


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Γιάννης Μαύρος[®]

Ασκηση 1

Χαράξτε έναν άξονα και πάρτε πάνω σ' αυτόν τα σημεία Α, Β και Μ με συντεταγμένες 1, 2 και χ αντιστοίχως, για κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- α) $\chi < 1$, β) $\chi = 1$, γ) $1 < \chi < 2$, δ) $\chi = 2$, ε) $2 < \chi$
1. Τι παριστάνουν γεωμετρικά οι παραστάσεις $|\chi - 1|$ και $|\chi - 2|$ και τι παραστάει η παράσταση $|\chi - 1| + |\chi - 2|$;
 2. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της παράστασης $|\chi - 1| + |\chi - 2|$ πότε αυτή παρουσιάζεται;
 3. Παίρνει η παράσταση αυτή μέγιστη τιμή;
 4. Τι παραστάει γεωμετρικά η παράσταση $|\chi - 1| + |\chi - 2|$;
 5. Ποια είναι η ελάχιστη και ποια η μέγιστη τιμή της παράστασης $||\chi - 1| + |\chi - 2||$ και πότε αυτές παρουσιάζονται;

Ασκηση 2

Για θετικούς αριθμούς α, β με $\alpha < \beta$ να αποδείξετε ότι:

1. $\alpha \leq \frac{\alpha + \beta}{2} \leq \beta$
2. $\alpha \leq \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} \leq \beta$
3. $\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} \leq \sqrt{\alpha\beta} \leq \frac{\alpha + \beta}{2}$

Ασκηση 3

Αν χ, ψ ακέραιοι αριθμοί και οι $(\sqrt{\chi} - \sqrt{\psi}), (\sqrt{\chi} + \sqrt{\psi})$ είναι αντίστροφοι, να δείξετε ότι: $|\chi| = 1 + |\psi|$

Ασκηση 4

Αν $\lambda = \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{3}-2)^2}} + \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{3}+2)^2}}$, να δειχθεί ότι η εξίσωση:

$\lambda^2 + 3\lambda\chi - (\lambda+1)^2 = (\lambda-1)^2\chi + 3\chi - 3$ είναι αδύνατη.

Ασκηση 5

Να λυθούν οι ανισότητες:

- $|\chi^{50} - 1986\chi + 2002| \leq -12$
- $|\chi^{1986} - 2001\chi^{2002} - 1| \geq -12^{12}$

Ασκηση 6

Αν $\alpha = \sqrt{x + \beta^2}$, $\beta = \sqrt{\psi + \gamma^2}$ και $\gamma = \sqrt{\omega + \alpha^2}$

Να δειχθεί ότι $\chi^3 + \psi^3 + \omega^3 = 3\chi\psi\omega$

Ασκηση 7

Αν $\lambda \in \mathbb{R}$, να λυθούν οι εξισώσεις:

- $|2\chi - 5| = \lambda + 1$
- $|3\chi - \lambda| = (1-\lambda)^2$

Ασκηση 8

Να βρείτε πότε ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις

$$A = \sqrt{4x\sqrt{x-2}}, \quad B = \sqrt{k(x-1)+3}$$

Ασκηση 9

Να αποδείξετε ότι για α, β θετικούς αριθμούς ισχύει $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \leq 2\sqrt{\frac{\alpha+\beta}{2}}$

Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι: $\sqrt{1999} + \sqrt{2000} + \sqrt{2002} + \sqrt{2003} < 4\sqrt{2001}$

Ασκηση 10

Αν $\alpha, \beta \neq 0$ και $\alpha^2 < 16\beta^2$, να αποδείξετε ότι:

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| - \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| < \frac{15}{4}$$

*«Κάθε δικαίωμα έχει και τις υποχρεώσεις του.
Και το δικαίωμα στη μάθηση φέρει τις δικές του»*

Η εργασία να παρουσιαστεί το αργότερο μέχρι / / (Deadline)

