

ΘΕΜΑ 1

Να δοθούν κατάλληλα αντιπαραδείγματα που να προκύπτει, ότι ενώ υπάρχουν τα όρια των kf ($k \in \mathbb{R}$), $\frac{f}{g}$, $f \cdot g$, $f \circ g$ στο $x_0 \in \mathbb{R}$,

δεν είναι απαραίτητο να υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων f και g

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \in Q \\ 1, & x \in Q^c \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ -1, & x \in Q^c \end{cases}$$

Έτσι ενώ υπάρχουν τα όρια των $0 \cdot f$, $\frac{f}{g}$, $f \cdot g$, $f \circ g$ δεν υπάρχουν τα όρια των f , g

ΘΕΜΑ 2

Βρείτε συνάρτηση f στο $\mathbb{R}$, συνεχή σε άπειρο-αριθμήσιμο σύνολο A και ασυνεχή σε κάθε σημείο που δεν ανήκει στο A .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

$$f(x) = \begin{cases} \eta\mu x, & x \in Q \\ 0, & x \in Q^c \end{cases}$$