

ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να σημειώσετε τη σωστή απάντηση.

1. Ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό ;

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{7} = 3$ B. $\sqrt[3]{5} = \sqrt{5}$ Γ. $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 1-\sqrt{3}$
 Δ. $(1-\sqrt{3})^2 = 4-2\sqrt{3}$ E. $(\sqrt{11}-\sqrt{2})^2 = 9$

2. Η παράσταση $\sqrt[3]{(0,001)^{-1}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{0,04}\right)^{-1}}$ είναι ίση με

- A. 0,2 B. 0,4 Γ. 1 Δ. 2 E. 4

3. Η παράσταση $\sqrt{1,05 + \sqrt{1,94 - \sqrt{\frac{1}{8}}}}$ είναι ίση με

- A. 0,5 B. 1,5 Γ. 2 Δ. 2,5 E. 3

4. Αν α, β είναι πραγματικοί αριθμοί και ισχύουν $\alpha - \beta < \alpha$, $\alpha\beta < 0$, τότε η παράσταση $\sqrt{9\alpha^2} - \sqrt{4\beta^2} + 3\alpha - \sqrt{\beta^2}$ είναι ίση με

- A. -3β B. -4α Γ. $6\alpha - \beta$ Δ. $-6\alpha + \beta$ E. $-2\alpha - 3\beta$

5. Αν $x^2 < x$, τότε η παράσταση $\sqrt{x^2} - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ είναι ίση με

- A. -1 B. $2x$ Γ. $2x - 1$ Δ. $1 - x$ E. 1

6. Αν $0 < x < 5$, τότε η παράσταση $\sqrt{\frac{x^2}{25} + \frac{25}{x^2}} - 2$ είναι ίση με

- A. $\frac{25-x^2}{x}$ B. $\frac{25+x^2}{5x}$ Γ. $\frac{5-x}{5x}$ Δ. $\frac{25-x^2}{5x}$ E. $\frac{x-5}{5x}$

7. Η παράσταση $A = \sqrt{x-3} + \sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{5-x}$ έχει σύνολο ορισμού

- A. $(-\infty, 3]$ B. $(0, 3)$ Γ. $[3, 5]$ Δ. $[5, +\infty)$ E. $(-\infty, 5]$

8. Η παράσταση $\sqrt{x-2} + \sqrt{14-2x}$ ορίζεται όταν

- A. $x > 2$ B. $0 < x < 2$ Γ. $x \leq 2$ Δ. $2 \leq x \leq 7$ E. $0 < x < 7$

9. Η παράσταση $5\sqrt{18} - 7\sqrt{50} + \sqrt{72}$ είναι ίση με

- A. $-14\sqrt{2}$ B. $-12\sqrt{2}$ Γ. $-11\sqrt{2}$ Δ. $-9\sqrt{2}$ E. $-8\sqrt{2}$

10. Η παράσταση $\frac{\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[4]{5}}{\sqrt{5}}$ είναι ίση με
 Α. $\sqrt{5}$ Β. $\sqrt[3]{5}$ Γ. $\sqrt[3]{25}$ Δ. $\sqrt[4]{5}$ Ε. $\sqrt[4]{5}$

11. Η παράσταση $\sqrt[16]{(2^7 + 2^7) : (3^7 + 3^7 + 3^7)}$ είναι ίση με
 Α. $\frac{4}{9}$ Β. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Γ. $\frac{2}{3}$ Δ. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ Ε. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

12. Η παράσταση $\frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$ είναι ίση με
 Α. $\sqrt{5}$ Β. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ Γ. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ Δ. 5 Ε. 1

13. Η παράσταση $\frac{\sqrt{8}+3\sqrt{32}+\sqrt{12}+3\sqrt{48}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ είναι ίση με
 Α. 1 Β. 28 Γ. $\sqrt{2}$ Δ. $\sqrt{3}$ Ε. 14

14. Η παράσταση $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ είναι ίση με
 Α. -1 Β. 1 Γ. 2 Δ. 3 Ε. 4

15. Η παράσταση $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} - \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ είναι ίση με
 Α. 28 Β. 14 Γ. $4\sqrt{5}$ Δ. $\frac{7}{2}\sqrt{5}$ Ε. $3\sqrt{5}$

16. Η παράσταση $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ είναι ίση με
 Α. 2 Β. $\sqrt{6}$ Γ. $2\sqrt{5}$ Δ. 6 Ε. 12

17. Η παράσταση $\left(\frac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} \right) : \sqrt{3}$ είναι ίση με
 Α. 4 Β. 2 Γ. $\frac{3}{2}$ Δ. $\frac{2}{3}$ Ε. $\frac{1}{4}$

18. Η παράσταση $8\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{150} + 6\sqrt{\frac{2}{3}}$ είναι ίση με
 Α. $-3\sqrt{6}$ Β. $-2\sqrt{6}$ Γ. $\sqrt{6}$ Δ. $2\sqrt{6}$ Ε. $3\sqrt{6}$

19. Η παράσταση $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}$ είναι ίση με

A. $\sqrt[6]{2}$ B. $2\sqrt[2]{2}$ Γ. $2\sqrt[3]{2}$ Δ. $4\sqrt[2]{2}$ E. $4\sqrt[3]{2}$

20. Η παράσταση $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{4+2\sqrt{3}}$ είναι ίση με
A. 2 B. 1 Γ. -2 Δ. -1 E. 0

21. Η παράσταση $\sqrt{499 \cdot 501 + 1} - \sqrt{43 \cdot 45 + 1}$ είναι ίση με
A. 436 B. 446 Γ. 456 Δ. 466 E. 476

22. Αν οι αριθμοί $\sqrt{x-2\sqrt{5}}$ και $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ είναι αντίστροφοι, τότε ο x είναι ίσος με
A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 6 E. 8

23. Η παράσταση $\frac{2}{1+\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ είναι ίση με
A. 18 B. 12 Γ. 10 Δ. $4\sqrt{11}$ E. $6\sqrt{11}$

24. Αν $x = \sqrt[3]{5}$ και $\psi = \sqrt[6]{16}$, τότε η παράσταση $\frac{(x^2 - \psi^2) \cdot (x^2 + \psi^2 + x\psi)}{x + \psi}$ είναι ίση με
A. $5 - \sqrt{2}$ B. $5 + \sqrt{2}$ Γ. 5 Δ. 4 E. 1

25. Αν $\alpha = 2 - \sqrt{2}$, $\beta = 6 + 4\sqrt{2}$, τότε η παράσταση $\sqrt{\alpha\sqrt{\beta}}$ είναι ίση με
A. 1 B. $\sqrt{2}$ Γ. 2 Δ. $2\sqrt{2}$ E. 4

26. Αν $x = \sqrt{3} + 2$ και $\psi = \sqrt{3} - 2$, τότε η παράσταση $\frac{x}{\psi} + \frac{\psi}{x}$ είναι ίση με
A. -14 B. -7 Γ. -1 Δ. 3 E. 14

27. Αν $x = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ και $\psi = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, τότε το $(x^2 - \psi^2)^2$ είναι ίσο με
A. 80 B. 90 Γ. 120 Δ. 140 E. 160

28. Αν $\sqrt{\frac{x}{\psi}} - \sqrt{\frac{\psi}{x}} = 3$ και $\frac{x^2 + \psi^2}{x\psi} = \mu$, τότε το μ είναι ίσο με
A. 3 B. 5 Γ. 9 Δ. 11 E. 13

29. Αν $x = 2 - \sqrt{3}$, τότε η παράσταση $\frac{2x+2}{1-x^2}$ είναι ίση
A. $1 - \sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} - 1$ Γ. $1 + \sqrt{3}$ Δ. $2\sqrt{3}$ E. $2 + \sqrt{3}$

30. Αν $x = \sqrt[5]{a^3}$ και $\psi = \sqrt[4]{a}$, τότε το ψ συναρτήσει του x είναι ίσο με
A. $x^{\frac{5}{3}}$ B. x^2 Γ. $x^{\frac{2}{7}}$ Δ. $x^{\frac{1}{3}}$ E. $x^{\frac{5}{12}}$

31. Αν $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{\psi} = 2$ και $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{\psi} = 3$, τότε το άθροισμα $x + \psi$ είναι ίσο με
 Α. 9 Β. 18 Γ. 27 Δ. 36 Ε. 48

32. Αν $\alpha = \sqrt{75}$, $\beta = \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$ και $\gamma = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$, τότε το γινόμενο $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ είναι ίσο με
 Α. -2 Β. $-\sqrt{3}$ Γ. 1 Δ. $\sqrt{3}$ Ε. $\sqrt{2}$

33. Αν $\alpha = \sqrt{75}$ και $\beta = \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$, τότε ο αριθμός $\sqrt{3}$, συναρτήσει των α , β είναι ίσος με
 Α. $\alpha\beta^2$ Β. $\alpha^2\beta$ Γ. $\frac{\alpha}{\beta^2}$ Δ. $\frac{\alpha^2}{\beta}$ Ε. $\frac{\alpha}{\beta}$

34. Αν $\alpha < \beta < 0 < \gamma$, τότε η παράσταση $\frac{\sqrt{\alpha^2\beta^2}}{\alpha\beta} + \frac{\sqrt{\beta^2\gamma^2}}{\beta\gamma}$ είναι ίση με
 Α. -2 Β. 0 Γ. 2 Δ. 3 Ε. 4

35. Αν x, ψ είναι πραγματικοί αριθμοί και ισχύει $\frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} = x + \psi\sqrt{2}$, τότε το άθροισμα $x + \psi$ είναι ίσο με
 Α. $\frac{1}{7}$ Β. $\frac{2}{7}$ Γ. $\frac{3}{7}$ Δ. $\frac{4}{7}$ Ε. $\frac{5}{7}$

36. Αν $x < 1$, η παράσταση $\sqrt{x^2 - 7x + 15} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ είναι ίση με
 Α. $x - 3$ Β. $x - 4$ Γ. $5 - x$ Δ. $4 - x$ Ε. $3 - x$

37. Η παράσταση $\sqrt[3]{2^4 4^3 4^9 16}$ είναι ίση με
 Α. $\sqrt[3]{16}$ Β. $\sqrt[3]{8}$ Γ. $\sqrt[3]{4}$ Δ. $\sqrt[3]{2}$ Ε. 2

38. Η παράσταση $\sqrt[5]{3^2 2^{10}} \cdot \sqrt[6]{2^4}$ είναι ίση με
 Α. 2 Β. $2\sqrt{2}$ Γ. $\sqrt{2}$ Δ. $\sqrt{3}$ Ε. 14

39. Αν $\alpha > 0$ και $\frac{\sqrt[3]{\alpha\sqrt{\alpha}} \cdot \sqrt[6]{\alpha}}{\sqrt[4]{\alpha^3\sqrt{\alpha}}} = 3$, τότε ο α είναι ίσος με
 Α. 3 Β. 6 Γ. 9 Δ. 21 Ε. 27

40. Αν $\alpha = \sqrt{2^3 4^3 \sqrt{2}}$, τότε η παράσταση $\alpha^{\frac{9}{2}}$ είναι ίση με
 Α. 2 Β. 4 Γ. 8 Δ. 16 Ε. 32

41. Αν $x = \sqrt{3}$, $\psi = \sqrt[3]{5}$ και $z = \sqrt[4]{24}$, ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι αληθής;
 Α. $x < \psi < z$ Β. $z < \psi < x$ Γ. $z < x < \psi$ Δ. $x < z < \psi$ Ε. $\psi < x < z$

42. Αν $x = \frac{1}{3}$, $\psi = \sqrt[3]{0,25}$ και $z = \sqrt{0,125}$, ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι αληθής;
 Α. $x < \psi < z$ Β. $x < z < \psi$ Γ. $z < \psi < x$ Δ. $z < x < \psi$ Ε. $\psi < x < z$

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

43. Για ποιες τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις:

(i) $A = \sqrt{x-3}$ (ii) $B = \sqrt{1-x}$ (iii) $\Gamma = \frac{5}{\sqrt{2x-3}}$ (iv) $\Delta = \sqrt{x+2} + \sqrt{5-x}$

(v) $E = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$

44. Για ποιες τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις:

(i) $A = \sqrt[3]{1-2x}$ (ii) $B = \sqrt[5]{5+2x}$ (iii) $\Gamma = \sqrt{x-3} - \sqrt{7-x}$ (iv) $\Delta = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{8-2x}}$

45. Να γράψετε χωρίς ριζικά και απόλυτα τις παραστάσεις:

(i) $f(x) = \frac{2\sqrt{x^2}}{x}$ (ii) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x-3}$ (iii) $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - 10x^3 + 25x^2}}{5-x}$

46. Να γράψετε χωρίς ριζικά και απόλυτα τις παραστάσεις:

(i) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ (ii) $f(x) = (x-2)\sqrt{\frac{9x^2}{x^2 - 4x + 4}}$

47. Να κάνετε τις πράξεις:

(i) $3\sqrt{18} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{32} - \sqrt{50}$ (ii) $\sqrt{12} - 2\sqrt{27} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{75} + 3\sqrt{108}$

48. Να κάνετε τις πράξεις:

(i) $2\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{375}$ (ii) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} + \frac{5}{6}\sqrt{27} - \frac{1}{10}\sqrt{75} + \sqrt{\frac{1}{3}}$

49. Να γίνουν οι πράξεις:

$$(i) \sqrt{64 \cdot 36 \cdot 121} \quad (ii) \sqrt[5]{32 \cdot 243} \quad (iii) \sqrt[4]{\frac{81}{625}} \quad (iv) \sqrt[3]{0,343}$$

$$(v) \sqrt{\frac{20}{5}} \cdot \sqrt{\frac{8}{5}} \quad (vi) 2\sqrt[4]{3\alpha} \cdot 5\sqrt[4]{27\alpha^3} \quad (vii) \sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{2}$$

50. Αν $\alpha > 0$ και $\beta > 0$ να κάνετε τις πράξεις:

$$(i) 3\sqrt{\alpha\beta^3} : \sqrt{\alpha^3\beta} \quad (ii) \frac{\alpha}{\beta} \sqrt[5]{\frac{\alpha^3}{\beta^2}} : \frac{\alpha^2}{\beta^2} \sqrt[5]{\frac{\beta^3}{\alpha^7}} \quad (iii) \frac{\sqrt[3]{\alpha^5\beta^4} \cdot \sqrt[3]{\alpha^3\beta^2}}{\sqrt[3]{\alpha^2\beta^{12}}}$$

51. Να γίνουν οι πράξεις:

$$(i) \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5} \quad (ii) \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[6]{81} \quad (iii) \sqrt{54} : \sqrt[4]{36} \quad (iv) \frac{\sqrt[8]{9} \cdot \sqrt[3]{40} \cdot \sqrt[4]{4}}{\sqrt[6]{25} \cdot \sqrt{2}}$$

52. Να βγάλετε ότι είναι δυνατόν έξω από τη ρίζα:

$$(i) \sqrt{8} \quad (ii) \sqrt{48} \quad (iii) \sqrt{175} \quad (iv) \sqrt[3]{375}$$

$$(v) \sqrt[4]{243} \quad (vi) \sqrt{128} \quad (vii) \sqrt{288} \quad (viii) \sqrt{\frac{50}{49}}$$

53. Να βάλετε τον συντελεστή μέσα στην ρίζα:

$$(i) \frac{\alpha}{\beta} \sqrt{\frac{\beta^{v+2}}{\alpha^{v+2}}}, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (ii) (\alpha-3) \sqrt{\frac{1}{\alpha-3}}, \alpha > 3 \quad (iii) (\alpha-3) \sqrt{\frac{1}{\alpha-3}}, \alpha < 3$$

$$(iv) (8-x) \sqrt{\frac{1}{x-8}}, x > 8$$

54. Να βάλετε τον συντελεστή μέσα στην ρίζα:

$$(i) 2\alpha\sqrt{3\alpha}, \alpha \geq 0 \quad (ii) 2\alpha\sqrt{3\alpha\beta}, \alpha < 0, \beta < 0$$

$$(iii) 3x^3\psi\sqrt{x\psi^2} \quad \text{αν } x > 0 \text{ και } \psi < 0 \quad (iv) (1-x)\sqrt{\frac{x}{x-1}} \quad \text{αν } x > 1$$

55. Να κάνετε ρητούς τους παρανομαστές:

$$(i) \frac{6}{\sqrt{3}} \quad (ii) \frac{3}{2\sqrt{6}} \quad (iii) \frac{3}{\sqrt[3]{9}} \quad (iv) \frac{8}{\sqrt[5]{4^2}} \quad (v) \frac{21}{\sqrt[6]{7^5}} \quad (vi) \frac{4}{\sqrt[4]{8}} \quad (vii) \frac{6}{\sqrt[3]{32}}$$

56. Να κάνετε ρητούς τους παρανομαστές:

$$(i) \frac{1}{1+\sqrt{2}} \quad (ii) \frac{1}{\sqrt{3}-1} \quad (iii) \frac{\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} \quad (iv) \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \quad (v) \frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$$

$$(vi) \frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{4\sqrt{3}-2\sqrt{5}} \quad (vii) \frac{4}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{3}}$$

57. Να κάνετε ρητούς τους παρανομαστές:

$$(i) \frac{\alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta}}{\alpha\sqrt{\alpha} - \beta\sqrt{\beta}} \quad (ii) \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3} + \sqrt{x+3}} \quad (iii) \frac{2\sqrt{2\alpha\beta} - \beta\sqrt{2}}{2\alpha - \sqrt{\alpha\beta}}$$

58. Να κάνετε ρητούς τους παρανομαστές:

$$(i) \frac{11}{2 + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \quad (ii) \frac{6}{3 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \quad (iii) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8} + \sqrt{5} - \sqrt{3}} \quad (iv) \frac{1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}}$$

59. Να απλοποιήσετε τα ριζικά:

$$(i) \sqrt[3]{2\sqrt{6}} \quad (ii) \sqrt{5\sqrt[4]{125}} \quad (iii) \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}} \quad (iv) \sqrt[4]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$$

60. Να απλοποιήσετε τα ριζικά:

$$(i) \sqrt[3]{\frac{3}{\sqrt[4]{3}}} \quad (ii) \sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}}} \quad (iii) \sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{4}}}}$$

61. Να απλοποιήσετε τα ριζικά:

$$(i) \sqrt[4]{\alpha^2\sqrt[3]{\alpha}} \quad (ii) \sqrt{\alpha\sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha}} \quad (iii) \sqrt[3]{\alpha^2\sqrt[3]{\alpha^2\sqrt[3]{\alpha^2}}}$$

62. Να απλοποιήσετε τα ριζικά:

$$(i) \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}\sqrt[3]{\frac{\beta^2}{\alpha^2}\sqrt[4]{\frac{\beta^3}{\alpha^3}}}} \quad (ii) \sqrt[3]{\frac{\alpha}{\beta}\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}}}, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (iii) \sqrt{\alpha\beta\sqrt{\frac{1}{\alpha^2\beta^2}\sqrt[4]{\alpha^3\beta^3}}}, \alpha > 0, \beta > 0$$

63. Αν $x + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2}$, να βρείτε τον x^2

64. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(i) (2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2 \quad (ii) (3\sqrt{\alpha} + 2\sqrt{\beta})^2 \quad (iii) (\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$(iv) (1 - 3\sqrt{2})^3 \quad (v) (\sqrt[5]{\sqrt{18} + \sqrt{2}})^2 \quad (vi) (\sqrt[3]{\sqrt{75} - \sqrt{12}})^{-2}$$

65. Αν $\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$ να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = 4\alpha^3 + 2\alpha^2 - 8\alpha + 7$

66. Να απλοποιήσετε τη παράσταση: $A = (\sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{1}{7}\sqrt{7} + \sqrt{20}$

67. Να κάνετε τις πράξεις:

(i) $\frac{2}{7+4\sqrt{3}} + \frac{2}{7-4\sqrt{3}}$

(ii) $\frac{2}{\sqrt{10+5}} + \frac{5}{\sqrt{10-2}} - \frac{7}{\sqrt{10}}$

68. Να κάνετε τις πράξεις:

(i) $\frac{\sqrt{2+3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2-1}}{\sqrt{2+1}} - \frac{\sqrt{2+2}}{\sqrt{2-2}}$

(ii) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} - \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

69. Να κάνετε τις πράξεις:

(i) $\left(\frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4}}{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4}} - \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4}}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4}} \right) : \frac{\alpha\sqrt{\alpha^2 - 4}}{4}$

(ii) $\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} + x - 1}$

70. Αν $A = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$, $B = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $\Gamma = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ να δείξετε ότι:
 $A \cdot B \cdot \Gamma = 1$

71. Να μετατρέψετε τα διπλά ριζικά σε απλά:

(i) $\sqrt{7 + \sqrt{24}}$ (iii) $\sqrt{5 - \sqrt{24}}$ (iv) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ (v) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ (vi) $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$

72. Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης $A = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$ είναι ένας φυσικός αριθμός73. (i) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2$ και $(4\sqrt{3} - 5\sqrt{2})^2$ (ii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt{30 - 12\sqrt{6}} + 2\sqrt{98 - 40\sqrt{6}}$

74. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(i) $A = \sqrt{11 + 2\sqrt{10}} - \sqrt{11 - 2\sqrt{10}}$ (ii) $B = \sqrt{23 + \sqrt{129}} + \sqrt{23 - \sqrt{129}}$

75. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

(i) $\sqrt{8}$, $\sqrt{50}$ (ii) $\sqrt[5]{6}$, $\sqrt[10]{35}$ (iii) $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[12]{75}$ (iv) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{1}{8}}$

76. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

(i) $\sqrt[5]{5}$, $\sqrt[6]{6}$ (ii) $\alpha = \sqrt{47}$, $\beta = \sqrt{26} + \sqrt{6}$ (iii) $\alpha = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\beta = 2(\sqrt{2} - 1)$

77. Να διατάξετε τους αριθμούς κατά σειρά μεγέθους:

(i) $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt[12]{280}$ (ii) $\sqrt{8}$, 3 , $\sqrt[3]{25}$

78. Να αποδείξετε τις ανισότητες:

$$(i) \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \geq \sqrt{\alpha + \beta}, \alpha \geq 0 \text{ και } \beta \geq 0 \quad (ii) \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} \geq \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}, \alpha \geq 0 \text{ και } \beta \geq 0$$

$$(iii) \frac{\alpha^2 + 2}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \geq 2$$

79. Να αποδείξετε τις ανισότητες:

$$(i) \frac{\alpha^2 + \alpha + 2}{\sqrt{\alpha^2 + \alpha + 1}} \geq 2 \quad (ii) \frac{\alpha + \beta}{2} \leq \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}}$$

80. Να αποδείξετε τις ανισότητες:

$$(i) \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \geq \sqrt[3]{\alpha\beta\gamma}, \alpha, \beta, \gamma \text{ μη αρνητικοί αριθμοί}$$

$$(ii) \frac{3}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}} \leq \sqrt[3]{\alpha\beta\gamma}, \alpha\beta\gamma \neq 0 \text{ και } \alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma \neq 0$$

81. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(i) 64^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (ii) 5^{\frac{2}{5}} \cdot 125 \cdot 25^{0,3} \cdot 5^{-2}$$

82. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(i) \frac{x^{\frac{3}{2}} - \psi^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - \psi^{\frac{1}{2}}} \quad (ii) \left(\alpha^{\frac{3}{2}} + 3^{\frac{3}{2}}\right) : \left[\alpha - (3\alpha)^{\frac{1}{2}} + 3\right]$$

83. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(i) \frac{\alpha - \alpha^{-2}}{\alpha^{\frac{1}{2}} - \alpha^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{\alpha^{\frac{3}{2}}} - \frac{1 - \alpha^{-2}}{\alpha^{\frac{1}{2}} + \alpha^{-\frac{1}{2}}} \quad (ii) \left(\frac{\alpha^{\frac{1}{2}} + 2}{\alpha + 2\alpha^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} - 2}{\alpha - 1}\right) \cdot \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} + 1}{\alpha^{\frac{1}{2}}}$$

84. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\alpha^{\frac{1}{2}} + 1}{\alpha + \alpha^{\frac{1}{2}} + 1} : \frac{1}{\alpha^{\frac{3}{2}} - 1} - \alpha = 1.$