

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να σημειώσετε τη σωστή απάντηση.

1. Αν $\alpha < 0$, τότε η παράσταση $|3\alpha + |\alpha||$ είναι ίση με
 Α. -2α Β. -4α Γ. 2α Δ. 3α Ε. 4α
2. Αν $1 < x < 3$, τότε η παράσταση $A = 4x - |2x - |x - 3||$ είναι ίση με
 Α. $x + 3$ Β. $x - 3$ Γ. $-x + 3$ Δ. $-x$ Ε. $-3x$
3. Αν $x < 0$ και $\lambda = \frac{1 - |2x|}{9 + 18x}$, τότε η παράσταση $\frac{3^{-9\lambda}}{\lambda}$ είναι ίση με
 Α. 27 Β. 18 Γ. 3 Δ. 2 Ε. 1
4. Αν α, β είναι θετικοί αριθμοί και $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$, τότε η παράσταση

$$|\beta - 2\alpha| - |2\alpha + \beta| + |\alpha - \beta|$$
 είναι ίση με
 Α. $\beta - 3\alpha$ Β. $2\beta - 3\alpha$ Γ. $\alpha - 3\beta$ Δ. $3\alpha - \beta$ Ε. $\alpha + 2\beta$
5. Αν $x - \psi + 3 = 0$ και $\alpha|x - \psi| + 4|\psi - x| = 18$, τότε ο α είναι ίσος με
 Α. 1 Β. 2 Γ. 3 Δ. 4 Ε. 5
6. Αν $x < |x|$, τότε η παράσταση $x - |x - |x - |x||$ είναι ίση με
 Α. $-2x$ Β. $-x$ Γ. x Δ. $2x$ Ε. $4x$
7. Αν $3 < x < 5$, τότε η παράσταση $|x - |x - 5|| + 5$ είναι ίση με
 Α. $-2x + 1$ Β. $-2x$ Γ. $2x$ Δ. $2x + 1$ Ε. $3x$
8. Η μέγιστη τιμή της έκφρασης $A = 4 + \frac{|2x + 2\psi|}{|x| + |\psi|}$, $x \neq 0$ είναι:
 Α. 2 Β. 4 Γ. 6 Δ. 8 Ε. 10
9. Αν $|\alpha - 2| + |\beta + 5| = 0$, τότε η παράσταση $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ είναι ίση με
 Α. 3 Β. 4 Γ. 5 Δ. 6 Ε. 9
10. Αν $|x - 3| < 2$ και $|2\psi - 1| = x$, τότε το άθροισμα όλων των ακεραίων τιμών που μπορεί να πάρει ο ψ είναι
 Α. -1 Β. 1 Γ. 2 Δ. 4 Ε. 5

11. Το πλήθος των διαφορετικών τιμών που μπορεί να πάρει η παράσταση

$$\frac{|2x+4|}{2x+4} - \frac{|3x-1|}{3x-1} + \frac{|x|}{x}$$

είναι

A. 6 B. 5 Γ. 4 Δ. 3 E. 2

12. Αν $|x| = -x$ και $|x+5| = x+5$, τότε το πλήθος των ακεραίων τιμών που μπορεί να πάρει ο x είναι:

A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5 E. 6

13. Αν $x \neq \psi$, η μέγιστη τιμή της παράστασης $A = 8 - \frac{2|x|+|2x|}{|x-\psi|}$ είναι

A. 2 B. 4 Γ. 6 Δ. 8 E. 10

14. Αν $|x+3| + |x+\psi-1| = 0$, τότε το γινόμενο $x \cdot \psi$ είναι ίσο με

A. -14 B. -12 Γ. -9 Δ. -6 E. -3

15. Η τιμή της παράστασης $A = \left| \frac{1-3x}{5} - 2 \right| + 7$ γίνεται ελάχιστη όταν το x είναι :

A. -4 B. -3 Γ. -2 Δ. 2 E. 3

16. Αν $x \cdot |x| < 0$ και $\frac{\psi}{|\psi|} > 0$, ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι αληθής ;

A. $x - \psi^2 < 0$ B. $x \cdot \psi < 0$ Γ. $x^2 \cdot \psi > 0$ Δ. $|x - \psi| = \psi - x$ E. $x^3 \cdot \psi > 0$

17. Αν $|x| < 3$ και $\psi = \frac{2x}{3} + 2$, ποια από τις παρακάτω ανισότητες είναι αληθής ;

A. $0 < \psi < 2$ B. $-2 < \psi < 2$ Γ. $\psi < 2$ Δ. $\psi < 3$ E. $0 < \psi < 4$

18. Αν $\alpha = 2x - 2$, $\beta = 3x + 12$ και η παράσταση $| \alpha + \beta |$ παίρνει ελάχιστη τιμή, τότε

το πηλίκο $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι ίσο με

A. -2 B. -1 Γ. 0 Δ. 1 E. 2

19. Αν $2 < \alpha < 7$ και $| \alpha - 2 | + | 7 - \alpha | + 5x = 25$, τότε το x είναι ίσο με

A. $\frac{5}{2}$ B. 3 Γ. 4 Δ. 5 E. $\frac{34}{5}$

20. Αν $x, \psi \in \mathbb{Q}$, τότε και $|x-3| + \psi^2 - 4\psi + 5 = 1$ το γινόμενο $x \cdot \psi$ είναι ίσο με

A. 4 B. 6 Γ. 9 Δ. 12 E. 15

21. Αν $|x-1| > 2$ και $|x-1| + |\psi+1| = 4$, τότε το άθροισμα όλων των ακεραίων τιμών που μπορεί να πάρει ο ψ είναι

A. -4 B. -3 Γ. -2 Δ. -1 E. 1

22. Αν $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$ και η παράσταση $\frac{|\alpha + \beta|}{|\alpha| + |\beta|}$ παίρνει την μέγιστη τιμή, ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι αληθής;

A. $\frac{\alpha}{\beta} > 0$ B. $\alpha^3 \cdot \beta^2 < 0$ Γ. $\alpha^5 \cdot \beta^3 < 0$ Δ. $\frac{\alpha^2}{\beta} > 0$ E. $\frac{\alpha}{\beta^4} > 0$

23. Αν $|\alpha| = -\alpha$, $\alpha^2 - \beta < 0$ και $\beta^2 > \beta^3$, ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι αληθής;

A. $\alpha \leq 0 < \beta < 1$ B. $\beta < \alpha < 0$ Γ. $\beta < 0 < \alpha < 1$ Δ. $\alpha < 0 < 1 < \beta$ E. $1 < \alpha < \beta$

24. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και $\beta < |\beta| < \alpha$, ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι ψευδής;

A. $\beta^2 < \alpha^2$ B. $\alpha \cdot \beta < 0$ Γ. $|\beta| = -\beta$ Δ. $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| < 1$ E. $|\beta - \alpha| = \alpha - \beta$.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

25. Να αποδείξετε ότι:

(i) $|5\alpha - \beta + 2| = |\beta - 5\alpha - 2|$

(ii) $|x^2 - 3\psi + 1| = |3\psi - x^2 - 1|$

(iii) Αν α αρνητικός αριθμός τότε $||\alpha| - 5| = |\alpha + 5|$ και $|\alpha - 7| = |\alpha| + 7$

26. Να βρεθούν οι $x, \psi, z \in \mathbb{R}$ όταν:

(i) $|x - 4| + |x + \psi - 5| = 0$

(ii) $|4x - 12| + |x - \psi - 7| + |x + \psi - z + 1| = 0$

27. Να βρεθούν οι $x, \psi, z \in \mathbb{R}$ όταν:

(i) $x^2 - 6|x| + 9 \leq 0$

(ii) $x^2 + \psi^2 + 29 \leq 10|x| + 4|\psi|$

28. Αν $x = \frac{3\alpha}{|\alpha| + |\beta|}$ και $\psi = \frac{3\beta}{|\alpha| + |\beta|}$, να βρείτε την τιμή του αθροίσματος $|x| + |\psi|$.

29. Αν $1 < x < 2$ να βρείτε τις ακέραιες τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση:

$$A = 2|x - 3| + 3x + 4 + |2x - 1| - |x + 4|$$

30. Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η παράσταση: $A = |x - 5| + |2x - 3| + |3x + 1|$ είναι σταθερή;

31. Να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής τις παραστάσεις:

$$A = \frac{|x|}{x} \quad B = \frac{5x-5}{|1-x|} \quad \Gamma = 3|x+2|-|5-x| \quad \Delta = 2|x+9|-3|x-2|+5|x+5|$$

32. Να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής τις παραστάσεις:

$$A = |x^2+2x| \quad B = |x-1|-2|3-x|+3|2-x| \quad \Gamma = |7-|x-3||$$

33. Να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής τις παραστάσεις:

$$A = \frac{|x-5|+x^2-4x-5}{x-5} \quad B = |1-2x|+3x-|2x| \quad \Gamma = ||1-x|-5|$$

34. Αν $A = \frac{|x+1|-|x-1|}{|x+1|+|x-1|}$, να αποδείξετε ότι: $A = \begin{cases} x & , \text{αν } |x| \leq 1 \\ \frac{1}{x} & , \text{αν } |x| > 1 \end{cases}$

35. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) \frac{1-\alpha}{1+|\alpha|} = \frac{1-|\alpha|}{1+\alpha}, \quad \alpha \neq \pm 1 \quad (ii) \frac{36-\alpha^2}{2|\alpha|+12} = 3 - \frac{|\alpha|}{2}$$

36. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) |\alpha+\beta|^2 + |\alpha-\beta|^2 = 2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)$$

37. Αν $x, \psi \in \mathbb{Q}^*$ και ισχύει $\frac{|x|\psi + \psi|x|}{|x\psi|} = 2$ να αποδείξετε ότι οι x, ψ είναι ομόσημοι

38. Αν $x, \psi \in \mathbb{Q}$ και $x+2\psi-4=0$ να δείξετε ότι: $|x|+|\psi| \geq 2$

39. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}$, να αποδείξετε ότι:

$$(i) \alpha^2 + \beta^2 \geq 2|\alpha\beta| \quad (ii) \alpha^2 - |\alpha\beta| + \beta^2 \geq 0 \quad (iii) |\alpha| + \frac{1}{|\alpha|} \geq 2, \quad \alpha \neq 0$$

40. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) x^2 - 10|x| + 25 \geq 0 \quad (ii) \frac{6|x|}{x^2+9} - 1 \leq 0 \quad (iii) \left| \frac{x}{\psi} \right| + \left| \frac{\psi}{x} \right| \geq 2, \quad x, \psi \neq 0$$

41. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) |x+\psi| \leq |x|+|\psi| \quad (ii) |x-\psi| \leq |x|+|\psi| \quad (iii) ||x| - |\psi|| \leq |x+\psi|$$

Πότε ισχύουν οι ισότητες ;

42. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) \left| \frac{x}{x+\psi} \right| + \left| \frac{\psi}{x+\psi} \right| \geq 1, x + \psi \neq 0 \quad (ii) \frac{|x|}{|x+\psi|} + \frac{|\psi|}{|x-\psi|} \geq 1, x^2 \neq \psi^2$$

43. Να αποδείξετε ότι:

$$(i) \left| \alpha + \frac{1}{\alpha} \right| \geq 2, \alpha \neq 0 \quad (ii) |\alpha - \beta| \leq |\alpha - \gamma| + |\beta - \gamma|$$

$$(iii) |\alpha| + |\beta| \leq |\alpha + \beta| + |\alpha - \beta|$$

44. Αν $x, \psi \in \mathbb{R}^*$ να αποδείξετε ότι :

$$(i) -2 \leq \frac{|x|}{x} + \frac{|\psi|}{\psi} \leq 2 \quad (ii) -7 \leq \frac{4|x|}{x} - \frac{3|\psi|}{\psi} \leq 7$$

45. Αν $|x| \leq 2$ και $|\psi| \leq 3$, να βρείτε της τιμές των παραστάσεων:

$$A = 3x + 2\psi, B = 5x - \psi, \Gamma = x \cdot \psi$$

46. Αν $|x - 2| \leq 1$ και $|\psi - 3| \leq 2$, να βρείτε της τιμές των παραστάσεων:

$$A = 2x + \psi + 7, B = x - 3\psi - 4, \Gamma = x \cdot \psi \text{ και } \Delta = \frac{x}{\psi}.$$

47. Αν $|x - 2| < 3$, $|\psi - 3| < 5$ και $|z + 1| < 4$ να δείξετε ότι: $|2x - 3\psi + 5z + 10| < 41$

48. Αν $|\alpha| < 4$ και $|\beta| < 5$ να δείξετε ότι:

$$(i) |4\alpha - 3\beta| < 31 \quad (ii) |2\alpha + \beta - 3| < 16$$

49. Αν $|x| < 3$ να δείξετε ότι:

$$(i) |2x^2 + 3x| < 27 \quad (ii) |x^3 + 3x^2 - 5x| < 69$$

50. Αν $|x| \leq 3$ και $|\psi| \leq 2$ να δείξετε ότι:

$$(i) |3x - 4\psi| \leq 17 \quad (ii) |2x - \psi - 5| \leq 13 \quad (iii) |3x^2 - 8\psi^2 - x + \psi| \leq 64$$

51. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$ και $|\alpha| < 3|\beta|$, να αποδείξετε ότι: $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| - \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| < \frac{8}{3}$

52. Αν $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| < 1$, $\beta \neq 0$ και $\beta \neq -2\alpha$, να δείξετε ότι: $\left| \frac{\alpha + 2\beta}{\beta + 2\alpha} \right| > 1$.

53. Αν $|\alpha| > 1$ και $\beta = \frac{\alpha}{1 - |\alpha|}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$, να δείξετε ότι:

$$(i) |\beta| > 1$$

$$(ii) \alpha = \frac{\beta}{1-|\beta|}$$

54. Αν $\alpha, \beta, x, \psi \in \mathbb{R}$, $x = \frac{\alpha}{1+|\alpha|+|\beta|}$ και $\psi = \frac{\beta}{1+|\alpha|+|\beta|}$, να αποδείξετε ότι:

$$(i) |x| + |\psi| < 1$$

$$(ii) \alpha = \frac{x}{1-|x|-|\psi|} \text{ και } \beta = \frac{\psi}{1-|x|-|\psi|}.$$