

Μαθηματικές έννοιες  
για τη μελέτη  
θερμοδυναμικών μεταβολών

*Εισηγητές:*

*Σφαέλος Ιωάννης*

*Ευσταθίου Αγγελική*

Η Φυσική αποτελεί το ιδανικό περιβάλλον για την εφαρμογή των Μαθηματικών σε ένα επιστημονικό πλαίσιο.

Η δυναμική σχέση Μαθηματικών και Φυσικής καταγράφεται εμφατικά στις συναρπαστικές παράλληλες ιστορίες τους.

Όπως το θέτει απλά αλλά μεστά ο Καστοριάδης, πρόκειται για το ατέλειωτο παιχνίδι, όπου άλλοτε τα Μαθηματικά μοιάζουν να «προετοιμάζουν» από πριν τις μορφές τις οποίες “θα χρειαστεί” η Φυσική, άλλοτε η Φυσική «επιβάλλει και επισπεύδει» την επινόηση μαθηματικών μορφών που δεν υπήρχαν μέχρι τότε, άλλοτε και τα δύο γίνονται μαζί, άλλοτε τέλος η Φυσική μένει μπλοκαρισμένη επειδή δεν κατέστη δυνατόν να «δημιουργηθούν» τα απαιτούμενα μαθηματικά εργαλεία.

Η Φυσική ασχολείται  
με τα φυσικά φαινόμενα  
όπου η παρατήρηση  
και το πείραμα κυριαρχούν,  
ενώ τα Μαθηματικά  
με συμβολικές διαδικασίες  
όπου κυριαρχεί ο λογισμός  
και η απόδειξη.

Οι καθηγητές της Φυσικής συχνά παρατηρούν ότι πολύ λίγα έχουν γίνει στην κατεύθυνση της χρήσης των σχολικών Μαθηματικών και των μεθόδων τους με τρόπους συμβατούς με τη διδασκαλία και τη μεθοδολογία των Φυσικών Επιστημών.

Η μελέτη των θερμοδυναμικών μεταβολών των αερίων αποτελούν παραδείγματα όπου οι μαθητές ανακαλούν στη μνήμη τους και εφαρμόζουν βασικές μαθηματικές έννοιες αλλά συγχρόνως αποτελεί αφορμή για επέκταση των μαθηματικών εργαλείων και εννοιών που διαθέτουν οι μαθητές.

Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας  
των θερμοδυναμικών μεταβολών  
εμφανίζονται, σχεδόν πάντα,  
κάποια χαρακτηριστικά ερωτήματα  
από τους μαθητές,  
όπως:

Πως βρίσκουμε το εμβαδόν  
του επιπέδου χωρίου  
από το διάγραμμα  $P - V$ ,  
ώστε να υπολογίσουμε το έργο  
σε μια θερμοδυναμική μεταβολή;



Τι είναι το  $\ln \frac{V_{\tau\epsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}$   
που εμφανίζεται  
στην ενέργεια που ανταλλάσσει  
το αέριο με το περιβάλλον.

Γιατί  $\ln \frac{V_{\tau\epsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}} = \ln V_{\tau\epsilon\lambda} - \ln V_{\alpha\rho\chi}$

*Μελέτη θερμοδυναμικών μεταβολών  
ιδανικού αερίου*

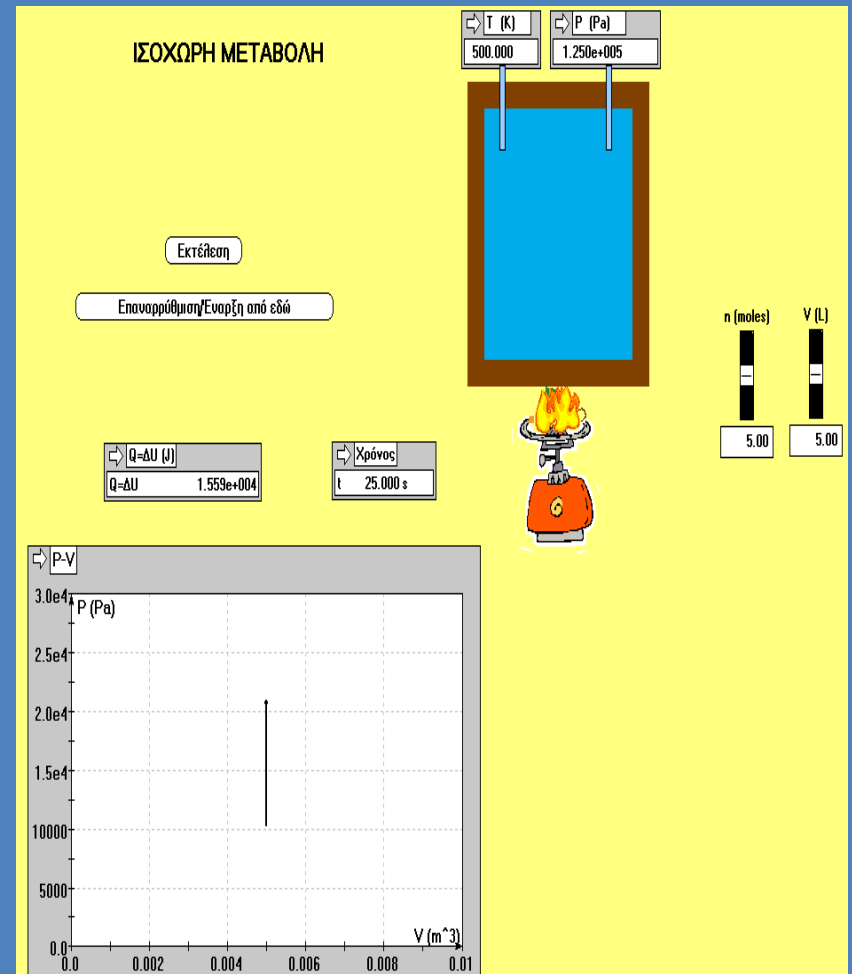
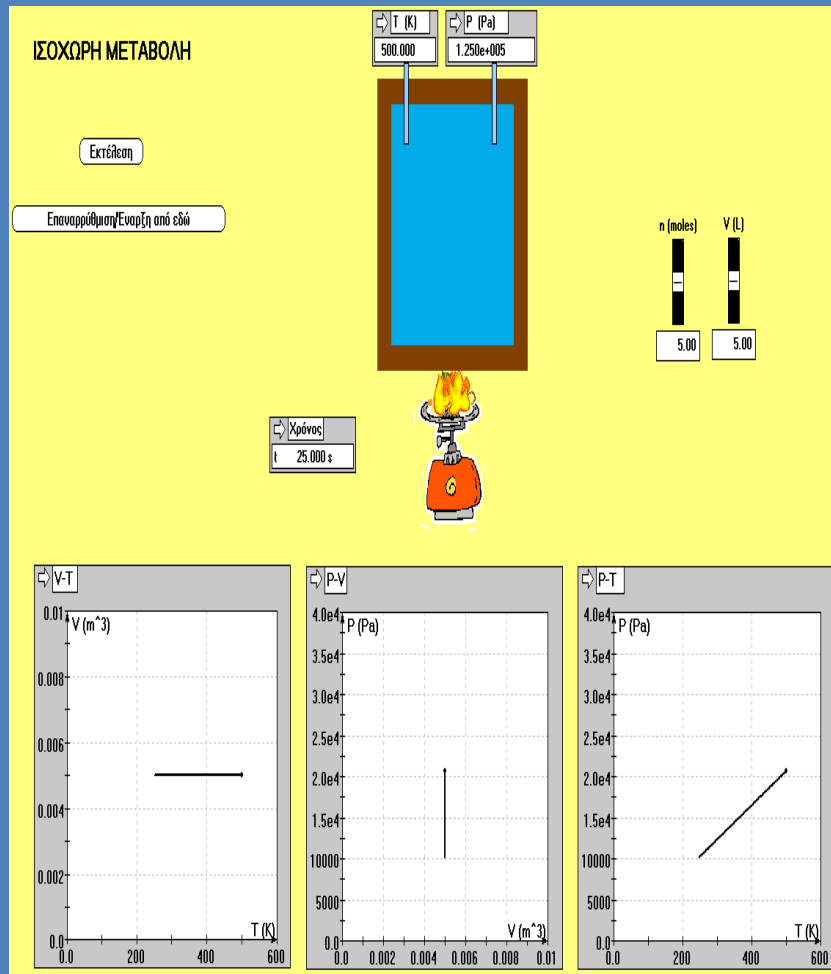
Οι διδακτικοί στόχοι  
των δραστηριοτήτων  
που ακολουθούν  
είναι οι εξής:

Οι μαθητές να εξοικειωθούν  
στη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού  
και να γνωρίσουν τον τρόπο άντλησης δεδομένων  
από την εικονική προσομοίωση.

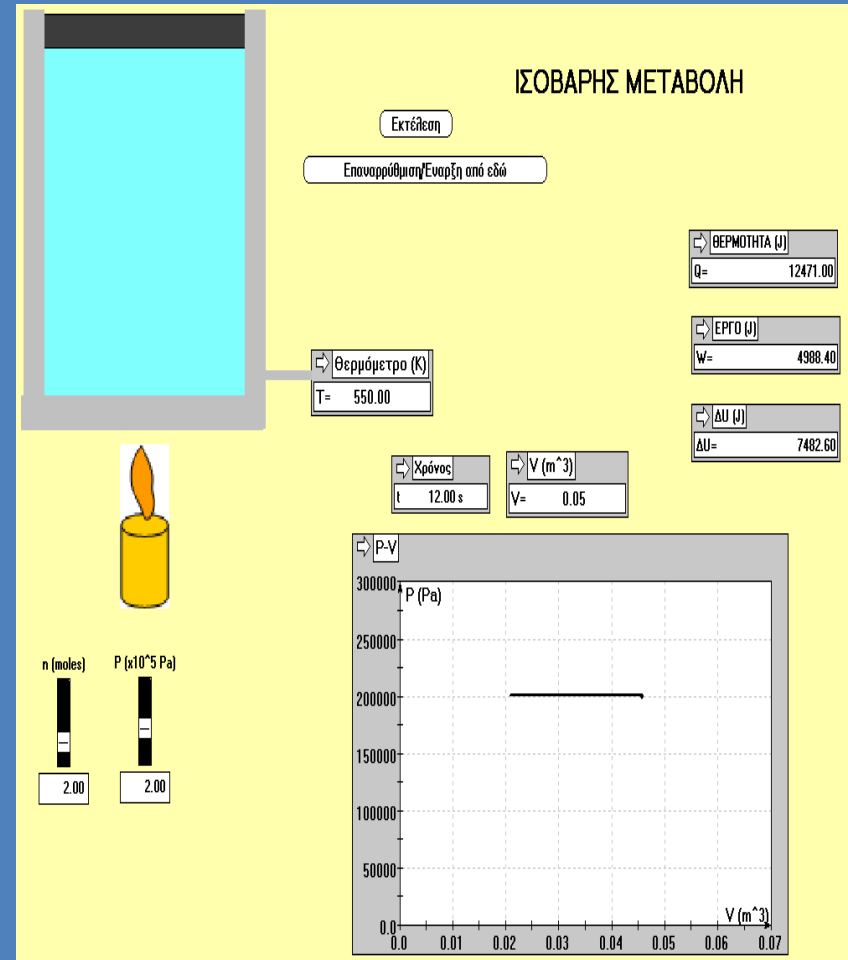
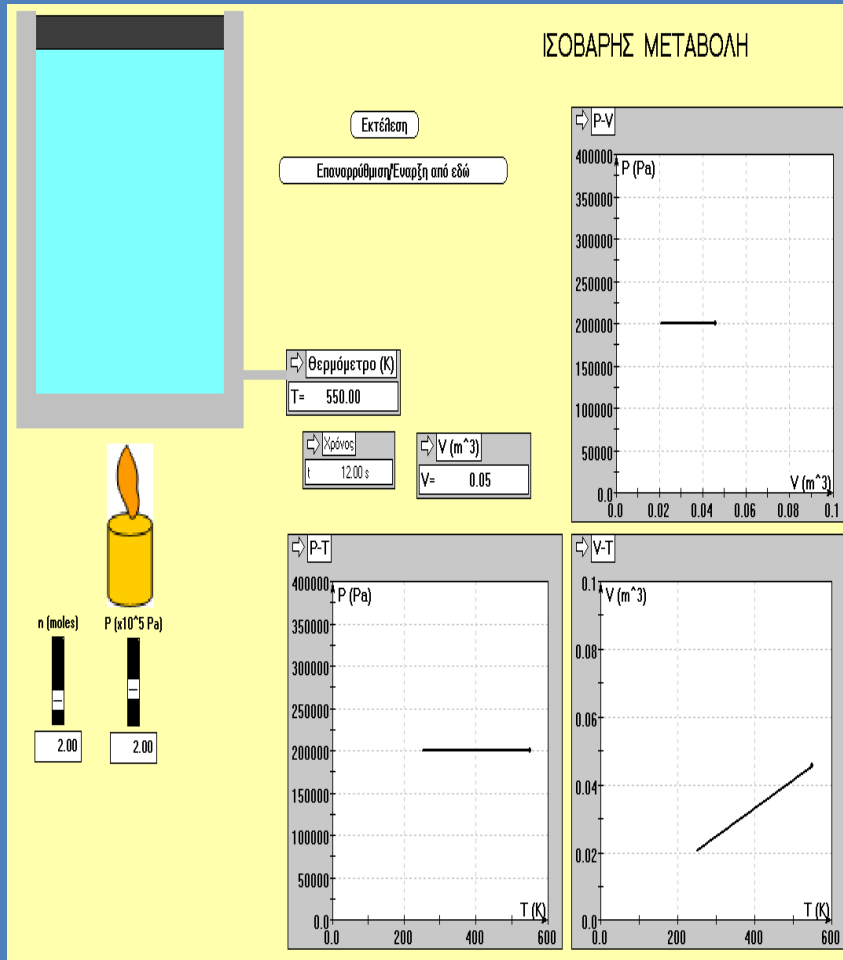
Εφαρμογή του 1<sup>ου</sup> Θερμοδυναμικού νόμου  
στις αντιστρεπτές μεταβολές ιδανικών αερίων.

Εφαρμογή θεωρητικών γνώσεων στις μεταβολές  
αερίου και εκμετάλλευση των πληροφοριών  
που απορρέουν από τις γραφικές παραστάσεις.

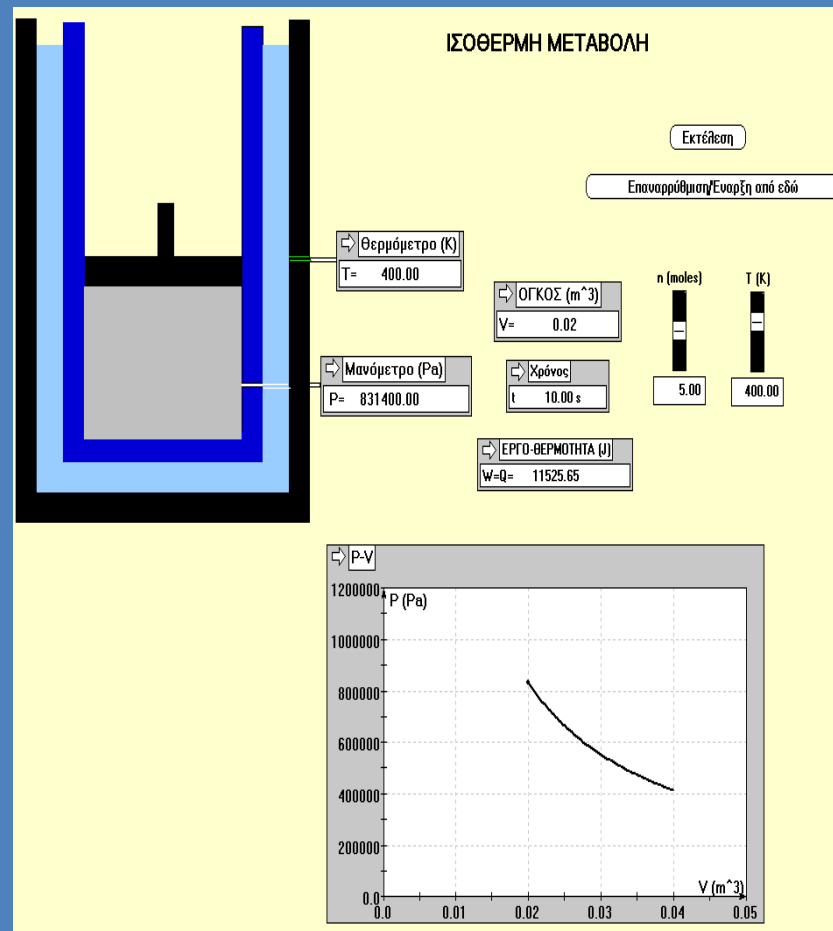
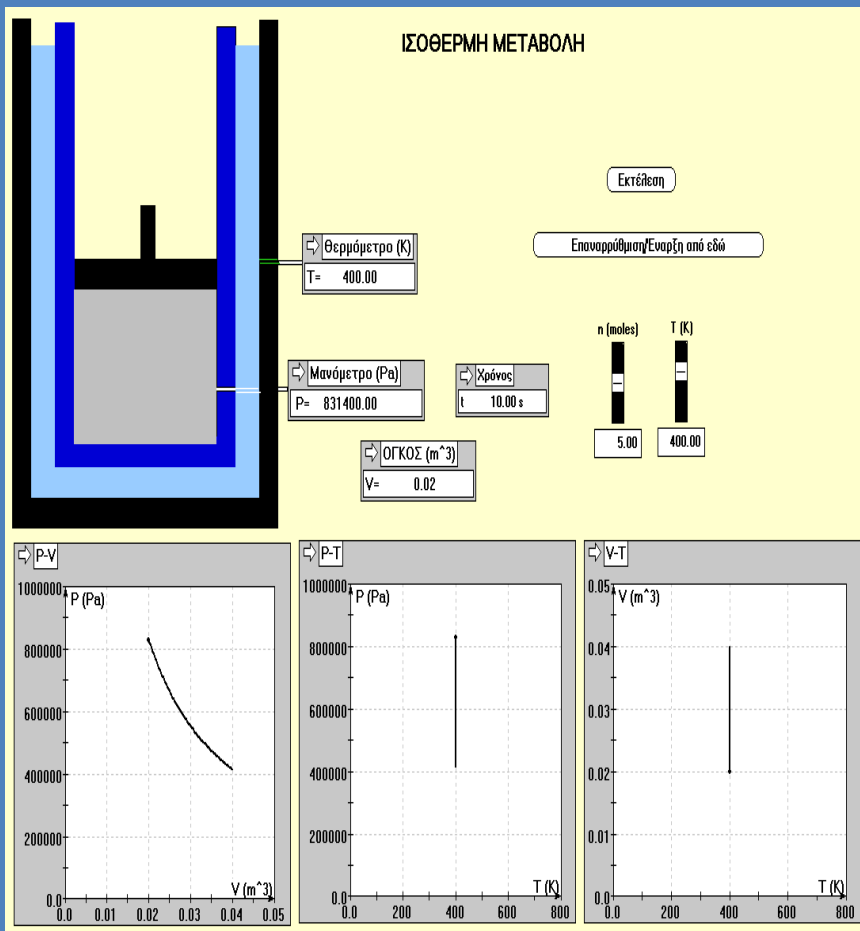
# 1<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Ισόχωρη μεταβολή



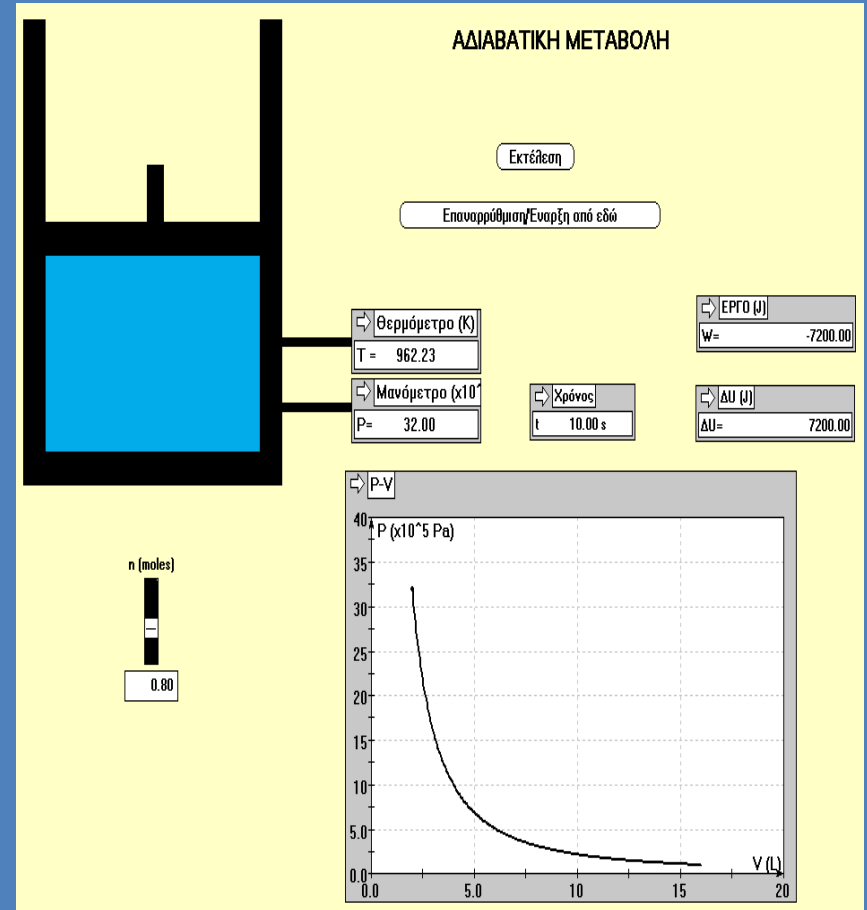
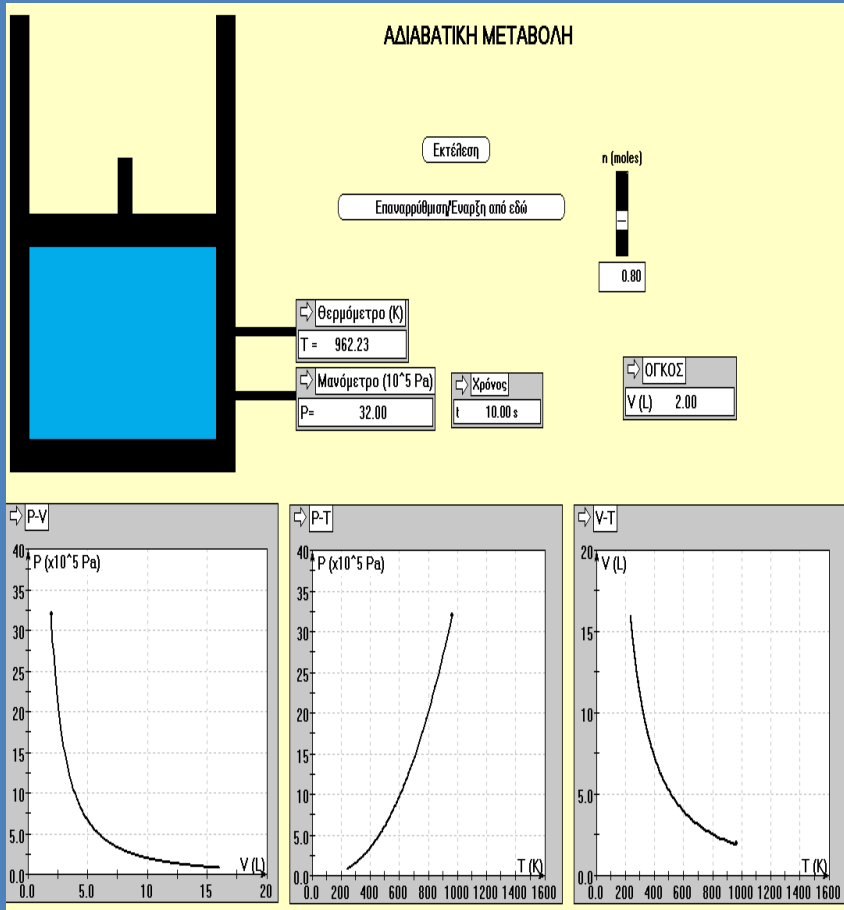
# 2<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Ισοβαρής μεταβολή



# 3η Δραστηριότητα: Ισόθερμη μεταβολή



# 4<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Αδιαβατική μεταβολή





*Διδάσκοντας τις απαραίτητες  
μαθηματικές έννοιες*

Εκθετική συνάρτηση

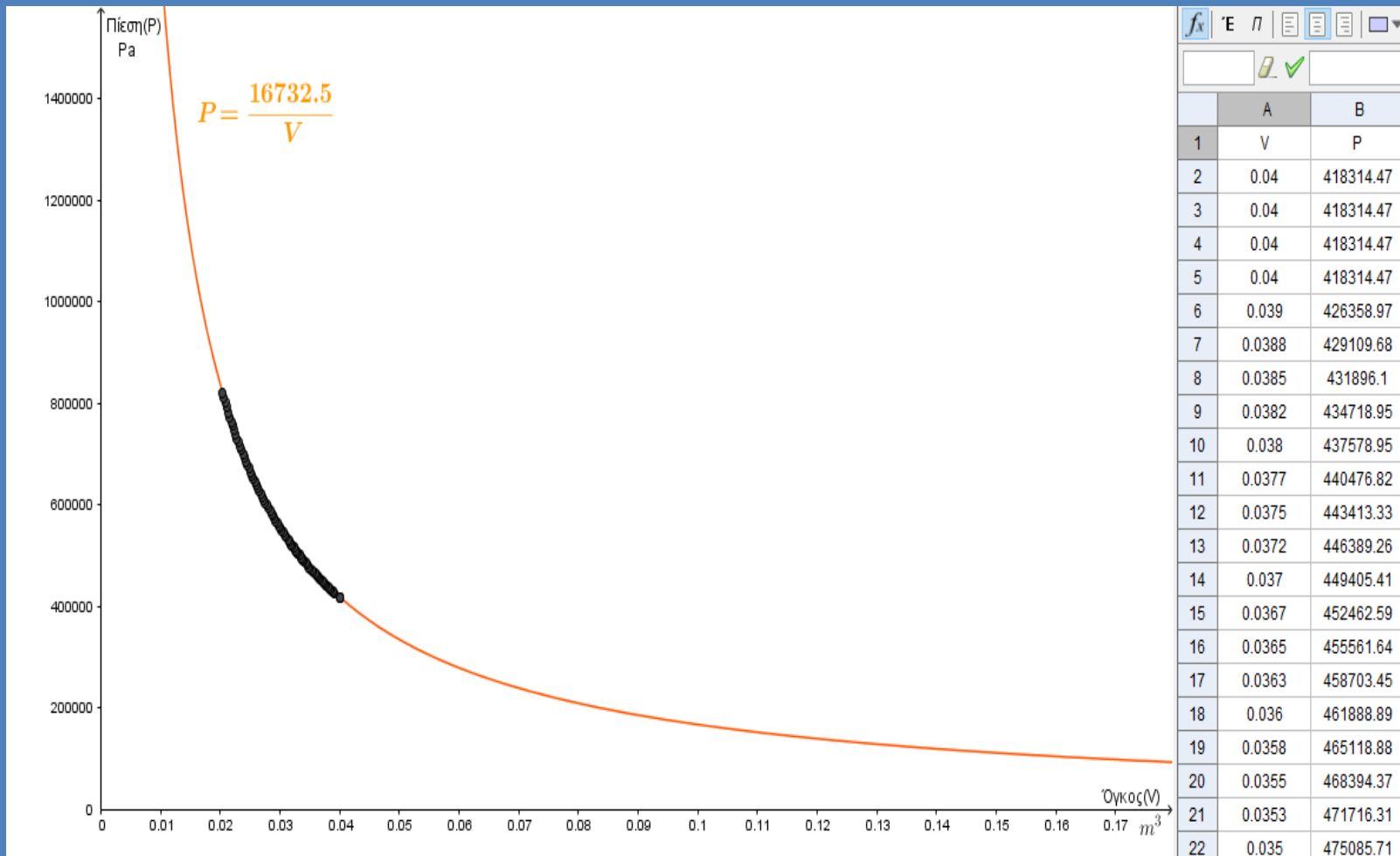
Φυσικός λογάριθμος

*Μέθοδος εξάντλησης του  
Αρχιμήδη*

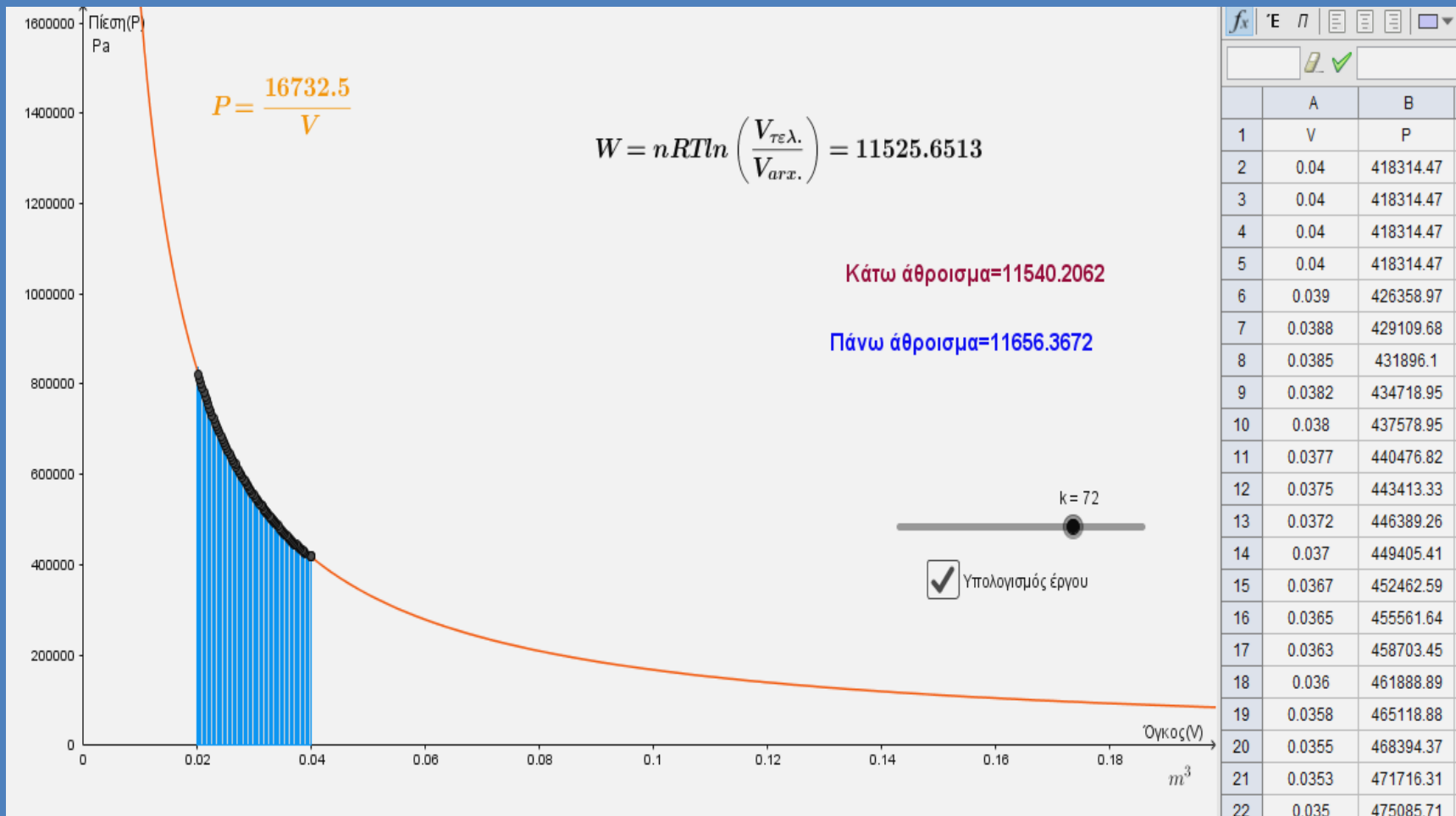
Θα περιγράψουμε  
τις δραστηριότητες  
και θα δώσουμε, συνοπτικά,  
την ενδεικτική πορεία εκτέλεσής τους  
που βοήθησε τους μαθητές  
να ανακαλέσουν  
και να εφαρμόσουν γνωστές τους  
μαθηματικές έννοιες  
αλλά και να τις επεκτείνουν.

# 1<sup>η</sup> Δραστηριότητα:

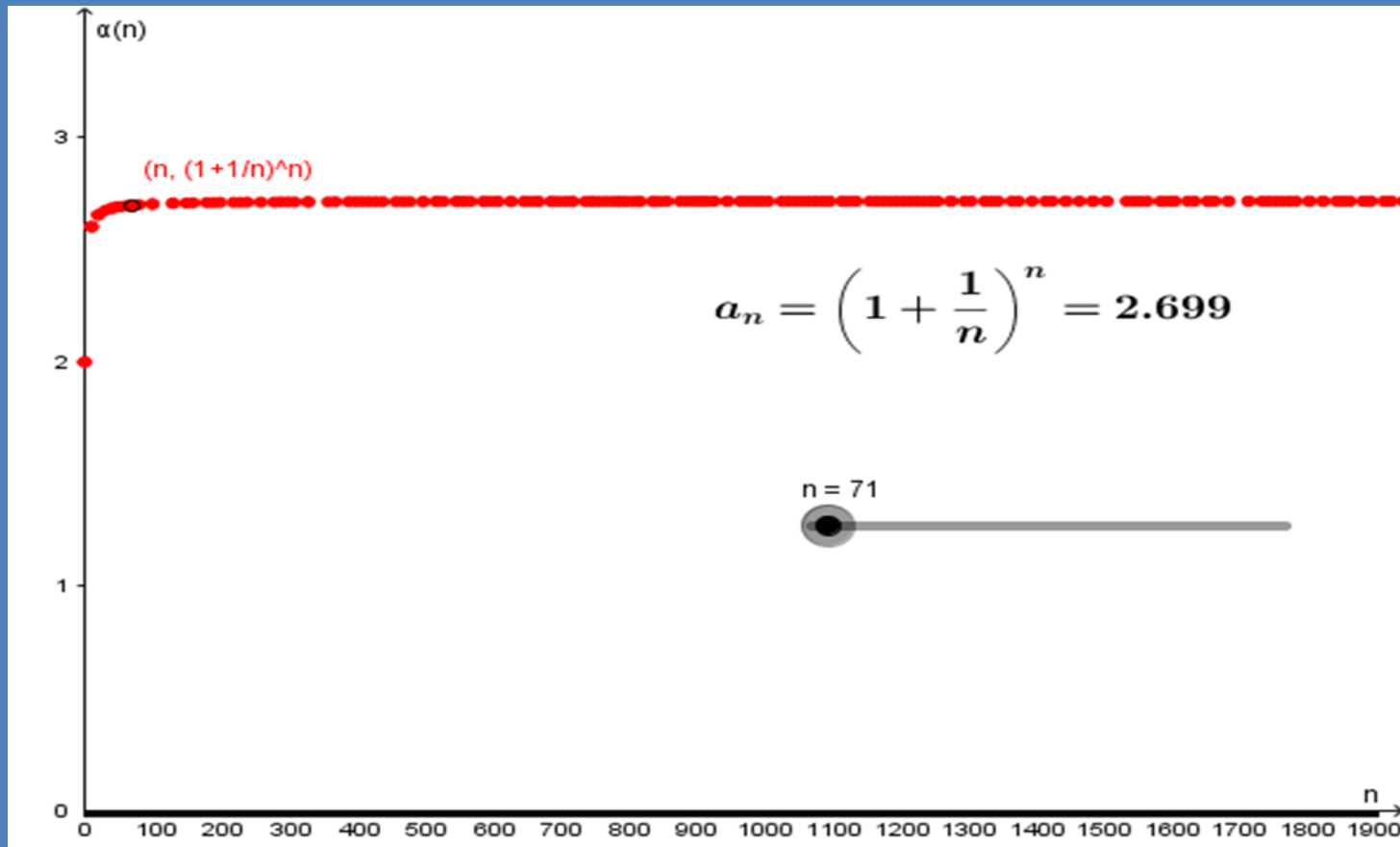
## Εύρεση της σχέσης που πίεσης και όγκου στην ισόθερμη μεταβολή

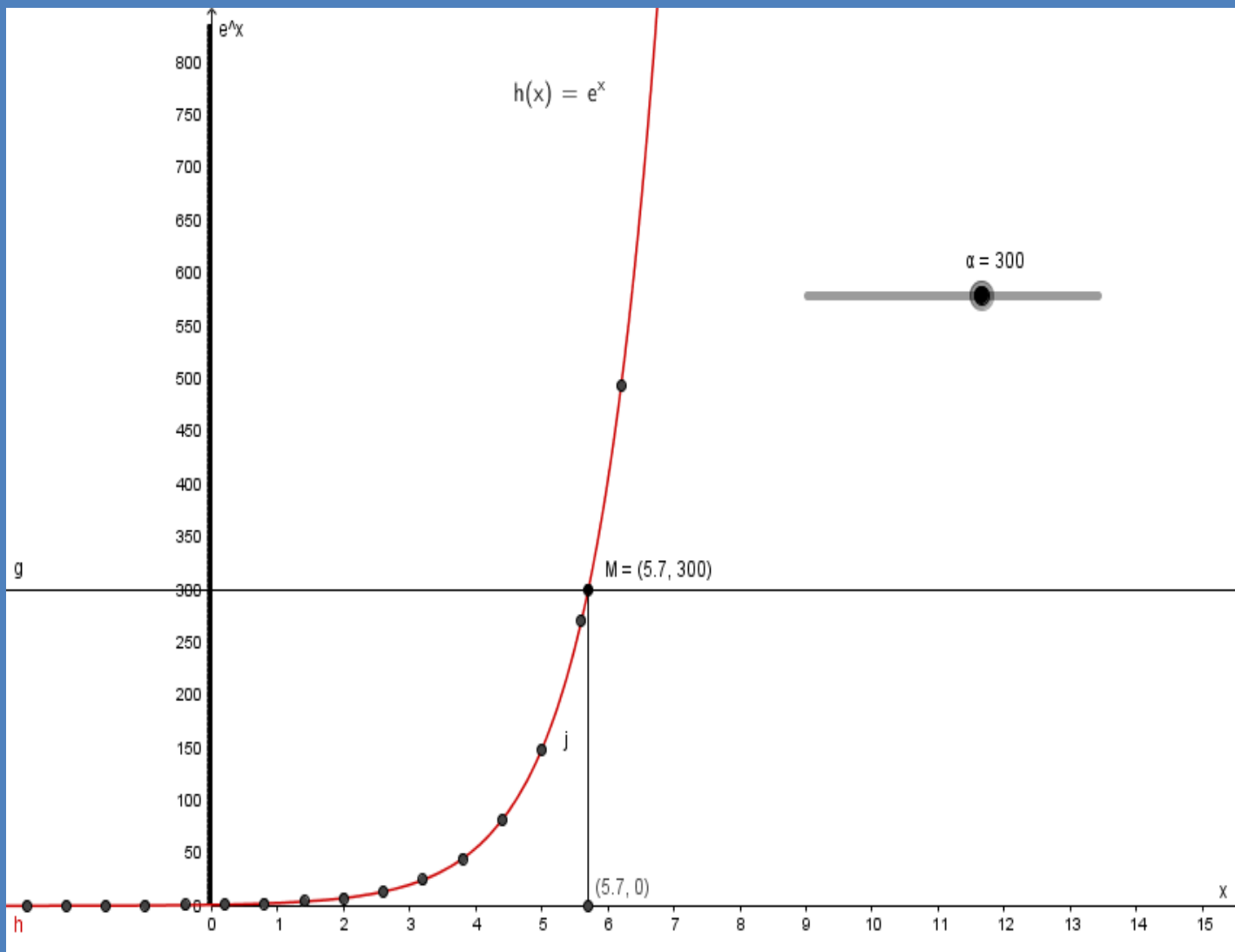


# 2<sup>η</sup> Δραστηριότητα: Υπολογισμός εμβαδού επιπέδου χωρίου



*3<sup>η</sup> Δραστηριότητα:  
Εισαγωγή στην έννοια της εκθετικής  
συνάρτησης και του φυσικού λογάριθμου.*





$f_x$	'E	$\pi$				
	A	B				
1	$x$	$e^x$				
2	-3.4	0.03				
3	-2.8	0.06				
4	-2.2	0.11				
5	-1.6	0.2				
6	-1	0.37				
7	-0.4	0.67				
8	0.2	1.22				
9	0.8	2.23				
10	1.4	4.06				
11	2	7.39				
12	2.6	13.46				
13	3.2	24.53				
14	3.8	44.7				
15	4.4	81.45				
16	5	148.41				
17	5.6	270.43				
18	6.2	492.75				
19	6.8	897.85				
20						
21						
22						

*4<sup>η</sup> Δραστηριότητα:  
Οι βασικές ιδιότητες των πράξεων.*

- $\ln(a_1 \cdot a_2) = \ln a_1 + \ln a_2$  για κάθε  $a_1, a_2 > 0$
- $\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \ln a_1 - \ln a_2$  για κάθε  $a_1, a_2 > 0$  και
- $\ln a^\kappa = \kappa \cdot \ln a$ , για κάθε  $a > 0$ .



***ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ***

Ως προς τη μαθηματική  
επεξεργασία ο υπολογιστής  
μας βοήθησε στις  
εικονοποιήσεις των σχημάτων,  
προσφέροντας οικονομία  
χρόνου και ακρίβεια.

Η κατασκευή γραφικών  
παραστάσεων  
είναι μια δύσκολη  
και χρονοβόρα διαδικασία,  
καθώς απαιτεί ακρίβεια  
τόσο στον υπολογισμό  
όσο και στο σχεδιασμό  
των αντίστοιχων τιμών  
της συνάρτησης.

Η χρήση του λογισμικού  
διευκόλυνε  
τη διαδικασία αυτή  
δίνοντας χρόνο  
στους μαθητές  
για πειραματισμό, διερεύνηση  
και εξαγωγή συμπερασμάτων.

Ως προς τη μελέτη των θερμοδυναμικών μεταβολών ιδανικών αερίων οι μαθητές είχαν τη δυνατότητα εικονικής αναπαράστασης των τεσσάρων μεταβολών, η οποία είναι αδύνατη να πραγματοποιηθεί στο πραγματικό εργαστήριο, να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά εργαλεία για τη μοντελοποίηση των φαινομένων.

Με την πρότασή μας αυτή θέλουμε να επισημάνουμε την αναγκαιότητα διεπιστημονικών συμπράξεων για να κατανοηθεί και να ερμηνευθεί ο κόσμος στην ολότητά του καθώς και την αναγκαιότητα αναδιάρθρωσης του αναλυτικού προγράμματος σπουδών, ιδιαίτερα στην Α' και Β' τάξη του Λυκείου προκειμένου να επιτύχουμε την ενεργητική σύνδεση των Μαθηματικών με τις Φυσικές Επιστήμες.

Καλούμε τους εκπαιδευτικούς και των δύο ειδικοτήτων να προτείνουν για το πώς και ποιες μαθηματικές έννοιες θα διδάξουμε, ωθώντας τα πράγματα προς νέες διδακτικές κατευθύνσεις προκειμένου να οικοδομήσουμε τις προϋποθέσεις για την αξιοποίηση των γνώσεων και εμπειριών των μαθητών στην αντιμετώπιση προβλημάτων και φαινομένων του φυσικού κόσμου.

*Ευχαριστούμε για την  
προσοχή σας*