

Ρυθμός μεταβολής

- 1) Κατά τη χρονική στιγμή t_0 , η ακτίνα ενός μπαλονιού είναι 5 cm, και μεταβάλλεται με ρυθμό 2 cm/sec . Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής του όγκου του μπαλονιού τη στιγμή t_0
- 2) Η επιφάνεια μίας σφαίρας αυξάνεται με ρυθμό $10\text{ cm}^2/\text{sec}$. Να βρείτε το ρυθμό, με τον οποίο μεταβάλλεται ο όγκος της, όταν η ακτίνα του είναι 85cm
- 3) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού E ενός ισοπλεύρου τριγώνου, ως προς το ύψος u , τη στιγμή που το $u = \sqrt{3}\text{ cm}$
- 4) Ένα τρίγωνο AOB ορίζεται από τα σημεία A($\chi, 0$) O(0,0) και B(0, $\ln\chi$). Αν το A απομακρύνεται από τον άξονα των ψ , με ταχύτητα 4 cm/sec , να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου, όταν $OA = 5\text{ cm}$
- 5) Ένα τρίγωνο AOB ορίζεται από τα σημεία A($\chi, 0$) O(0,0) και B(0, $\chi+1$). Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου AOB, τη χρονική στιγμή t_0 κατά την οποία $(BG) = 5\text{ m}$ και το χ μεταβάλλεται με ρυθμό 2 m/sec
- 6) Οι διαστάσεις χ, ψ ενός ορθογώνιου, αυξάνουν με ρυθμό 3 cm/sec και 2 cm/sec αντίστοιχα. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού E του ορθογώνιου, ως προς τον χρόνο t , τη στιγμή κατά την οποία $\chi = 30\text{ cm}$ και $\psi = 40\text{ cm}$
- 7) Σε ένα ορθογώνιο ABΓΔ, η πλευρά AB ελαττώνεται με ρυθμό 2 cm/sec και η πλευρά ΒΓ αυξάνεται με ρυθμό 3 cm/sec . Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού και της περιμέτρου, τη χρονική στιγμή κατά την οποία $(AB) = 12\text{ cm}$ και $(BΓ) = 10\text{ cm}$
- 8) Το εμβαδόν της επιφάνειας ενός κύβου αυξάνεται με ρυθμό $16\text{ cm}^2/\text{sec}$. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του όγκου του κύβου, τη χρονική στιγμή κατά την οποία, η ακμή του είναι 5cm
- 9) Ένας άνθρωπος, ύψους 1,70m απομακρύνεται με ταχύτητα 2 m/sec , από μία κολώνα της οποίας η λάμπα φωτίζει από ύψος 5,1m. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του μήκους της σκιάς του ανθρώπου
- 10) Ένας άνθρωπος, απομακρύνεται με ταχύτητα 2 m/sec , από μία κολώνα της οποίας ο προβολέας φωτίζει από ύψος 12m. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της γωνίας που σχηματίζει η κατακόρυφος στη θέση του προβολέα με την ακτίνα του προβολέα που καταλήγει στον άνθρωπο τη στιγμή κατά την οποία ο άνθρωπος έχει απομακρυνθεί από τη κατακόρυφη κατά 9m
- 11) Μία περιστρεφόμενη κάμερα, είναι τοποθετημένη στη κορυφή ενός φανοστάτη, ύψους 3m. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της γωνίας θ , με την οποία η κάμερα "παρακολουθεί" ένα όχημα κινούμενο με ταχύτητα 40 km/h , τη χρονική στιγμή κατά την οποία, αυτό :
 - α) βρίσκεται 4m πριν το φανάρι
 - β) έχει απομακρυνθεί κατά 4m, από το φανάρι

- 12) Σε ένα κατακόρυφο τοίχο , βρίσκεται στερεωμένη πλαγίως, μία σκάλα , μήκους 5m. Το κάτω μέρος της σκάλας αρχίζει να γλιστράει με ρυθμό $1m/sec$. Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο πέφτει το πάνω μέρος της σκάλας, τη χρονική στιγμή, που το κάτω μέρος απέχει από τον τοίχο , απόσταση 3m
- 13) Σε ένα κατακόρυφο τοίχο , βρίσκεται στερεωμένη πλαγίως, μία σκάλα , μήκους 13m. Το πάνω μέρος της σκάλας αρχίζει να γλιστράει με ρυθμό $3m/sec$. Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο γλιστράει το κάτω μέρος της σκάλας, τη χρονική στιγμή, που το κάτω μέρος απέχει από τον τοίχο , απόσταση 5m
- 14) Ένα αυτοκίνητο A, ξεκινώντας από την αρχή των αξόνων , κινείται κατά μήκος της καμπύλης $\psi = \frac{1}{4}\chi^2$ με $\chi > 0$. Να βρείτε το σημείο της καμπύλης, στο οποίο ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης είναι ίσος με το ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης
- 15) Σε ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ , η περίμετρος αυξάνει με ρυθμό $\sqrt{3}cm/sec$. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού, τη χρονική στιγμή κατά την οποία αυτό είναι ίσο με $\sqrt{3}cm^2$
- 16) Δύο αυτοκίνητα κινούνται πάνω σε δύο κάθετους δρόμους OA και OB με κοινή αρχή το O και έχουν ταχύτητες $100km/h$ και $50km/h$ αντίστοιχα. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της απόστασης των δύο αυτοκινήτων, την χρονική στιγμή κατά την οποία το πρώτο όχημα απέχει από τη διασταύρωση O 400m και το δεύτερο 300m.
- 17) Ένας δρομέας Δ , ξεκινώντας από ένα σημείο A, τρέχει γύρω από μία κυκλική λίμνη ακτίνας $R = 2km$, με ταχύτητα $3km/h$. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του μήκους της χορδής AD τη χρονική στιγμή κατά την οποία, η επίκεντρη γωνία είναι $\frac{2\pi}{3}$
- 18) Το ύψος του νερού σε ένα κυλινδρικό δοχείο , ανεβαίνει με ρυθμό $\frac{2}{\pi}cm/sec$. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του όγκου του νερού , αν η ακτίνα της βάσης του δοχείου είναι 2cm
- 19) Μία δεξαμενή έχει σχήμα ανεστραμμένου κώνου, με ακτίνα βάσης 2m και ύψος 4m .Η δεξαμενή γεμίζει με ρυθμό $2m/min$. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του ύψους της στάθμης του νερού τη χρονική στιγμή κατά την οποία το ύψος της στάθμης είναι 2m
- 20) Δύο παίκτες ποδοσφαίρου , ξεκινώντας ταυτόχρονα από τη σέντρα του γηπέδου, κινούνται επιθετικά με ταχύτητες $3m/sec$ και $4m/sec$ αντίστοιχα, σχηματίζοντας γωνία $\frac{\pi}{3}$. Να βρείτε το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η μεταξύ τους απόσταση, μετά από 2 sec