

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Γ' λυκείου

**Τι πρέπει να προσέξει ο υποψήφιος στα μαθηματικά
Γενικής Παιδείας Γ' λυκείου**

1. Εύρεση μεγίστης και ελαχίστης τιμής μιας συνάρτησης καθώς και εφαρμογή του θέματος αυτού σε ένα πρόβλημα της καθημερινής ζωής. π.χ. σχολικό βιβλίο, σελ. 46, ασκήσεις 3, 4, και άσκηση 8, σελ 48.
2. Θέματα ρυθμών μεταβολής π.χ. παραλλαγή των εφαρμογών 2, σελ. 34 και 1 σελ. 24, σχολικό βιβλίο.
3. Απόδειξη ισότητας στην οποία συνυπάρχει η f, f', f'' κ.λ.π. όπως η άσκηση 7, σελ. 38, σχολικό βιβλίο.
4. Παράγωγος συνθέτου συναρτήσεως έξυπνα διατυπωμένη όπως η άσκηση 13, σελ. 53, σχολικό βιβλίο.
5. Αντιστοίχιση γραφικών παραστάσεων f, f' όπως η άσκηση 14, σελ. 53, σχολικό βιβλίο.
6. Στατιστική: Από το κυκλικό διάγραμμα να περάσουμε στο πίνακα συχνοτήτων όπως η άσκηση 3, σελ. 126, σχολικό βιβλίο.
7. Εύρεση διαμέσου από το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων για ομαδοποιημένες παρατηρήσεις όπως π.χ. εφαρμογή 1, σελ. 77, σχολικό βιβλίο.
8. Θέματα που αφορούν την κανονική κατανομή σελ. 95, σχολικό βιβλίο, όπως προπέρσινο θέμα.
9. Θέμα συντελεστού μεταβολής και ομοιογένειας καθώς και τα πορίσματα της σελ. 99, του σχολικού βιβλίου. Π.χ. με άριστα το 20 ο μέσος όρος της βαθμολογίας ενός μαθητού είναι 17 και η τυπική απόκλιση 3. Να βρεθεί ο μέσος όρος και η νέα τυπική απόκλιση για τη βαθμολογία του μαθητή όταν το άριστα είναι το 100. Μεταβάλλεται από τη μία περίπτωση στην άλλη ο συντελεστής μεταβολής;
10. Θεωρητικό θέμα στην τυπική απόκλιση όπως η άσκηση 2, στη σελίδα 103, του σχολικού βιβλίου.
11. Μας δίνει ελλιπή πίνακα συχνοτήτων και ζητάει τη συμπλήρωσή του όπως η άσκηση που έχει τεθεί το 2000 και 2001.

12. Πιθανότητες: Να προσέξει ο υποψήφιος αν ο χώρος στον οποίο εργάζεται είναι ισοπίθανος ή όχι.

13. Άσκηση που στηρίζεται στις ανισοτικές σχέσεις των πιθανοτήτων, όπως η εφαρμογή 3, σελ. 153 και οι ασκήσεις 4, 5, 6 στη σελίδα 156, σχολικό βιβλίο.

14. Ασκήσεις που στηρίζονται στην ιδιότητα 5, στη σελίδα 152, όπως η άσκηση 1, σελ. 156, σχολικό βιβλίο.

15. Μας δίνει το διάγραμμα Venn και ζητάει με πράξεις συνόλων να το περιγράψουμε, όπως η άσκηση 17, σελ. 177 και η 6 στη σελίδα 175.

16. Πιθανότητες στοιχειωδών ενδεχομένων, όπως η άσκηση 1, σελ. 175, και η επόμενη:

Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ με

$$P(\omega_1) = \frac{2}{\lambda}, P(\omega_2) = \frac{\lambda}{4}, P(\omega_3) = \frac{1}{\lambda}.$$

Να βρεθεί ο λ .

17. Μικτό θέμα παραγώγων πιθανοτήτων και στατιστικής όπως το παρακάτω:

Οι χρόνοι σε ώρες (παρατηρήσεις) που έξι από τους επίγειους σταθμούς δεν είχαν επαφή με τον Ελληνοκυπριακό δορυφόρο είναι:

$$t_1 = 0, t_2 = 0, t_3 = 1, t_4 = 2, t_5 = 4, t_6 = 5$$

α. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων.

β. Αν
$$f(x) = (t_1 - x)^2 + (t_2 - x)^2 + (t_3 - x)^2 + (t_4 - x)^2 + (t_5 - x)^2 + (t_6 - x)^2$$

τότε:

i) να αποδείξετε ότι $f'(\bar{x}) = 0$

ii) να αποδείξετε ότι $f(\bar{x}) = 6s^2$, όπου s^2 είναι η διακύμανση των παρατηρήσεων και

iii) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(\bar{x}, f(\bar{x}))$

(θέμα από τις αντίστοιχες εξετάσεις των εσπερινών λυκείων).

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έχουμε δύο φάρμακα για την υπόταση των ενηλίκων. Η μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με το χρόνο των δύο φαρμάκων είναι:

$$\pi_1(t) = te^{-t} \text{ και } \pi_2(t) = t^2e^{-t} \quad t \in [0, 12] \quad (t \text{ σε ώρες}).$$

Ποιο από τα δύο φάρμακα δίνει τη μεγαλύτερη μέγιστη πίεση και ποιο από τα δύο φάρμακα φέρνει το αποτέλεσμα αυτό πιο γρήγορα;

2. Η βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης στο μάθημα των Μαθηματικών ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή με $\bar{x} = 12$ και $s = 2$.
Να βρείτε κατά προσέγγιση το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν:
α) κάτω από 8 β) πάνω από 18
γ) από 10 έως 16 δ) το πολύ 12
3. Η μέση τιμή 40 παρατηρήσεων είναι 20. Αν από αυτές οι 7 μειώνονται κατά 2 και οι 9 αυξάνονται κατά 6 η καθεμιά, να βρεθεί η νέα μέση τιμή.
4. Α. Έστω A, B, Γ τα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου. Δείξτε ότι:
α) $P(A) \leq P(A \cup B)$
β) $P(A \cap B) \leq P(A)$
γ) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$
δ) $P(A \cap B) \geq P(A) - P(B')$
ε) $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

B. Έστω A, B τα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$. Τότε να δείξετε ότι:
α) τα σύνολα A, B έχουν κοινά στοιχεία
β) $P(A \cup B) \geq 0,7$
γ) $0,3 \leq P(A \cap B) \leq 0,6$
5. Δίνεται ότι ο ακέραιος αριθμός κ ανήκει στο διάστημα [-2, 3). Δίνεται ακόμη η εξίσωση: $(\varepsilon_k): k^2 \cdot x^2 + 2x + 1 = 0$.
Να βρείτε τις πιθανότητες για τα παρακάτω ενδεχόμενα:
Α: Η εξίσωση έχει ακριβώς μία απλή πραγματική ρίζα.
Β: Η εξίσωση έχει δύο πραγματικές ρίζες και άνισες.
Γ: Μία διπλή πραγματική ρίζα.
Δ: Καμία πραγματική ρίζα.
6. Έχουμε δύο κιβώτια το καθένα από τα οποία περιέχει πέντε χαρτιά. Στο κάθε χαρτί υπάρχει σχεδιασμένη μία γωνία 0° ή 30° ή 45° ή 60° ή 90° . Από κάθε κιβώτιο τραβάμε ένα χαρτί. Έστω α, β οι γωνίες από τα κιβώτια 1 και 2 αντίστοιχα. Να βρεθούν οι πιθανότητες:
α) $P(\alpha + \beta \geq 90^\circ)$
β) $P(\eta\mu(\alpha + \beta) \leq \eta\mu 90^\circ)$
7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + \mu x + 1}{x^2 - 2x - 3}$, $\mu \in R$. Για ποιες τιμές του μ η f
i) έχει δύο ακρότατα
ii) έχει μόνο ένα ακρότατο

8. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ή
 $2P(1) = 2P(3) = 2P(5) = 2P(7) = 3P(2) = 3P(4) = 3P(6) = 3P(8)$
Δίνεται ακόμα το τριώνυμο $f(x) = x^2 + \gamma x + 4$ όπου ο αριθμός γ επιλέγεται από τον Ω .
Αν $\Gamma = \{\gamma \in \Omega \text{ η εξίσωση } f(x) = 0 \text{ έχει πραγματικές ρίζες}\}$.
α) Να βρεθούν οι πιθανότητες των στοιχειωδών ενδεχομένων του Ω .
β) Να βρεθεί το $P(\Gamma)$.
9. Μια αυτοκινητοβιομηχανία υπολόγισε ότι η σχέση μεταξύ της τιμής T ενός νέου μοντέλου αυτοκινήτου και της ζητούμενης ποσότητας x αυτοκινήτων του μοντέλου αυτού δίνεται από τη συνάρτηση: $T(x) = -0,2x + 4000$ € για $0 \leq x \leq 1000$
α) Να βρεθεί η συνάρτηση $E(x)$ των εσόδων της αυτοκινητοβιομηχανίας
β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης εσόδων
Αν το κόστος των x μονάδων αυτοκινήτου που παράγονται, δίνεται από τη σχέση:
 $K(x) = 950x + 250000$ € για $0 \leq x \leq 10000$
γ) Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση κέρδους P
δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης κέρδους
ε) Για ποια x έχει η αυτοκινητοβιομηχανία το μέγιστο κέρδος.