

Η Πυθαγόρειος τετρακτύς

Για τους Πυθαγορείους, η δεκαδική τετρακτύς ήταν το ιερό σύμβολο των ανεξιχνίαστων μυστικών του σύμπαντος. Αποτελείται από δέκα ισόπλευρα τρίγωνα - εννέα εσωτερικά και το μεγάλο εξωτερικό τρίγωνο που τα περικλείει. Για να σχηματιστεί μια τετρακτύς, πρέπει αρχικά να ορίσει κάποιος τις τέσσερις κουκκίδες της βάσης της. Κύριο χαρακτηριστικό της τετρακτύος είναι το γεγονός ότι το άθροισμα των κουκίδων της, από τη βάση μέχρι την κορυφή, μας κάνει την δεκάδα ($4+3+2+1=10$). Για τους Πυθαγορείους αυτό το γεγονός αποτελούσε σύμβολο της έσχατης πραγματικότητας, αφού "η τετράς τίκτει την δεκάδα" και η δεκάδα, με τη σειρά της, αποτελεί τη βάση για το δεκαδικό σύστημα - σύμπτωση ότι τα τρία εσωτερικά τρίγωνα της τετρακτύος μοιάζουν με το σύγχρονο προειδοποιητικό σύμβολο της ραδιενέργειας;

Ο Πλάτων, στον Τίμαιο, προβάλλει την πυθαγόρεια άποψη ότι η κοσμική αρμονία περικλείεται μέσα σε ορισμένους αριθμούς. Μετά τους πρώτους αριθμούς 1, 2, 3, ακολουθούν τα τετράγωνα τους, το 4 (2×2) ή το 9 (3×3) και οι κύβοι τους, το 8 ($2 \times 2 \times 2$) ή το 27 ($3 \times 3 \times 3$). Οι δύο γεωμετρικές πρόοδοι που σχηματίζονται αντιπροσωπεύονται, σύμφωνα με την κλασική συμβολική παράδοση, από το σχήμα του γράμματος "Λ". Με την παρεμβολή των αριθμητικών μέσων 3 και 6 στην πρώτη πρόοδο (2, 3, 4, 6, 8) σχηματίζουμε την αρμονική πρόοδο 3, 4, 6, ενώ η συνολική διαδοχή των όρων (2, 3, 4, 6, 8) αναλύει στη μουσική τη διπλή οκτάβα (δισ διαπασών). Με την παρεμβολή των αριθμητικών μέσων 6 και 18 στη δεύτερη πρόοδο (3, 6, 9, 18, 27) οδηγούμαστε στο σχηματισμό της αρμονικής προόδου 6, 9, 18. Αν, τώρα, μεταξύ του 3 και του 6 παρεμβάλουμε τον αρμονικό τους μέσο όρο 4 και κατά παρόμοιο τρόπο παρεμβάλλουμε το 12 ανάμεσα στο 9 και στο 18, έχουμε την εξής συνολική διαδοχή όρων: 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27. Πρόκειται για μια διαδοχή που αναλύει την τριπλή οκτάβα (8:1) συν μια δεύτερη (9:8) στις επιμέρους ομάδες συμφωνίας. Έτσι, σύμφωνα με τους Πυθαγορείους, αυτές οι δύο αρχικές πρόοδοι εμπεριέχουν όλη την αρμονία του χωροχρόνου.

Όμως, πώς ακριβώς πειραματίστηκαν οι Πυθαγόρειοι στο μονόχορδο για την ανάδειξη των σχέσεων μαθηματικών και μουσικής; Αν μειώσουμε το μήκος μιας χορδής ακριβώς στο μισό, τότε ο ήχος που παράγεται είναι ακριβώς μία οκτάβα υψηλότερος (μία οκτάβα είναι ένα ντο, ρε, μι, φα, σολ, λα, σι, ντο) - μας δίνει, δηλαδή, ένα ντο πιο πάνω. Αν μειώσουμε το μήκος της χορδής κατά $1/3$, τότε τα $2/3$ της χορδής που απομένουν μας δίνουν τη διαφορά της πέμπτης (δηλαδή από το ντο στο λα). Κι αν μειώσουμε το μήκος κατά $1/4$, τότε τα $3/4$ που απομένουν μας δίνουν τη διαφορά της τετάρτης (από το ντο στο σολ). Ήταν ξεκάθαρο, λοιπόν, σ' αυτό το επίπεδο της παρατήρησης ότι τα μαθηματικά "κυβερνούν" τη μουσική. Το γεγονός ότι από τους ήχους αυτών των διαφορών δημιουργείται ένα ευχάριστο συναίσθημα στον ακροατή, οδήγησε τους Πυθαγορείους στο συμπέρασμα ότι οι αέραιοι και τα κλάσματα ελέγχουν όχι μόνο τον άψυχο αλλά και τον έμψυχο κόσμο μέσω της μουσικής.