

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ – ΛΑΘΟΥΣ

Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Ισχύει: $\frac{0}{0} = 0$.
2. Οι αντίθετοι αριθμοί είναι ετερόσημοι
3. Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ετερόσημοι
4. Ο αντίστροφος του μηδενός είναι μηδέν.
5. Ο αντίθετος του μηδενός είναι μηδέν.
6. Αν $\frac{\alpha}{\beta} > 0$ τότε $\alpha \cdot \beta > 0$ και αντίστροφα, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και $\beta \neq 0$
7. Αν $\frac{\alpha}{\beta} < 0$ τότε $\alpha \cdot \beta < 0$ και αντίστροφα, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και $\beta \neq 0$
8. Αν $\alpha \cdot \beta \neq 0$ τότε $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$
9. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 0$ τότε $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$
10. Για κάθε $\beta \neq 0$ ισχύει πάντα $\frac{0}{\beta} = 0$

11. Αν α, β είναι ακέραιοι αριθμοί τότε και οι αριθμοί $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$, $\alpha \cdot \beta$ και $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι ακέραιοι

12. Αν α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε και οι αριθμοί $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$, $\alpha \cdot \beta$ και $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι ρητοί.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να σημειώσετε τη σωστή απάντηση.

13. Το κλάσμα $\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{100}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{99}\right)}$ είναι ίσο με

A. $\frac{99}{100}$ B. $\frac{99}{10000}$ Γ. $\frac{1}{5000}$ Δ. $\frac{1}{9901}$ E. $\frac{9901}{10000}$

14. Αν $\frac{2x+8}{x+\psi-2} = 0$, τότε το ψ πρέπει να είναι διαφορετικό από

A. 10 B. 8 Γ. 6 Δ. 4 E. 2

15. Το γινόμενο $20 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{20} - 1\right)$ είναι ίσο με

A. 1 B. $\frac{1}{20}$ Γ. 2 Δ. $-\frac{1}{20}$ E. -1

16. Αν $\frac{1}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{44} + \frac{1}{88} = \alpha$, τότε το άθροισμα $\frac{12}{11} + \frac{23}{22} + \frac{45}{44} + \frac{89}{88}$ είναι ίσο με

A. α B. $4\alpha+4$ Γ. 8α Δ. $3+\alpha$ E. $4+\alpha$

17. Αν $x = \frac{18}{19} + \frac{23}{24}$ και $\psi = \frac{39}{19} + \frac{1}{24}$ τότε το ψ είναι ίσο με

A. $2-x$ B. $3-x$ Γ. $4-x$ Δ. $5-x$ E. $x-4$

18. Αν $x = \frac{2}{5} - \frac{3}{7} + \frac{4}{9}$ και $\psi = \frac{11}{5} + \frac{20}{7} - \frac{44}{9}$ τότε το x είναι ίσο με

A. $\frac{\psi-1}{2}$ B. $2\psi-1$ Γ. $\frac{1-\psi}{2}$ Δ. $\psi-2$ E. $1-\psi$

19. Αν $3 - \frac{7}{4 + \frac{12}{6 - \frac{6}{4 - \frac{5}{x}}}} = 2$, τότε το x είναι ίσο με

A. 1 B. 2 Γ. 3 Δ. 4 E. 5

20. Αν $2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\vdots}}} + 4\psi = 15$, τότε το ψ είναι ίσο με

A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5 E. 6

21. Αν $\frac{x}{\psi} = \frac{4}{5}$, τότε το $\frac{3\psi+x}{\psi-x}$ είναι ίσο με

A. 1 B. $\frac{5}{3}$ Γ. $\frac{15}{4}$ Δ. 19 E. 21

22. Αν $\frac{x}{\psi} = \frac{2\alpha-1}{2\alpha+1}$, τότε το $\frac{x+\psi}{x-\psi}$ είναι ίσο με

A. -2 B. -2α Γ. -1 Δ. 2α E. 2

23. Αν $\frac{\alpha}{2} = \frac{\beta}{3} = \frac{\gamma}{4}$, τότε το $\frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma}$ είναι ίσο με

A. 1 B. $\frac{29}{26}$ Γ. $\frac{26}{29}$ Δ. 3 Ε. $\frac{3}{8}$

24. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{2}$, $\frac{\beta}{4} = \frac{\gamma}{5}$ και $\alpha + \beta = 30$, τότε το $\gamma - \beta$ είναι ίσο με

A. 3 B. 4 Γ. -3 Δ. -2 Ε. 5

25. Αν $\frac{1}{x} + \frac{1}{\psi} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ και $\alpha x = \beta\psi = \gamma z = 8$, τότε το άθροισμα $\alpha + \beta + \gamma$ είναι ίσο με

A. 16 B. 12 Γ. 8 Δ. 4 Ε. $\frac{1}{4}$

26. Αν $\frac{3}{x} - \frac{4}{\psi} = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{\psi} - \frac{1}{x} \right)$, τότε ο λόγος $\frac{\psi + x}{\psi - x}$ είναι ίσος με

A. 6 B. 4 Γ. 3 Δ. 2 Ε. 1

27. Αν $\frac{x}{\psi} = \frac{\psi}{z} = \frac{z}{t} = \frac{2}{3}$, τότε ο λόγος $\frac{3x + 2\psi - z}{z + \psi - 3x}$ είναι ίσος με

A. 5 B. 4 Γ. 3 Δ. 2 Ε. 1

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

28. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $1 + 2 + 3 + \dots + 199$

29. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$(i) \frac{\alpha^2 - 4\alpha - 1}{\alpha^2 + \alpha + 1} \text{ για } \alpha = -\frac{3}{4} \quad (ii) \frac{\alpha^3 - 2\alpha\beta(\alpha - \beta) - \beta^3}{\alpha^2 + \beta(\beta - \alpha)} \text{ για } \alpha = -\frac{1}{2} \text{ και } \beta = -\frac{2}{3}.$$

30. Αν $x = \alpha(\alpha + 5) - 7$, $\psi = 4(1 - \alpha) - (\alpha - 1)(\alpha + 1)$ και οι αριθμοί x , ψ είναι αντίθετοι να βρείτε τον $\alpha \in \square$.

31. Αν οι αριθμοί α, β είναι αντίθετοι να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$(i) -\alpha - 3\beta + 2(\beta + 5)$$

$$(ii) 5(\alpha + \beta) + 3(\alpha - 2\beta) + 9(\beta + 1)$$

32. Αν $x = \frac{3\alpha - 2}{3}$, $\psi = \frac{2}{\alpha - 1}$, $\alpha \neq 1$ και οι αριθμοί x , ψ είναι αντίστροφοι να βρείτε τον $\alpha \in \square$.

33. Αν $x\psi = 1 + 3\alpha$ και $x + \psi = 2(1 + \alpha)$ να δείξετε ότι: $(2x - 3)(2\psi - 3) = 1$

34. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(i) (x - 2)(x + 5) = 0$$

$$(ii) (3 - x)(2x + 1)(5 - 3x) = 0$$

$$(iii) \frac{(2x - 6)(x + 4)}{x - 5} = 0$$

$$(iv) \frac{(2x - 6)(1 - x)(x + 2)}{(x - 3)(x + 5)} = 0$$

35. Για ποιες τιμές του $x \in \square$ έχουν νόημα οι παραστάσεις:

$$A = \frac{5}{x - 1}$$

$$B = \frac{2}{x + 3} - \frac{1}{4 - x}$$

$$\Gamma = \frac{x + 2}{x(x - 5)} - \frac{4 - x}{(x + 2)(x - 1)}$$

$$\Delta = \frac{1 - \frac{2}{x}}{3 - \frac{6}{x - 1}}$$

$$E = \frac{2 - \frac{10}{x + 1}}{5 - \frac{15}{x - 1}}$$

Αναλογίες

36. Οι αριθμοί x, ψ, z είναι ανάλογοι των αριθμών 2, 3, 5 και $8x - 2\psi + z = 60$. Να βρεθούν οι x, ψ, z .

37. Οι αριθμοί x, ψ, z είναι ανάλογοι των αριθμών 2, 4, 7 και $x\psi z = 1512$. Να βρεθούν οι x, ψ, z .

38. Αν $\frac{7\alpha - 4\beta}{3\alpha + 5\beta} = \frac{5}{13}$ να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\alpha}{\beta}$.

39. Αν $\frac{x + \psi}{x - \psi} = \frac{7}{3}$ να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{x}{\psi}$ και $\frac{2x^2 + \psi^2}{3x\psi - \psi^2}$

40. Αν $\frac{x}{\beta - \gamma} = \frac{\psi}{\gamma - \alpha} = \frac{z}{\alpha - \beta}$ να δείξετε ότι:

(i) $x + \psi + z = 0$ (ii) $\alpha x + \beta\psi + \gamma z = 0$

41. Αν $\frac{x}{2} = \frac{\psi}{3} = \frac{z}{4}$ να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3x\psi z}{x^3 + \psi^3 + z^3}$

42. Αν $\frac{x - \psi}{x + z} = \frac{\psi^2}{z^2}$ με $x, \psi, z \neq 0, x \neq \psi$ και $x + z \neq 0$ να εκφράσετε το z συναρτήσει των x, ψ

43. Να δείξετε ότι αν $\frac{x - \psi + 2z}{3} = \frac{\psi - x}{2}$, τότε $5x - 5\psi + 4z = 0$.