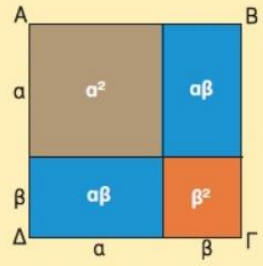


2.2.1 Έργο 1

Η ταυτότητα
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
για θετικούς αριθμούς a και b μπορεί να ερμηνευθεί και γεωμετρικά. Το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $a + b$, οπότε το εμβαδόν του είναι:
 $E = (a + b)^2$ (1)
Το εμβαδόν όμως του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ προκύπτει ακόμη κι αν προσθέσουμε τα εμβαδά των σχημάτων που το αποτελούν. Δηλαδή
 $E = a^2 + ab + ab + b^2$ ή
 $E = a^2 + 2ab + b^2$ (2)
Από τις ισότητες (1) και (2) διαπιστώνουμε ότι
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 3 - 4 άτομα περίπου. Στα σχολεία ΕΝΕΕΓΥΛ κάθε τμήμα αποτελείτε, βάση νόμου, από 2 έως 9 μαθητές. Οπότε στη περίπτωση του τμήματος της Ά λυκείου θα έχουμε 2 ομάδες μαθητών. Σε κάθε ομάδα δίνεται μια αφίσα, στην οποία έχουμε μία απεικόνιση του περιεχομένου της εργασίας, μια μακέτα η οποία θα απαρτίζεται από μία βάση με 4 ορθογώνια διαφορετικού χρώματος και σχήματος και ένα φύλο εργασίας προς συμπλήρωση από την ομάδα σχετικό με τη δραστηριότητα. να σημειωθεί ότι αρκετά παιδιά έχουν δυσκολία στην ανάγνωση και τη κατανόηση του γραπτού λόγου, οπότε ο εκπαιδευτικός δρα ως συντονιστής και για τις 2 ομάδες. Διαβάζει δυνατά τη δραστηριότητα και βοηθά τις ομάδες στη συμπλήρωση του φύλου εργασίας.

Ζητείτε από τους μαθητές να γίνει η κατασκευή των χρωματιστών πλακιδίων της βάσης. Τα δύο πλακάκια θα είναι ίδιου χρώματος και σχήματος και όλα μαζί θα μπορούν

να τοποθετηθούν επάνω στη χρωματιστή βάση, σαν ένα εύκολο πάζλ, όπως και να βγουν από αυτή. Ένα προσχέδιο αυτής της εργασίας φαίνεται στην διπλανή εικόνα. Τα πλακάκια θα είναι πολλά και σε διάφορα χρώματα έτσι ώστε να μπορούν να παίξουν αρκετά παιδιά με αυτό το πάζλ. Σε κάθε πλακάκι θα αναγράφεται ένα γράμμα, που θα αντιπροσωπεύει το εμβαδόν του, ώστε να γνωρίζουν οι μαθητές σε ποια θέση θα μπορούν να το τοποθετήσουν, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα.

Φύλλο Εργασίας 1

Να απαντήσετε τις παρακάτω ερωτήσεις βασιζόμενοι στην δραστηριότητα που πραγματοποιήσατε.

Ερώτηση 1: Από πόσα σχήματα αποτελείτε το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$;

.....

Ερώτηση 2: Πιο είναι το αποτέλεσμα της πρόσθεσης $ab + ab = \dots\dots\dots$

Ερώτηση 3: Εάν βάλουμε αυτά τα σχήματα το ένα δίπλα στο άλλο και προσθέσουμε τα γράμματα που έχουν επάνω τους, ποιος τύπος θα προκύψει;

.....

Ερώτηση 4: Με βάση τα παραπάνω να συμπληρώσετε τον τύπο $(\alpha+\beta)^2 = \dots + \dots + \dots$

Έργο 2

Στη δεύτερη γραστηριότητα δίνεται στις ομάδες η παρακάτω αφίσα και έτοιμα τα σχήματα, τα οποία όμως θα πρέπει οι μαθητές να χρωματίσουν πράσινα και κίτρινα

α) Να βρείτε το συνολικό εμβαδόν των πράσινων σχημάτων.

β) Ποια από τις παρακάτω παραστάσεις εκφράζει το εμβαδόν του κίτρινου τετραγώνου;

i) $x^2 + 9$ ii) $(x + 3)^2$

iii) $x^2 + 6x$ iv) $6x + 9$

γ) Να συγκρίνετε το συνολικό εμβαδόν των πράσινων σχημάτων με το εμβαδόν του κίτρινου τετραγώνου.

με μαρκαδόρους. Στην αφίσα μπορούμε να δούμε το περιεχόμενο και τα ερωτήματα της εργασίας. Το φύλλο εργασίας που θα δοθεί συνοδευτικά στις ομάδες περιέχει τα ίδια ερωτήματα, τα οποία όμως θα πρέπει να συμπληρωθούν γραπτώς από τους μαθητές. Τα κίτρινα και πράσινα σχήματα (μακέτες) είναι περισσότερα του ενός για να χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα από όλα τα παιδιά. Στην πίσω πλευρά του κάθε χρωματιστού σχήματος, οι μαθητές θα μπορούν να βρουν την απάντηση η οποία αφορά το εμβαδόν αυτού. Με τον τρόπο αυτό κάποιος μαθητής έχει τη δυνατότητα να εντοπίσει ποια είναι η σωστή απάντηση, εάν δεν έχει τη δυνατότητα ο ίδιος να απαντήσει στην ερώτησή της δραστηριότητας. Αξίζει να αναφερθεί πως όταν ένας από τους μαθητές έχει δυσκολία στο να βρει την απάντηση, επιθυμούμε να έχει πρόσβαση στο αποτέλεσμα και αυτό για να μπορέσει να ολοκληρώσει τη δραστηριότητα δίχως υπολογισμούς μαθηματικού χαρακτήρα. Τέλος, τα πράσινα σχήματα τοποθετούνται στην επιφάνεια της κίτρινης μακέτας και αυτό για να μπορεί οποιοσδήποτε να δει ότι χρησιμοποιείται ο ίδιος τύπος και στα δύο σχήματα (Λάμπας, 2019).

Φύλλο Εργασίας 2

Να απαντήσετε τις παρακάτω ερωτήσεις βασιζόμενοι στην δραστηριότητα που πραγματοποιήσατε.

Ερώτηση 1: Ποιο είναι το συνολικό εμβαδό των πράσινων σχημάτων;

.....

Ερώτηση 2: Ποια παράσταση εκφράζει το εμβαδό του κίτρινου τετραγώνου;

.....

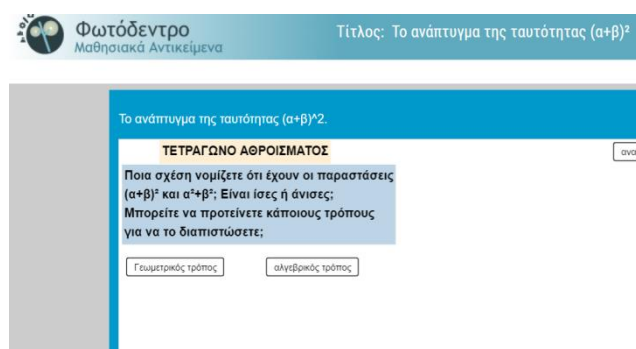
Ερώτηση 3: Είναι ο τύπος των πράσινων σχημάτων ίσος με αυτόν του κίτρινου τετραγώνου;

.....

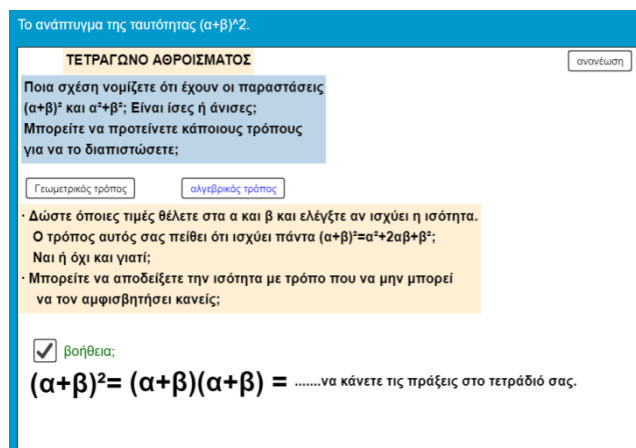
Ερώτηση 4: Με βάση τα παραπάνω να συμπληρώσετε τον τύπο $(x+3)^2 = \dots + \dots + \dots$

Έργο 3

Οι 2 ομάδες μεταφέρονται στο εργαστήριο της πληροφορικής, όπου υπάρχει και διαδραστικός πίνακας. Με τη βοήθεια του καθηγητή και με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών, όλοι μαζί, μέσω του παρακάτω



συνδέσμου <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1890>, συνδέονται στο περιβάλλον του Φωτόδεντρου. Ο καθηγητής προβάλλοντας τις δραστηριότητες του φωτόδεντρου στον διαδραστικό πίνακα, συντονίζει τις ομάδες και τους δείχνει πώς μπορούν να χειριστούν το περιβάλλον του φωτόδεντρου. Επίσης τους κάνει ερωτήσεις και συζητούν σχετικά με αυτά που βλέπουν, όπως είναι οι αλλαγές των τύπων και των σχημάτων που μπορούμε να παρατηρήσουμε στις διπλανές



εικόνες. Κάθε μαθητής εκφράζει τους προβληματισμούς του σχετικά με τις αλλαγές των σχημάτων που προκύπτουν και στο τέλος οι ομάδες συμπληρώνουν το σχετικό φύλλο εργασίας.

Το ανάπτυγμα της ταυτότητας $(a+b)^2$.

ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ανανέωση

Ποια σχέση νομίζετε ότι έχουν οι παραστάσεις $(a+b)^2$ και a^2+b^2 ; Είναι ίσες ή άνισες; Μπορείτε να προτείνετε κάποιους τρόπους για να το διαπιστώσετε;

Μήπως τα τετράγωνα στην επιφάνεια εργασίας μπορούν να σας βοηθήσουν να δώσετε μια πρώτη απάντηση στο αν είναι ίσα το $(a+b)^2$ και a^2+b^2 ;

Οι δρομείς α και β μεταβάλλουν τις πλευρές των τετραγώνων.

Το ανάπτυγμα της ταυτότητας $(a+b)^2$.

ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ανανέωση

Ποια σχέση νομίζετε ότι έχουν οι παραστάσεις $(a+b)^2$ και a^2+b^2 ; Είναι ίσες ή άνισες; Μπορείτε να προτείνετε κάποιους τρόπους για να το διαπιστώσετε;

- Σύρετε τα σημεία E, A, B και παρατηρήστε τι συμβαίνει.
- Τι εκφράζουν γεωμετρικά οι παραστάσεις $(a+b)^2$, a^2 , b^2 , ab ;
- Με τι φαίνεται να ισούται η παράσταση $(a+b)^2$;
- Πότε ισχύει $(a+b)^2 = a^2+b^2$;

Φύλλο Εργασίας 3

Να απαντήσετε τις παρακάτω ερωτήσεις βασιζόμενοι στην δραστηριότητα που πραγματοποιήσατε.

Ερώτηση 1: Είναι ίσες οι σχέσεις $(a+b)^2$ και a^2+b^2 ;

.....

Ερώτηση 2: Να συμπληρώσετε τον τύπο κάνοντας τις πράξεις $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) =$

.....

Ερώτηση 3: Πότε ισχύει $(a+b)^2 = a^2+b^2$;

.....
Ερώτηση 4: Τι εκφράζουν γεωμετρικά οι παραστάσεις $(\alpha+\beta)^2$, α^2 , β^2 , $\alpha\beta$;
.....

3.1. Αξιολόγηση μάθησης/ μαθητή.

Μέσω της συζήτησης και της αλληλεπίδρασης που έχει ο εκπαιδευτικός με τις ομάδες, μπορεί να προσδιορίσει τις δυσκολίες που αντιμετώπισαν οι μαθητές, καθώς και τον τρόπο σκέψης τους, όσον αφορά το μαθηματικό συλλογισμό. Επίσης, για την αξιολόγηση του έργου θα ληφθούν υπόψη τα φύλλα εργασίας και οι απαντήσεις που έδωσαν οι μαθητές σε αυτά. Οι μαθητές θα λάβουν σχόλια για τις απαντήσεις τους ώστε να διορθωθούν οι τυχόν παρερμηνείες της δραστηριότητας. Τέλος, ο εκπαιδευτικός θα συμπληρώσει μία ρουμπρίκα αξιολόγησης για κάθε μαθητή, με τη μορφή διαβαθμισμένων κριτηρίων όπως παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα:

Ομάδα:

Ονοματεπώνυμο:

Κριτήρια	Εξαιρετική επίδοση 3	Μέτρια επίδοση 2	Χαμηλή επίδοση 1	Βαθμός
Εκπλήρωση Διδακτικών Στόχων	Μέσα από την δραστηριότητα εκπληρώνονται οι διδακτικοί στόχοι σε ποσοστό άνω του 80%.	Μέσα από την δραστηριότητα εκπληρώνονται οι διδακτικοί στόχοι σε ποσοστό μεταξύ του 50 - 80%.	Μέσα από την δραστηριότητα εκπληρώνονται οι διδακτικοί στόχοι σε ποσοστό κάτω του 50%.	
Συμμετοχή και κινητοποίηση των μαθητών	Ο μαθητής συμμετείχε ενεργά και ένθερμα στη διεκπεραίωση της δραστηριότητας.	Ο μαθητής δεν συμμετείχε κάθε φορά στη διεκπεραίωση της δραστηριότητας.	Ο μαθητής δεν συμμετείχε καθόλου στη διεκπεραίωση της δραστηριότητας.	
Συμπεριφορά και συνεργασία μέσα στην ομάδα	Ο μαθητής είχε πολύ καλή συμπεριφορά και συνεργαζόταν σε άριστο βαθμό με την ομάδα	Ο μαθητής είχε μια μέτρια συμπεριφορά και συνεργαζόταν σε μέτριο βαθμό με την ομάδα	Ο μαθητής δεν είχε καλή συμπεριφορά και δεν συνεργαζόταν με την ομάδα	
Γενικές γνώσεις που αποκτήθηκαν μέσω της δραστηριότητας	Ο μαθητής αποκόμισε νέες γνώσεις σε άριστο βαθμό.	Ο μαθητής αποκόμισε νέες γνώσεις σε επαρκή βαθμό.	Ο μαθητής δεν αποκόμισε καμία νέα γνώση.	

3.2. Για το διδακτικό έργο.

Για να μπορέσει ο εκπαιδευτικός να αξιολογήσει το συνολικό διδακτικό έργο και τις επιλογές που έκανε, προτείνεται να απαντήσει/βαθμολογήσει τις παρακάτω ερωτήσεις, λαμβάνοντας υπόψη του την ανταπόκριση των μαθητών.

1. Σε ποιο βαθμό ενεργοποιήθηκαν οι μαθητές;

Εξαιρετικά 3	Μέτρια 2	Χαμηλά 1
-----------------	-------------	-------------

2. Είναι ικανοποιητικές οι απαντήσεις των μαθητών στα φύλλα εργασίας;

Εξαιρετικά 3	Μέτρια 2	Χαμηλά 1
-----------------	-------------	-------------

3. Υπήρξε πραγματοποίηση των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων;

Εξαιρετικά 3	Μέτρια 2	Χαμηλά 1
-----------------	-------------	-------------

4. Δίνεται στους μαθητές για εξάσκηση στο σπίτι ένα φυλλάδιο με εργασίες, όπου αξιοποιείται το περιεχόμενο του διδακτικού έργου.

Φύλλο εργασίας

1. Να συμπληρώσετε τον τύπο: $(\alpha+\beta)^2 = \dots+\dots+\dots$

2. Να συμπληρώσετε τους τύπους: $(\alpha+2)^2 = \alpha^2+\dots+2^2 = \alpha^2+\dots+\dots$

$$(\alpha+1)^2 = \alpha^2+\dots+1^2 = \alpha^2+\dots+\dots$$

3. Να επιλύσετε την παράσταση $A = (\alpha+2)^2 + (\alpha+1)^2 = \dots\dots\dots$

4. ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

4.1. Για τον σχεδιασμό της διδασκαλίας

Οι μαθητές μπορούν να εργαστούν στο σπίτι με παρόμοιο τρόπο, για την επίλυση ασκήσεων, όπως ασχολήθηκαν με τα έργα στην τάξη;

Πώς μπορούμε να αξιοποιήσουμε τα συγκεκριμένα έργα, ώστε οι μαθητές να πειραματιστούν και με τους υπόλοιπους τύπους των ταυτοτήτων;

Ποια χαρακτηριστικά των εφαρμογών στο φωτόδεντρο ενισχύουν τη διδακτική πράξη;

Πότε κρίνεται σκόπιμη η αξιοποίηση των ψηφιακών εργαλείων;

Σε ποιες άλλες μαθηματικές εφαρμογές μπορούμε να έχουμε αξιοποίηση του χειραπτικού υλικού;

4.2. Για την μαθησιακή διαδικασία

Μέσω των συγκεκριμένων μαθηματικών έργων υπάρχουν διαφορετικές προσεγγίσεις;

Υπάρχει πραγματική κατανόηση από τους μαθητές, στον τρόπο με τον οποίο αναπτύσσεται μία ταυτότητα;

4.3. Για την διδακτική προσέγγιση

Ποιες μαθηματικές διεργασίες αναμένουμε να αναπτύξουν οι μαθητές;

Ποιες πρακτικές υποστηρίζουν τα μαθηματικά έργα μέσω της δραστηριότητας;

Τα έργα μας περιέχουν κοινωνικές και πολιτισμικές πρακτικές;

4.4. Για την ανατροφοδότηση του εκπαιδευτικού και της πρακτικής του/της (επαγγελματική ανάπτυξη)

Ποιες είναι οι μαθηματικές ιδέες που διαπραγματεύονται τα έργα;

Εφαρμόζεται στα έργα η ανακαλυπτική μέθοδος από τους μαθητές;

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αναπτύσσει την κριτική σκέψη των μαθητών;

Υπάρχει γνωστική σύγκρουση;