

ΚΥΚΛΟΣ

- 1) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου, όταν :
 - α) Έχει κέντρο το σημείο $K(-1,2)$ και διέρχεται από το $A(2,6)$
 - β) Έχει κέντρο το σημείο $K(-2,3)$ και εφάπτεται στην ευθεία $\varepsilon: \chi-\psi=2$
- 2) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου, όταν :
 - α) Διέρχεται από τα σημεία $A(-1,3)$, $B(3,1)$ και το κέντρο του βρίσκεται στην ευθεία $\varepsilon: 3\chi-\psi-2=0$
 - β) Διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$ και εφάπτεται στην ευθεία $\varepsilon: 2\chi-3\psi=18$ στο σημείο $B(3,-4)$
 - γ) Έχει διάμετρο AB με $A(3,2)$ και $B(-1,6)$
- 3) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία $A(2,0)$, $B(1,1)$ και $\Gamma(1,-1)$
- 4) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου, που εφάπτεται των ευθειών ,με εξισώσεις $\chi+2\psi=0$ και $\chi+2\psi-10=0$ και διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$
- 5) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου, που διέρχεται από τα σημεία $A(3,4)$, $B(1,2)$ και εφάπτεται της ευθείας $3\chi+\psi=3$
- 6) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου του εγγεγραμμένου στο τρίγωνο με πλευρές που έχουν εξισώσεις : $4\chi-3\psi-10=0$, $3\chi-4\psi-5=0$ και $\chi+3\psi-3=0$
- 7) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου, που εφάπτεται του άξονα $\chi'\chi$ στο σημείο $A(4,0)$ και κόβει από τον άξονα $\psi'\psi$ χορδή μήκους 6
- 8) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει ακτίνα $\rho=10$ και εφάπτεται στον κύκλο με εξίσωση : $\chi^2 + \psi^2 = 25$ στο σημείο $A(3,4)$
- 9) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου, που εφάπτεται των ευθειών με εξισώσεις $2\chi+\psi=1$ και $\chi+2\psi+3=0$ αντίστοιχα και έχει το κέντρο του στην ευθεία $\varepsilon: \chi=2\psi$
- 10) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου του περιγεγραμμένου στο τρίγωνο με εξισώσεις πλευρών $\chi+\psi=8$, $2\chi+\psi=14$ και $3\chi+\psi=22$ αντίστοιχα. \
- 11) Δίνεται η εξίσωση : $\chi^2 + \psi^2 - 2\lambda\chi - 4(\lambda + 1)\psi + 3\lambda + 14 = 0$
 - α) Για ποιες τιμές του λ , παριστάνει κύκλο ;
 - β) Βρείτε τα κέντρα των παραπάνω κύκλων
- 12) Δίνεται η εξίσωση : $\chi^2 + \psi^2 + 2\lambda\chi + 4(\lambda - 1)\psi + 7\lambda - 6 = 0$
 - α) Για ποιες τιμές του λ , παριστάνει κύκλο ;
 - β) Να βρεθεί το σύνολο των κέντρων των παραπάνω κύκλων
 - γ) Να δειχτεί ότι τα παραπάνω κέντρα, βρίσκονται στην ίδια ευθεία, της οποίας να βρείτε την εξίσωση
- 13) Δίνεται η εξίσωση : $(1 + \lambda)\chi^2 + (1 + \lambda)\psi^2 - 2\chi - 2\lambda = 0$
 - α) Για ποιες τιμές του λ , παριστάνει κύκλο ;
 - β) Δείξτε ότι οι παραπάνω κύκλοι διέρχονται από δύο σταθερά σημεία
- 14) Δίνεται η εξίσωση : $\chi^2 + \psi^2 - 4\lambda\chi - 2\lambda\psi + \frac{9\lambda^2}{2} - \lambda - \frac{1}{2} = 0$
 - α) Δείξτε ότι για τις διάφορες τιμές του λ , η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο
 - β) Δείξτε ότι για τις διάφορες τιμές του λ , οι παραπάνω κύκλοι εφάπτονται σε δύο σταθερές ευθείες
- 15) Να βρεθεί η εξίσωση της κοινής χορδής των κύκλων, με εξισώσεις : $\chi^2 + \psi^2 - 2\chi - \psi + 1 = 0$ και $(\chi + 1)^2 + (\psi - 1)^2 = 8$
- 16) Να βρεθεί το μήκος της χορδής του κύκλου $(\chi - 3)^2 + (\psi - 2)^2 = 9$, που έχει μέσο το σημείο $M(1,2)$

17) Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου :

$$\chi^2 + \psi^2 - 4\chi + 2\psi - 8 = 0 \text{ που είναι παράλληλες στην ευθεία } \varepsilon: 2\chi + 3\psi + 1 = 0$$

18) Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου : $(\chi - 1)^2 + (\psi + 2)^2 = 5$

$$\text{που είναι κάθετες στην ευθεία } \varepsilon: \chi - 2\psi + 9 = 0$$

19) Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου : $(\chi - 1)^2 + (\psi + 2)^2 = 13$

$$\text{που σχηματίζουν γωνία } 45^\circ, \text{ με την ευθεία } \varepsilon: \chi - 5\psi + 1 = 0$$

20) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = 25$ στο σημείο

A(3, -4). Αν B, Γ τα σημεία τομής της εφαπτομένης αυτής με τις εφαπτόμενες που

είναι παράλληλες στον άξονα $\psi'\psi$, να δείξετε ότι $\widehat{BO\Gamma} = 90^\circ$

21) Από το σημείο Σ(5,6) φέρνουμε τις εφαπτόμενες ΣΑ και ΣΒ του κύκλου

$$\chi^2 + \psi^2 - 2\chi - 4\psi = 4$$

α) Να βρεθούν τα μήκη των τμημάτων ΣΑ και ΣΒ

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων αυτών

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ΑΒ

δ) Να βρεθεί το μήκος της χορδής ΑΒ

ε) Να βρεθεί η απόσταση του Σ από την ΑΒ

στ) Να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου ΣΑΒ

ζ) Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζουν οι ΣΑ και ΣΒ

22) Δίνονται τα σημεία A(2,9) και B(1,2). Η ευθεία ΑΡ είναι παράλληλη στην ευθεία

$$\varepsilon: 3\chi - 4\psi = 0 \text{ και εφάπτεται σε κύκλο κέντρου Β στο Ρ. Να βρεθεί η εξίσωση της}$$

ευθείας ΑΡ και η εξίσωση του κύκλου κέντρου Β

23) Να βρεθούν οι κοινές εφαπτόμενες των κύκλων με εξισώσεις

$$C_1: (\chi - 6)^2 + \psi^2 = 9 \text{ και } C_2: \chi^2 + \psi^2 = 4$$

24) Να βρεθούν οι κοινές εφαπτόμενες των κύκλων με εξισώσεις

$$C_1: (\chi - 5)^2 + \psi^2 = 9 \text{ και } C_2: \chi^2 + (\psi - 3)^2 = 4$$

25) Δίνονται οι κύκλοι με εξισώσεις : $C_1: \chi^2 + \psi^2 + 2\chi - 8\psi + 8 = 0$ και

$$C_2: \chi^2 + \psi^2 + 10\chi - 2\psi + 22 = 0$$

α) Δείξτε ότι εφάπτονται μεταξύ τους

β) Βρείτε το σημείο επαφής Α και την εξίσωση της κοινής εφαπτομένης στο Α

γ) Βρείτε το εμβαδό του τριγώνου που ορίζεται από την κοινή εφαπτομένη, την διάκεντρο και τον άξονα $\psi'\psi$

26) Δίνονται οι κύκλοι με εξισώσεις : $C_1: \chi^2 + \psi^2 - 2\alpha\chi - 2\beta\psi - \alpha^2 + \beta^2 = 0$ και

$$C_2: \chi^2 + \psi^2 - 2\beta\chi + 2\alpha\psi + \alpha^2 - \beta^2 = 0$$

α) Δείξτε ότι οι δύο αυτοί κύκλοι τέμνονται

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων των δύο κύκλων, στο ένα από τα δύο σημεία τομής

γ) Να βρεθεί η γωνία των δύο αυτών εφαπτομένων