

---



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΡΓΑΣΙΑ ( I )

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Γιάννης Μαύρος<sup>®</sup>

---

**Ασκηση 1**

- Εξετάσετε με παραδείγματα αν το άθροισμα δύο περιττών είναι άρτιος ή περιττός. Διατυπώστε σε πρόταση τις προηγούμενες παρατηρήσεις σας. Αποδείξτε την πρόταση αυτή.
- Ομοια για το άθροισμα δύο αρτίων
- Τη διαφορά ενός άρτιου από ένα περιττό.

**Ασκηση 2**

- Εξετάσετε με παραδείγματα αν το γινόμενο δύο αρτίων είναι άρτιος ή περιττός. Διατυπώστε σε πρόταση τις προηγούμενες παρατηρήσεις σας. Αποδείξτε την πρόταση αυτή.
- Ομοια για το γινόμενο δύο περιττών
- Το γινόμενο ενός άρτιου με έναν περιττό.

**Ασκηση 3**

Γράψτε τέσσερα παραδείγματα αθροίσματος τετραγώνων δύο περιττών αριθμών. Τι είναι το αποτέλεσμα άρτιος ή περιττός; Γενικεύστε το συμπέρασμά σας. Αποδείξτε τη γενίκευση.

**Ασκηση 4**

Το άθροισμα τριών διαδοχικών φυσικών αριθμών που κανένας τους δεν είναι μηδέν είναι άρτιος ή περιττός; Εξετάστε μερικά παραδείγματα, γενικεύστε και αποδείξτε τη γενίκευση.

**Ασκηση 5**

Αν  $\alpha\beta = 1$  να δειχθεί ότι  $\frac{\alpha^3}{1+\alpha^2} - \frac{\beta^3}{1+\beta^2} = \alpha - \beta$

**Ασκηση 6**

Να δειχθεί ότι

- $2 \cdot (\alpha^2 + \beta^2) \geq (\alpha + \beta)^2$
- $3 \cdot (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \geq (\alpha + \beta + \gamma)^2$
- Ποια είναι η γενίκευση των δύο προηγούμενων σχέσεων;

### Άσκηση 7

Να δειχθεί ότι:

- $(\alpha^2+\beta^2)(\chi^2+\psi^2) \geq (\alpha\chi+\beta\psi)^2$
- $(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)(\chi^2+\psi^2+\omega^2) \geq (\alpha\chi+\beta\psi+\gamma\omega)^2$
- Γενίκευση

### Άσκηση 8

Γράψτε τέσσερα παραδείγματα γινομένων ρητού διαφόρου από το μηδέν, επί άρρητο. Τι είναι το αποτέλεσμα ρητός ή άρρητος; Γενικεύστε και αποδείξτε την γενίκευση.

### Άσκηση 9

- Αν  $\alpha, \beta$  αριθμοί τέτοιοι ώστε  $\alpha^2+\beta^2=0$ , τότε να δειχθεί ότι  $\alpha=\beta=0$
- Ποια η γενίκευση της προηγούμενης πρότασης;
- Να βρεθούν τα  $\chi, \psi$  για τα οποία ισχύει  $(2\chi-1)^2+(3\psi+5)^2=0$
- Να λυθεί η εξίσωση  $\chi^2+9\psi^2-4\chi+6\psi+5=0$

### Άσκηση 10

Ο Α λέει: « ο Β ή ο Γ είναι ψεύτης»

Ο Β λέει: « ο Α είναι ψεύτης»

Ο Γ λέει: « ο Α και ο Β είναι ψεύτες»

Ποιος λέει αλήθεια;

***«Κάθε δικαίωμα έχει και τις υποχρεώσεις του.  
Και το δικαίωμα στη μάθηση φέρει τις δικές του»***

***Η εργασία να παρουσιαστεί το αργότερο μέχρι 20/11/2011 (Deadline)***

