

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ

Ζήτημα 1^ο

Να βρεθούν οι παράγωγοι των παρακάτω συναρτήσεων

α) $f(x) = \eta\mu^2\left(3x^2 + \frac{\pi}{4}\right)$

β) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

Ζήτημα 2^ο

α) Αν η συνάρτηση f , είναι παραγωγίσιμη στο $x=0$ και για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $f(x+y) = f(x) + f(y) + 5xy$ να δείξετε ότι η f , είναι παραγωγίσιμη για κάθε $x \in \mathbb{R}$

β) Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \alpha x - \beta, & \text{αν } x > 2 \\ x^2, & \text{αν } x \leq 2 \end{cases}$ να είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 2$

Ζήτημα 3^ο

α) Αν $P(x)$ πολυώνυμο n βαθμού και η συνάρτηση $f(x) = P(x)|x-2|$ να δείξετε ότι αν η f , είναι παραγωγίσιμη για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε το $x=2$ είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$

β) Αν η συνάρτηση f , ικανοποιεί τη σχέση $f(x) = (x^2 + 2x + 6)\phi(x)$, όπου για την ϕ , ισχύουν τα εξής: $\phi(0) = 5$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\phi(x) - 5}{x} = 4$, να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f , στο $x_0 = 0$

Ζήτημα 4^ο

α) Αν $f(x)$ είναι πολυώνυμο n βαθμού, με $n \geq 2$ να δείξετε ότι $f(x) = (x - \rho)^2 \pi(x) \Leftrightarrow f(\rho) = f'(\rho) = 0$

β) Να δείξετε ότι το $(x-1)^2$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $f(x) = \nu x^{\nu+1} - x^{\nu-1} - (\nu^2 + 1)x + \nu^2 - \nu + 2$

γ) Να βρεθούν τα α, β ώστε το $(x-1)^2$ να διαιρεί το πολυώνυμο $f(x) = \alpha x^{2\nu} + \beta x^{\nu-1} + 4$, με $\nu \geq 2$

