποθετείται στην άκρη του πάγκου ώστε το ελατήριο που στηρίζεται στη μικρή οριζόντια ράβδο να κρέμεται έξω από το επίπεδο του πάγκου και όσο το δυνατόν μακρύτερα. Για να μην μετακινείται το σύστημα με τις ταλαντώσεις το ακινητοποιώ με τη βοήθεια του μεγάλου σφικτήρα.



Σχήμα 1: Η πειραματική διάταξη

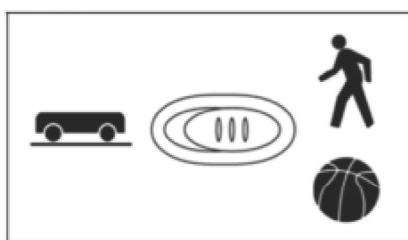
ΜΕΛΕΤΗ ΑΑΤ ΜΕ ΤΟ LAB PRO (VERNIER)

Ο αισθητήρας FORCE-10 βιδώνεται πάνω στην μικρή οριζόντια ράβδο με το γάτζο προς τα κάτω (θέση 1). Το ελατήριο αναρτάται από το γατζάκι του αισθητήρα. Οι μάζες αναρτώνται στο άκρο του ελατηρίου.

Ο αισθητήρας MOTION DETECTOR τοποθετείται ακριβώς στη κατακόρυφο του ελατηρίου (θέση 2) και περίπου 50cm κάτω από τη μάζα.

ΣΥΝΔΕΣΗ LAB PRO -ΡΥΘΜΙΣΕΙΣ

Συνδέουμε τον αισθητήρα δύναμης (θέση 3) και τον αισθητήρα κίνησης (θέση 4) σε δυο θύρες του Lab Pro. Ρυθμίζουμε τον αισθητήρα Motion Detector στη επιλογή «Normal» (Σχήμα 2).



Σχήμα 2: Επιλογή Normal

Σε μια θύρα USB του υπολογιστή (θέση 5) συνδέουμε το Lab Pro και στη συνέχεια ανοίγουμε το λογισμικό Logger Pro 3.8.2 κάνοντας διπλό κλικ στο εικονίδιο του προγράμματος

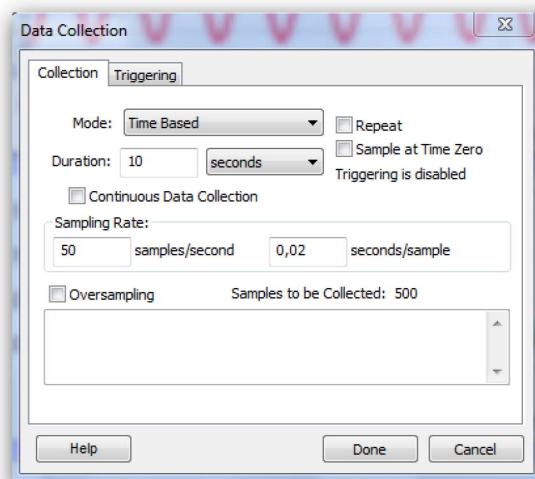


Από την οριζόντια εργαλειοθήκη επιλέγουμε «Data Collection» (Εικόνα)



Εικόνα 1 : Η επιλογή Data Collection

και ρυθμίζουμε το χρόνο και το ρυθμό δειγματοληψίας : Time Basic: 10s
Samples/s: 50 samples/s



Εικόνα 2 : Ρυμίσεις δειγματοληψίας

Η διαδικασία των πειραματικών δραστηριοτήτων

1.ΜΕΛΕΤΗ ΑΠΛΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΑΖΑΣ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ LAB PRO (VERNIER)- ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

1.Επιλέγουμε την κυλινδρική μάζα των **500 gr** και την κρεμάμε στην άκρη του ελατηρίου .

Σημαντική Ρύθμιση

Με το χέρι μου ισορροπώ το σύστημα ελατήριο- μάζα. Αυτή είναι και η θέση ισορροπίας του συστήματος δηλ. $\chi=0$ και $\Sigma F=0$. Όμως ο αισθητήρας Motion Detector σε αυτή τη θέση δεν μετράει τη απομάκρυνση ($\chi=0$) αλλά την απόσταση της μάζας απο αυτόν.

Επίσης ο αισθητήρας Force-10 σε αυτή τη θέση δεν μετράει την συνισταμένη δύναμη της ταλάντωσης ($\Sigma F=0$) αλλά τη δύναμη που δέχεται ο ίδιος στη θέση αυτή, απο το σύστημα ελατήριο-μάζα. Άρα εμείς θα πρέπει να μηδενίσουμε και την απόσταση απο τον αισθητήρα αλλά και τη δύναμη.

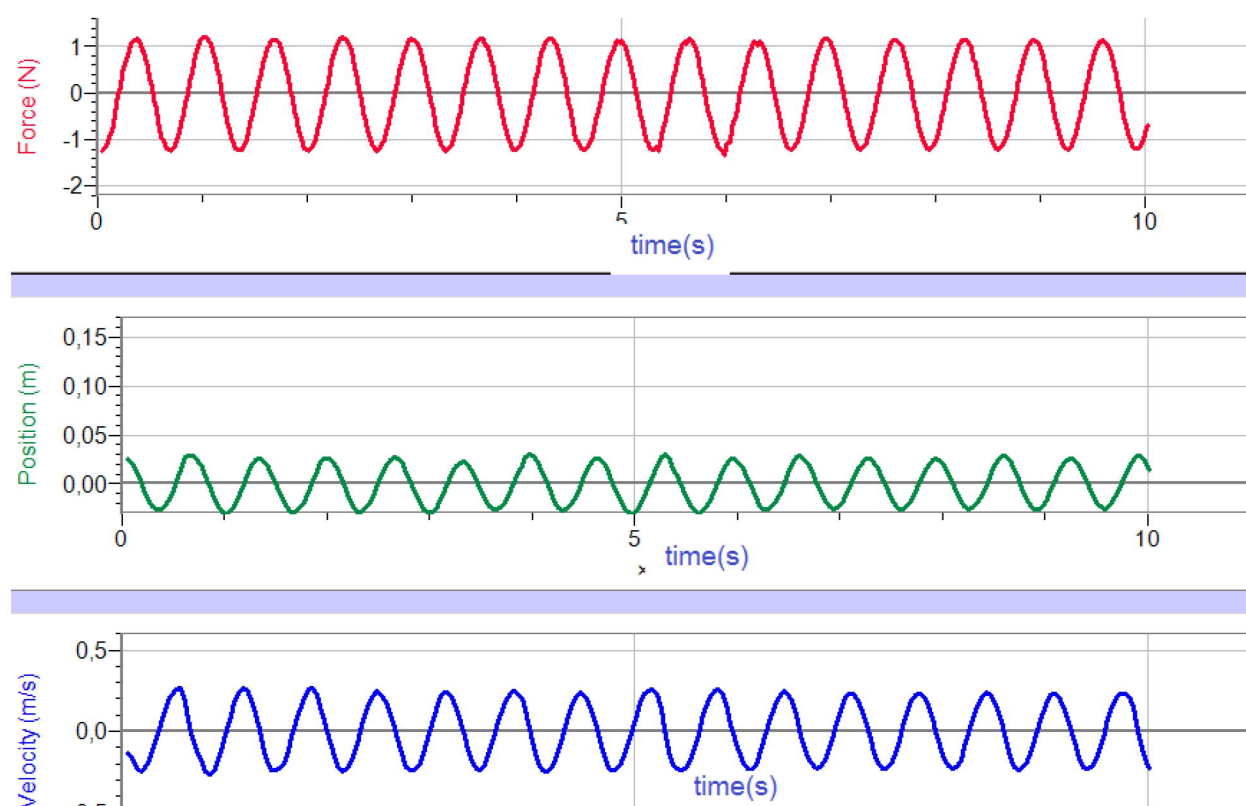
Απο την οριζόντια εργαλειοθήκη επιλέγω «zero».



Ανοίγει ένα παράθυρο στο οποίο τσεκάρω τους αισθητήρες των οποίων οι μετρήσεις θέλουμε να μηδενιστούν στη συγκεκριμένη θέση, δηλαδή την απομάκρυνση και τη δύναμη. Μπορώ να συνεχίσω πλέον τη διαδικασία. Ο Force-10& Motion Detector μετρούν πλέον στο εξής τη συνισταμένη δύναμη της ταλάντωσης και την απομάκρυνση αντίστοιχα.

2.Θέτουμε το σώμα σε ταλάντωση πλάτους περίπου 5 έως 10cm προσέχοντας οι ταλαντώσεις να είναι κατακόρυφες.

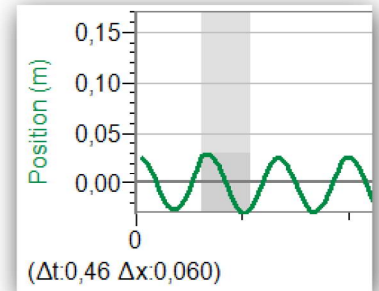
3.Μετά από μερικές ταλαντώσεις ενεργοποιούμε τη «Λήψη δεδομένων» δηλαδή το **πράσινο κουμπί** στο δεξιό άκρο της εργαλειοθήκης. Στην οθόνη παρατηρούμε να εξελίσσεται μια ταλάντωση σε ένα παράθυρο με τρία παράλληλα διαγράμματα:



Διάγραμμα 1: Διαγράμματα Force- Time, Position-Time, Velocity-Time

α)Τι είδους ταλάντωση εκτελεί το σώμα;Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

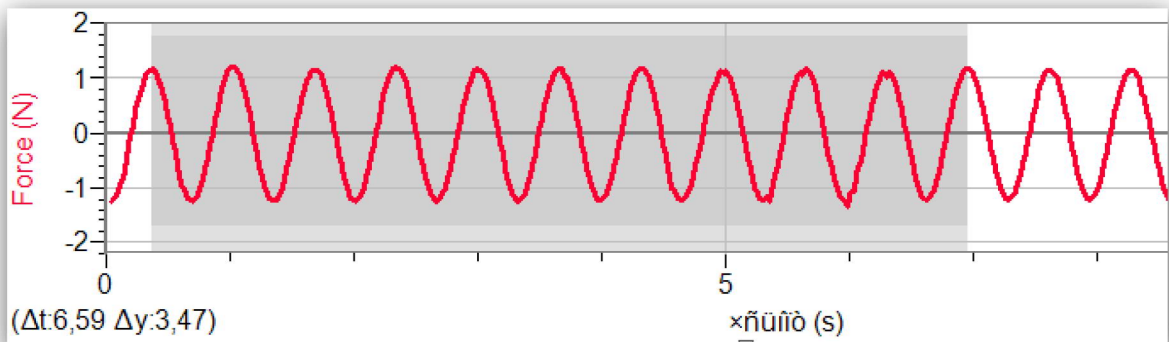
Β) Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης αυτής ;
 Επιλέγουμε το διάγραμμα θέσης-χρόνου και σε ένα τμήμα της ταλάντωσης με πατημένο το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού επιλέγουμε από το υψηλότερο μέχρι το χαμηλότερο σημείο. Από την εικόνα παρατηρούμε $\Delta X = 0,06m$.



Αφού λοιπόν $2A = 0,06 \rightarrow A = 0,03m \rightarrow A = 3cm$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

2. Με τη βοήθεια του ΣΣΛΑ μετράμε τη περίοδο T της ταλάντωσης. Για μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό μετράμε το χρόνο 10 διαδοχικών μεγίστων. Ο χρόνος Δt που εμφανίζεται στο κάτω μέρος της οθόνης μετρά το χρόνο 10 περιόδων (Διάγραμμα 2). Καταγράφουμε τη μέτρηση στο πίνακα Α.



Διάγραμμα 2 : Επιλογή 10 ταλαντώσεων

Χρόνος 10 ταλαντώσεων : $10T = 6,59 \text{ sec}$

3. Στη συνέχεια τοποθετούμε διαδοχικά μάζες 0,6 Kgr, 0,75Kg, 0,85Kg, 1Kg και επαναλαμβάνουμε την διαδικασία. Υπολογίζουμε τις εκάστοτε περιόδους και τις καταγράφουμε στον πίνακα 1.

4. Επεξεργαζόμαστε τα δεδομένα του Πίνακα 1 και υπολογίζουμε τη μέση τιμή του K

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

α/α	m (kg)	B(N)	10T(sec)	T(sec)	T ² (sec ²)	k(N/m)	Μέση τιμή k
1	0,50	4,90	7,35	0,74	0,55	35,9	36,8
2	0,65	6,37	8,32	0,83	0,69	37,1	
3	0,70	6,86	8,67	0,87	0,76	36,3	
4	0,85	8,33	9,55	0,96	0,92	36,4	
5	1,00	9,80	10,19	1,02	1,04	37,8	
6	1,15	11,27	11,00	1,100	1,21	37,4	

5. Από τις τιμές της περιόδου στο τετράγωνο (T²) και της μάζας (m) του ταλαντωτή, τοποθετούμε σε άξονες T² –m τα πειραματικά σημεία του Πίνακα 1. Φέρνουμε στη συνέχεια τη βέλτιστη ευθεία . Από την κλίση της γραφικής παράστασης T² =f(m), υπολογίζουμε την σταθερά k του ελατηρίου.

Κλίση: $(\Delta T^2 / \Delta m) = 4\pi^2 / K$ Άρα: **$k = 38,6,0N/m$**



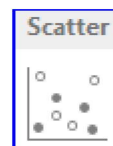
(m)

Διάγραμμα 3

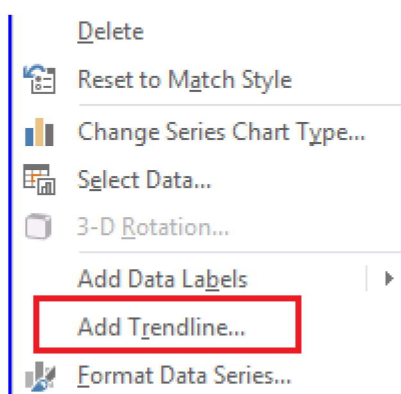


Η επεξεργασία των δεδομένων με τη βοήθεια του Excel.

Με τα δεδομένα του Πίνακα 1 (T^2 και m) φτιάχνω ένα πίνακα στο Excel και στη συνέχεια εισάγω ένα διάγραμμα διασποράς (scatter)



Με δεξί κλικ πάνω σε ένα σημείο του διαγράμματος διασποράς ανοίγει μια λίστα από την οποία επιλέγω «Add Trendline». (Εικόνα 3)

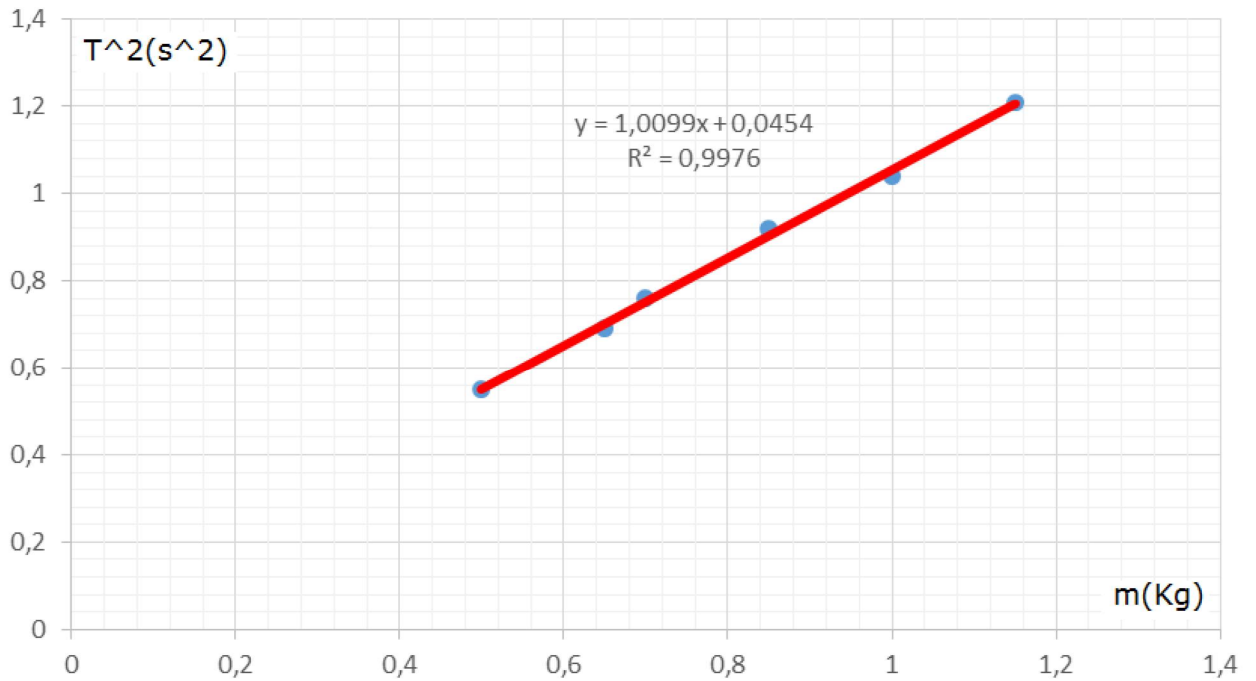


Εικόνα 3: Επιλογή γραμμής τάσης

Στο νέο παράθυρο τσεκάρω τις δυο τελευταίες επιλογές

- Display Equation on chart
- Display R-squared value on chart

Στο διάγραμμα εμφανίζεται η εξίσωση της βέλτιστης καμπύλης που προκύπτει από τα πειραματικά μας σημεία.



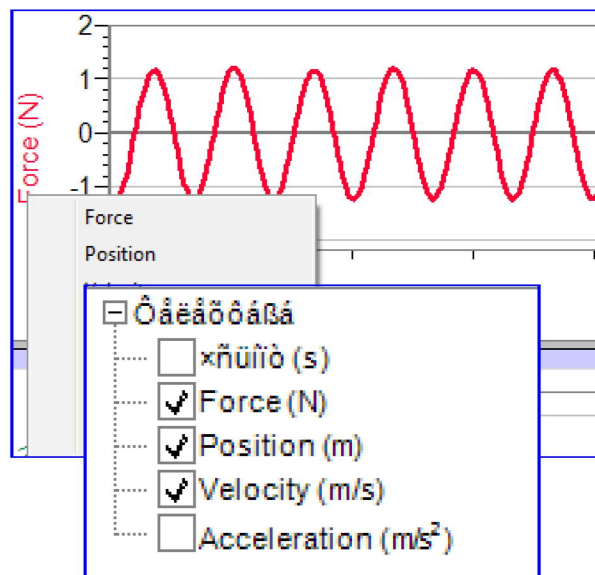
Διάγραμμα 4 : Διάγραμμα T^2 - m στο Excel

Η ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗΣ, ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ

Θα σχηματίσουμε ένα διάγραμμα με κοινή τεταγμένη: Δύναμη/επιτάχυνση – ταχύτητα-θέση με τετμημένη το χρόνο

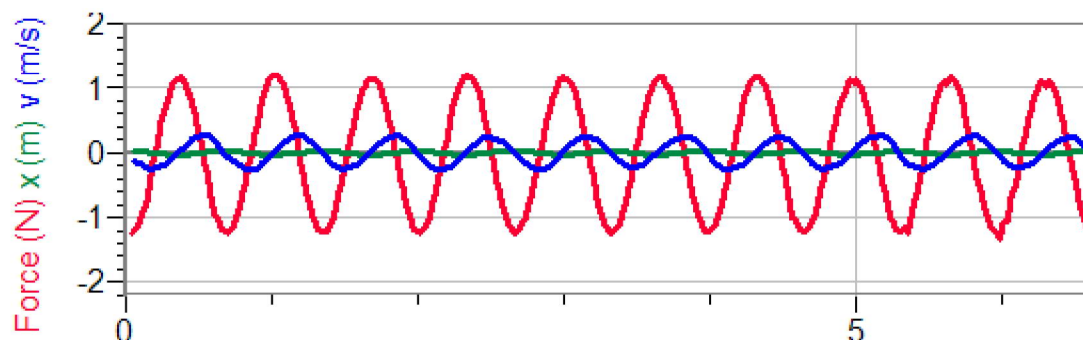
Στο διάγραμμα F-t κάνουμε κλικ στη τεταγμένη **FORCE (N)**

Επιλέγουμε «More»



Εκόνα 3: Τσεκάρισμα για τη παραγωγή κοινού γραφήματος

Τσεκάρουμε τις επιλογές Επιλέγουμε «More»

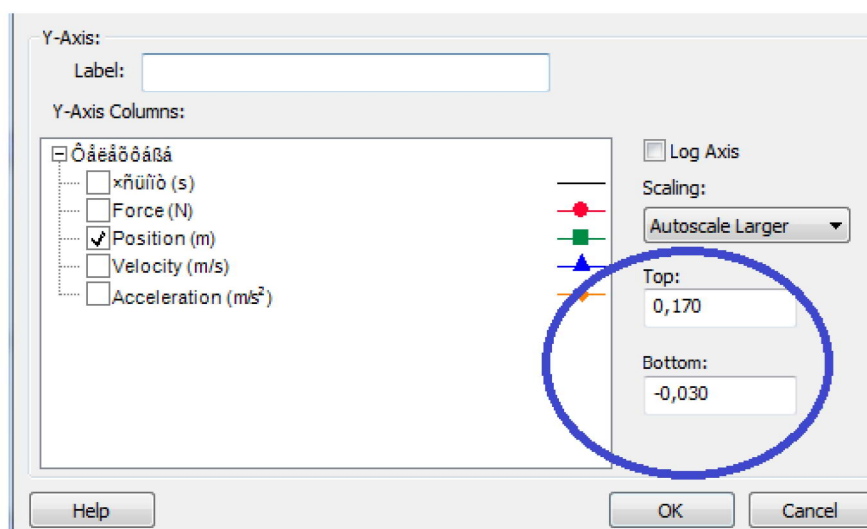


Εικόνα 4: Το κοινόγράφημα Force, Velocity, Position-Time

Παρατηρούμε τα διαγράμματα δύναμης Force-time, Position-time, velocity-time σε κοινό σύστημα αξόνων.

Σημαντική επισήμανση

Τις περισσότερες φορές τα διάγραμμα θέσης –χρόνου και ταχύτητας-χρόνου δεν είναι ιδιαίτερα εμφανή επειδή η βαθμονόμηση των αξόνων είναι προκαθορισμένη (default). Πως διορθώνεται η εμφάνιση των διαγραμμάτων; Πηγαίνουμε το δείκτη του ποντικιού στον άξονα μέχρι να πάρει τη μορφή Υ. Κάνουμε κλικ και από τη λίστα που ανοίγει επιλέγουμε «More».

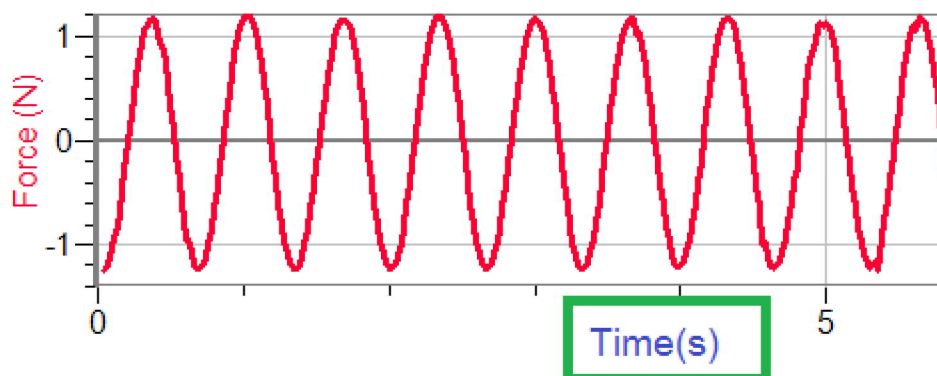


Εικόνα 5: Διόρθωση βαθμονόμησης αξόνων

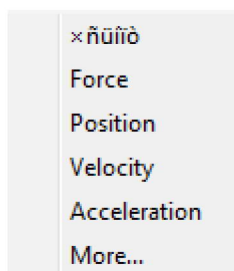
Στα πεδία Top & Bottom συμπληρώνουμε τις απαραίτητες τιμές ώστε να γίνουν εμφανή τα γραφήματα.

2.ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

Εργαζόμαστε στο διάγραμμα δύναμης-χρόνου (Force-Time).
Κάνουμε κλικ το **Time(s)**



Επιλέγουμε «More»



Τσεκάρουμε το κουτάκι «Position»
Εμφανίζεται το διάγραμμα Force-Position



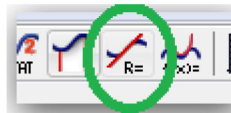
Εικόνα 6: Το γράφημα Force-Position

Επιλέγουμε ένα μεγάλο μέρος του γραφήματος

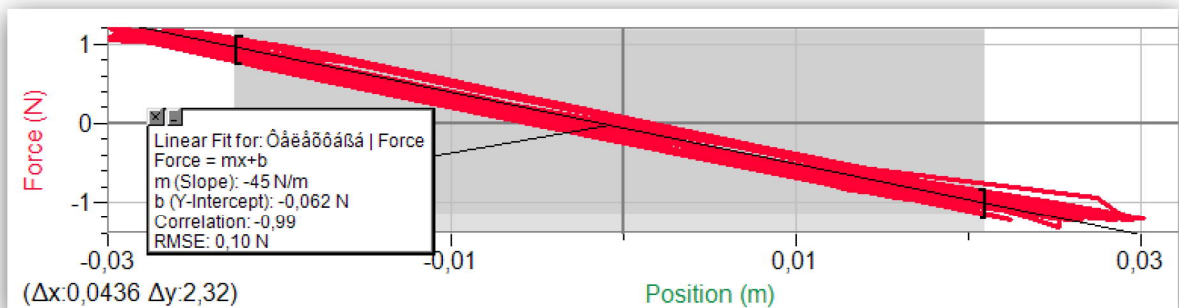


Εικόνα 7: Επιλογή τμήματος του γραφήματος Force-Position

Απο το οριζόντιο μενού επιλέγω «Linear Fit»



Στο παράθυρο που ανοίγει εμφανίζεται η προσαρμογή της καμπύλης και το «Correlation». Η σχέση (ΣF) Force και απομάκρυνσης Position είναι γραμμική της μορφής: $Force = mx + b$



Εικόνα 8: Linear- Fit

Η κλίση της ευθείας εκφράζει το αντίθετο της σταθεράς της ταλάντωσης δηλαδή $D = 45 \text{ N/m}$. Άρα $K = 45 \text{ N/m}$

Συγκρίνουμε τις τιμές της σταθεράς k που υπολογίσαμε με τις δυο διαδικασίες. Υπάρχει μεγάλη απόκλιση μεταξύ τους; Ποια μέθοδος θεωρείται ακριβέστερη και γιατί;

.....

.....

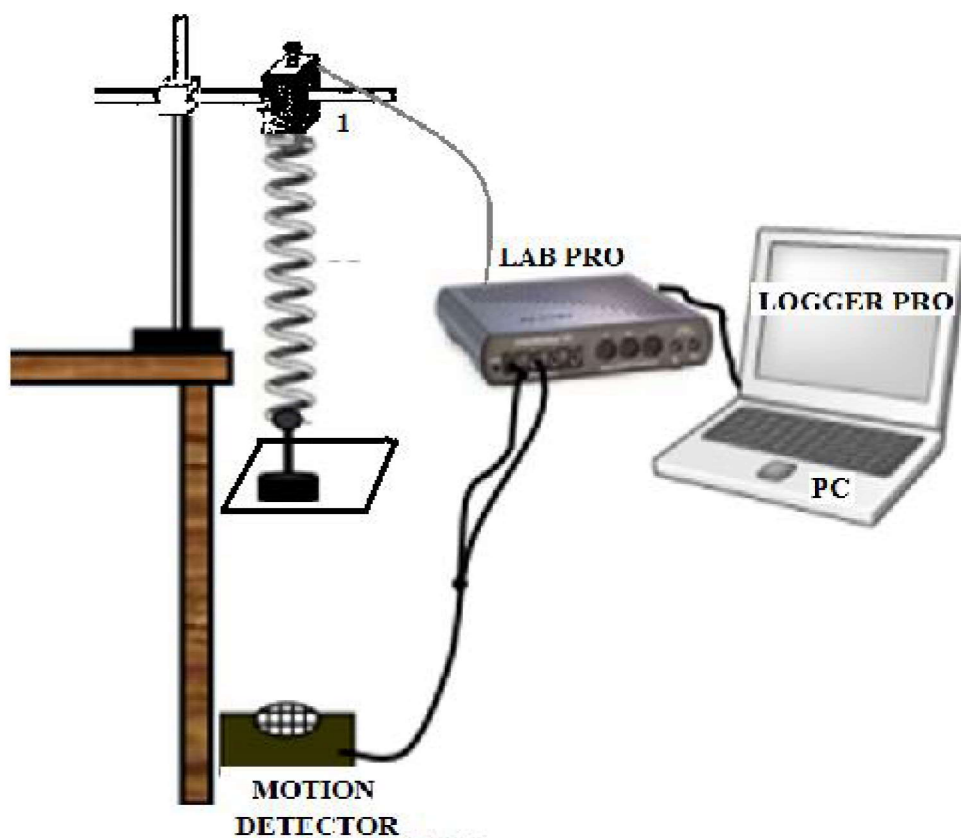
.....

.....

.....

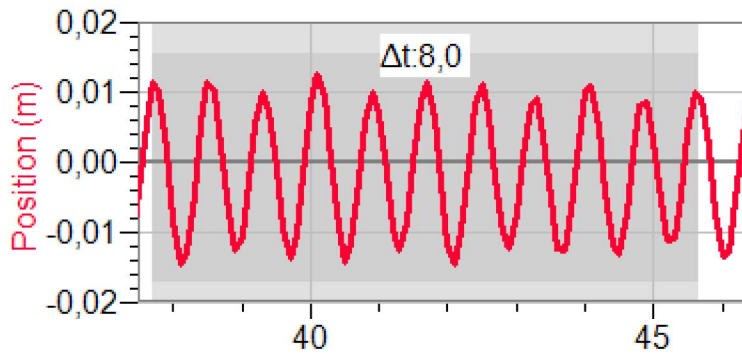
3.ΕΙΝΑΙ Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΣΤΑΘΕΡΗ ΣΕ ΜΙΑ ΦΘΙΝΟΥΣΑ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ;

Στο κάτω μέρος της κυλινδρικής μάζας (Σχήμα) κολλάμε με ταινία ένα σκληρό χαρτί A4. Μετακινούμε το σύστημα χαρτιού – μάζας προς τα κάτω περίπου για 5-10cm και το αφήνουμε να κινηθεί ελεύθερα.

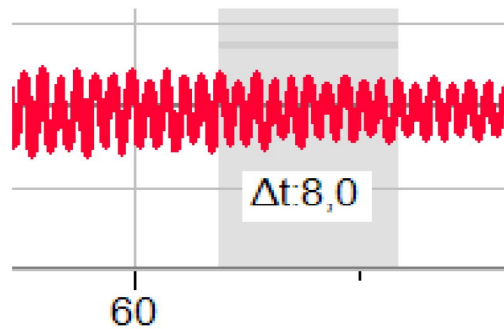


Σχήμα 3: Διάταξη για την φθίνουσα ταλάντωση

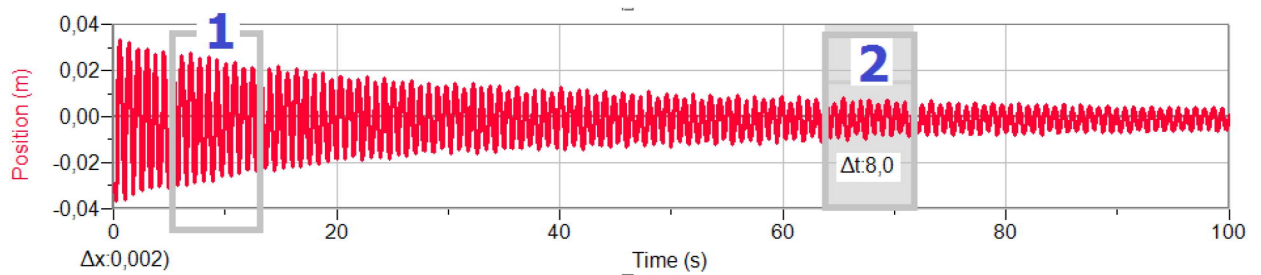
Στο «Data Collection» συμπληρώνουμε μεγάλο χρόνο δειγματοληψίας για να είναι εμφανής η μείωση του πλάτους της ταλάντωσης (Σχήμα). Με τη διαδικασία επιλογής των 10 ταλαντώσεων που περιγράψαμε αναλυτικά παραπάνω μετράμε τη περίοδο στην αρχή και προς το τέλος της δειγματοληψίας. Συγκρίνουμε τις περιόδους.



Εικόνα9 : Αρχικό χρονικό διάστημα 10 περιόδων $\Delta t=10s$



Εικόνα 10: Μεταγενέστερο διάστημα 10 περιόδων $\Delta t=8,0s$



Εικόνα11 : Διάγραμμα πλάτους- χρόνου σε μια φθίνουσα αρμονική ταλάντωση

Παρατηρούμε ότι στα διαστήματα **1** και **2** και σε χρονικό διάστημα επιλογής 10 ταλαντώσεων αντιστοιχεί χρόνος $\Delta t=8,0s$. Δηλαδή, παρόλο που το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται η περίοδος $T=\Delta t/10$ παραμένει σταθερή $0,8s$.