

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ
ΤΑΞΗ – ΤΜΗΜΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ

Ζήτημα 1^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ και $g(x) = \sqrt{1-x}$

- Να βρεθούν τα πεδία ορισμού τους
- Να βρεθούν οι συναρτήσεις $\frac{f}{g}$ και $f \circ g$

Ζήτημα 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία πληρεί την σχέση: $f(f(x)) = x + f(x)$

για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι:

- η f αντιστρέφεται
- $f(0) = 0$
- η εξίσωση $f(x^3 - x) = f(-2x - 1)$ έχει μία ακριβώς ρίζα.

Ζήτημα 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -1 + \sqrt{x}$

- Να βρεθεί το σύνολο τιμών της
- Να μελετηθεί ως προς τα ακρότατα της
- Να δειχτεί ότι η εξίσωση $f(x) = 0$, έχει μία τουλάχιστον πραγματική ρίζα

Ζήτημα 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 + (x-2)^2$ με $x \geq 2$

- Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1
- Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε τον τύπο της αντίστροφης
- Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και f^{-1} με την ευθεία $y = x$
- Να υπολογιστεί το σύνολο τιμών της f