

Τα μαθηματικά της φύσης

[Μαθηματικές εξισώσεις πίσω από γνωστά φυσικά φαινόμενα]

Ένα ποτάμι είναι απλώς ποτάμι ή μήπως είναι ένα παράδειγμα ευκλείδειας γεωμετρίας; Τα τζιτζικια αποτελούν σημάδι ζέστης ή και μία εφαρμογή της θεωρίας των συζευγμένων ταλαντώσεων; Και τα μικρά ζώδια είναι συμπτωματικά μικρά ή μήπως υπακούουν στους κανόνες της γεωμετρίας των fractals;

Η φύση αποτελεί ένα απέραντο εργαστήριο μαθηματικής ανάλυσης. Βγάλτε λοιπόν χαρτί και μολύβι και ετοιμαστείτε να «υπολογίσετε» την ανοιξη και το Καλοκαίρι που έρχεται. Προσοχή όμως: Στο δρόμο καιροφυλακτούν παράλογα συμπεράσματα, μυστικιστικές αναζητήσεις και, φυσικά, δεκάδες λάθος υπολογισμοί.

Για τους περισσότερους από εμάς ένα ποτάμι δεν είναι παρά ένα ποτάμι. Για αρκετούς μαθηματικούς όμως αποτελεί ένα πραγματικό θαύμα υπολογισμού της φύσης, ενώ ακόμα και ο Αϊνστάιν είχε ασχοληθεί με τη συνεχή αυτή ροή νερού, στην οποία εντόπιζε μια μικρογραφία της αέναης σύγκρουσης που παρατηρείται στο σύμπαν μεταξύ του χάους και της τάξης.

Τα μαγικά ποτάμια

Πριν από μερικά χρόνια, ο Χανς Χένρικ Στέλουμ, καθηγητής γεωλογίας στο Πανεπιστήμιο του Κέμπριτζ, υποστήριξε ότι κάθε ποτάμι «κρύβει» τον αριθμό 3,14 τον περίφημο λόγο π που προκύπτει αν διαιρέσουμε την περίμετρο ενός κύκλου με τη διάμετρό του. Για να καταλήξει σε αυτό το συμπέρασμα, ο Στέλουμ διαίρεσε το συνολικό μήκος δεκάδων ποταμών με την απόσταση που χωρίζει (σε ευθεία γραμμή) την πηγή με τις εκβολές τους. Ο λόγος αυτός ήταν σχεδόν πάντα λίγο μεγαλύτερος από τρία και τις περισσότερες φορές προσέγγιζε τον «μαγικό» αριθμό 3,14.

Σύμφωνα τώρα με τον «θείο Αλβέρτο», κάθε ποτάμι έχει από τη φύση του την τάση να αποκτά ολοένα και πιο σπειροειδές σχήμα. Το φαινόμενο αυτό, όπως εξηγούσε ο ίδιος ο Αϊνστάιν, οφείλεται στο γεγονός ότι κάθε καμπή που συναντά αναγκάζει συγκεκριμένες ποσότητες νερού (από το εξωτερικό τμήμα) να κινηθούν γρηγορότερα. Αν, για παράδειγμα, η μορφολογία του εδάφους οδηγεί τη ροή του νερού προς τα αριστερά, ο όγκος νερού που βρίσκεται πιο δεξιά πρέπει να κινηθεί ταχύτερα, καθώς έχει να καλύψει μεγαλύτερη απόσταση.

Όσο ταχύτερα κινείται όμως το νερό τόσο μεγαλύτερη είναι η διάβρωση του εδάφους και τόσο περισσότερο αυξάνει η καμπή του ποταμού. Η καμπή λοιπόν αυξάνει την ταχύτητα και η ταχύτητα την καμπή, με αποτέλεσμα το ποτάμι να αποκτά συνεχώς περισσότερες και μεγαλύτερες σπείρες. Η φύση φαίνεται να οδεύει αναπόδραστα προς ολοένα και πιο σύνθετες και, κατά ελέκταση, χαοτικές καταστάσεις.

Η «φυσική» επιβολή της τάξης

Όπως εξηγούσε, όμως, και ο Αϊνστάιν, η φύση κινείται παράλληλα και για την επιβολή της τάξης, ακολουθώντας μια αντίστροφη διαδικασία. Όπως ίσως θυμάστε από τη γεωλογία του γυμνασίου, όταν η ροή ενός ποταμού σχηματίζει μεγάλες διαδοχικές καμπύλες σχήματος S παρατηρείται το εξής φαινόμενο: Αρκετές από αυτές τις καμπύλες αποκόπτονται και δημιουργούν μικρές λίμνες ενώ το ποτάμι συνεχίζει ευθύγραμμη πορεία.

Το αποτέλεσμα είναι ότι οι δυνάμεις που οδηγούν σε περισσότερο σπειροειδή σχήματα αντισταθμίζονται από δυνάμεις που τείνουν να μετατρέψουν το ποτάμι σε ευθεία γραμμή.

Σύμφωνα με τον Στέλουμ, παρά τη συνεχή αυτή «διαπάλη», ο λόγος μεταξύ του μήκους και της απόστασης σε ευθεία γραμμή παραμένει σταθερός και προσεγγίζει τον αριθμό π .

Τα ζώα και τα... ανώτερα μαθηματικά

Αν τα ποτάμια και οι αράχνες εντυπωσιάζουν όσους ασχολούνται με τη γεωμετρία υπάρχουν άλλα ζώα, όπως οι πυγολαμπίδες και τα τζίτζικια που μας εισάγουν σε? ανώτερα μαθηματικά.

Εδώ και δεκάδες χρόνια βιολόγοι είχαν παρατηρήσει ότι οι αρσενικές πυγολαμπίδες στις όχθες ποταμών της Μαλαισίας και της Ταϊλάνδης κατάφερναν να συγχρονίσουν τις λάμπεις τους με εκπληκτική ακρίβεια. Για την εξήγηση του φαινομένου χρειάστηκε η παρέμβαση φυσικών και μαθηματικών, όπως ο Στίβεν Στρόγκατζ από το πανεπιστήμιο Κορνέλ.

«Ουσιαστικά, έχουμε να κάνουμε με ένα πρόβλημα μαθηματικών και όχι βιολογίας» λει χαρακτηριστικά ο ίδιος ο Στρόγκατζ, ο οποίος στήριξε τις έρευνές του στη θεωρία της συζευγμένης ταλάντωσης που χρησιμοποιείται για την μελέτη συστημάτων που αλληλεπιδρούν μέσω συντονισμού. Η θεωρία της συζευγμένης ταλάντωσης πρωτοεμφανίστηκε το 17ο αιώνα, όταν μαθηματικοί της εποχής παρατήρησαν πως δυο ή περισσότερα εκκρεμή που βρίσκονταν στο ίδιο δωμάτιο, ύστερα από μεγάλα χρονικά διαστήματα, άρχιζαν να συγχρονίζονται, λόγω των δονήσεων που μετέδιδαν το ένα προς το άλλο μέσω του τοίχου!

Παρεμφερή φαινόμενα συντονισμού τα οποία δεν έχουν εξηγηθεί πλήρως παρατηρούνται αρκετές φορές και σε τζίτζικια και άλλα ζώα που παράγουν ταυτόχρονα τους ίδιους ήχους.

Διαίρεση με Τζίτζικια

Τα τζίτζικια, όμως, και συγκεκριμένα τα είδη *Magisicada Septendecim* και *magisicada tredécim*, παρουσίασαν ένα ακόμα χαρακτηριστικό για την εξήγηση του οποίου οι βιολόγοι ζήτησαν και πάλι τη βοήθεια των μαθηματικών. Και τα δυο αυτά είδη εμφανίζονται κάθε 17 και 13 χρόνια αντίστοιχα, ζευγαρώνουν, γενούν τα αυγά τους και πεθαίνουν.

Το υπόλοιπο διάστημα της ζωής τους παραμένουν ως νύμφες κάτω από το έδαφος. Σημασία εδώ έχει ότι ο κύκλος εμφάνισής τους είναι πάντοτε πρώτος αριθμός, δηλαδή διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και τη μονάδα.

Το γεγονός αυτό οδήγησε αρκετούς επιστήμονες στο συμπέρασμα ότι η μαθηματική αυτή ακρίβεια τα προστατεύει από κάποιο φυσικό κίνδυνο με παρόμοια χαρακτηριστικά περιοδικής εμφάνισης. Ένα σενάριο προέβλεπε ότι το τζίτζικι επιχειρεί να αποφύγει κάποιο παράσιτο με παρόμοιο κύκλο ζωής. Αν, λόγω χάρη, το παράσιτο εμφανίζεται κάθε 4 χρόνια, το τζίτζικι «αποφεύγει» έναν κύκλο που διαιρείται με το 4, αν εμφανίζεται κάθε 5 αποφεύγει έναν κύκλο που διαιρείται με το 5 κ.ο.κ.

Μέσω μακροχρόνιων βιολογικών διαδικασιών, λοιπόν, το τζίτζικι «επιλέγει» έναν κύκλο 17 χρόνων. Το παράσιτο, για να συμπέσει με το τζίτζικι πρέπει να εμφανίζεται είτε κάθε ένα είτε κάθε δεκαεπτά χρόνια. Σύμφωνα με υπολογισμούς, υπάρχουν περιπτώσεις όπου το τζίτζικι και το παράσιτο δεν θα συμπέσουν για 272 χρόνια! Γι' αυτό το λόγο, υποστηρίζουν ορισμένοι μαθηματικοί, το παράσιτο (που σημειωτέον δεν έχει ανιχνευθεί ποτέ) εξαφανίστηκε πριν από εκατοντάδες χρόνια. Γι'αυτό το λόγο, απαντούν κάποιοι άλλοι, η θεωρία αγγίζει τα όρια της επιστημονικής φαντασίας.

Ζητήματα μεγέθους

Ακόμα και αυτή η ανάλυση των πρώτων αριθμών, όμως, δεν μπορεί να συγκριθεί με τα μαθηματικά που καλύπτουν τη γεωμετρία των fractals. Γιατί, όπως φαίνεται, η φύση επέλεξε αυτό τον κλάδο των μαθηματικών για να στηρίξει τις σημαντικότερες αποφάσεις της, όπως είναι το μέγεθος που θα έχει κάθε οργανισμός, η διάρκεια ζωής του κ.ά. Ας πάρουμε όμως τα πράγματα από την αρχή.

Αναρωτηθήκατε ποτέ τι θα συμβεί σε ένα μικρό ποντικάκι και έναν ελέφαντα, εάν πέσουν από ύψος ενός χιλιόμετρου; Για τον ελέφαντα, η τραγική κατάληξη είναι δεδομένη, σε αντίθεση με το ποντίκι που θα υποστεί απλώς ένα ισχυρό σοκ και θα απομακρυνθεί τρομαγμένο από την περιοχή.

Η παρατήρηση αυτή οδήγησε αρκετούς βιολόγους, φυσικούς και μαθηματικούς στο συμπέρασμα ότι το μέγεθος των ζώων δεν είναι απλώς ζήτημα όγκου, αλλά κατασκευής. Ένας ελέφαντας, δηλαδή, δεν είναι απλώς ένα ποντίκι μεγεθυμένο κατά 200.000 φορές, αλλά ένας εντελώς διαφορετικός οργανισμός.

Σύμφωνα με ερευνητές, η μαθηματική αυτή ακρίβεια της φύσης δεν οφείλεται σε κάποια υπερφυσική δύναμη, αλλά στην ανάγκη ρύθμισης του μεταβολισμού κάθε οργανισμού ανάλογα (όχι όμως και σε απόλυτη αναλογία) με τη μάζα του. Κάθε οργανισμός χρησιμοποιεί

την επιφάνειά του για να αποβάλει την θερμότητα που παράγεται από τον μεταβολισμό. Η επιφάνεια, όμως, αυτή δεν είναι ανάλογη με τη μάζα του. Η επιφάνεια, δηλαδή, αυξάνεται με αναλογικά μικρότερους ρυθμούς απ'α ό,τι η μάζα και αυτό γιατί, αν ο ρυθμός μεταβολισμού ήταν απλώς ανάλογος της μάζας, θα παρουσιάζονταν σοβαρότατα προβλήματα.

Ένας αρουραίος, για παράδειγμα, αναλογικά με τη μάζα του θα έπρεπε να παράγει 100 φορές περισσότερη ενέργεια από ένα μικροσκοπικό χάμστερ. Η επιφάνειά του όμως είναι μόλις 22 φορές μεγαλύτερη από αυτή του χάμστερ. Το αποτέλεσμα θα ήταν ένας? καυτός αρουραίος. Ο μεταβολισμός λοιπόν πρέπει να είναι μικρότερος όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του οργανισμού, για να αποφευχθεί η «υπερθέρμανση». Βάση του μεταβολισμού, όμως, ρυθμίζονται οι χτύποι της καρδιάς και ο μέσος όρος ζωής κάθε οργανισμού.

Προχωρώντας ένα ακόμα βήμα και συνδυάζοντας αρχές γεωμετρίας δικτύων και υδροδυναμικής, οι επιστήμονες ανακάλυψαν ότι ο νόμος που διατύπωσαν ισχύει και σε επίπεδο κύτταρων και μιτοχονδρίων. Κατέληξαν έτσι στο συμπέρασμα ότι η σχέση μεταβολισμού και μάζας εξαρτάται από τη δομή του δικτύου διανομής ενέργειας και τροφής που διαθέτει κάθε οργανισμός και το οποίο έχει μορφή fractal.

Κύριο χαρακτηριστικό των fractals (ή τουλάχιστον αυτό που μας ενδιαφέρει επί του παρόντος) είναι ότι κάθε τμήμα του, σε οποία κλίμακα και αν το εξετάσουμε, αποτελεί μικρογραφία του συνόλου.

Εξετάζοντας τη fractal δομή του δικτύου παραγωγής και διανομής ενέργειας, οι επιστήμονες πιστεύουν ότι σύντομα θα δώσουν απαντήσεις σε μεγάλα ερωτήματα της βιολογίας αλλά ακόμα και της κοινωνιολογίας και τα οποία φορούν την ποικιλομορφία των ειδών και την εξέλιξη οργανισμών. Για όλα αυτά βέβαια απαιτείται η χρήση γεωμετρίας fractal και φυσικά σύγχρονων μαθηματικών.

En είδη επιλόγου

Το «κακό» ξεκίνησε από τον Πυθαγόρα, σύμφωνα με τον οποίο όλα τα φυσικά φαινόμενα κυβερνώνται από νόμους, οι οποίοι μπορούν να περιγραφούν με εξισώσεις. Τα μαθηματικά ανακηρύχθηκαν σε βασίλισσα των επιστημών, το μαγικό κλειδί που ανοίγει όλες τις πόρτες στο σύμπαν, ενώ οι αριθμοί ταυτίστηκαν με την έννοια του θεού. Έκτοτε ένας διάχυτος μυστικισμός επιχειρεί κατά καιρούς να καλύψει πραγματικά αξιοθαύμαστες προόδους των μαθηματικών.

Αριθμοί όπως το 3,14 αποκτούν σχεδόν λατρευτικό χαρακτήρα και τα ίδια τα μαθηματικά απομακρύνονται από τις υλικές καταβολές τους.

Οι πραγματικοί επιστήμονες γνωρίζουν βέβαια ότι τα καθαρά μαθηματικά δεν είναι «απόλυτη σκέψη», δεν υπάρχουν «αμόλυντα» από την υλική πραγματικότητα. Γνωρίζουν ότι η γεωμετρία αναπτύχθηκε από την ανάγκη «μέτρησης της Γης», ότι το δεκαδικό σύστημα επικράτησε επειδή έχουμε δέκα δάχτυλα και ότι τα σύμβολα + και · δεν ήταν παρά τα σημάδια που χρησιμοποιούσαν οι έμποροι του μεσαίωνα για να υπολογίσουν το πλεόνασμα και το έλλειμμα των προϊόντων στις αποθήκες τους. Γνωρίζουν με λίγα λόγια ότι τίποτα δεν επιβλήθηκε από κάποια ανώτερη δύναμη, αλλά απλώς χρησιμοποιήθηκε για την κατανόηση της πραγματικότητας.

Είναι λοιπόν η φύση που υπάρχει στα μαθηματικά και όχι τα μαθηματικά στη φύση.