

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΤΑΞΗ – ΤΜΗΜΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ

Ζήτημα 1^ο

Έστω $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, με $0 < \alpha < \beta$ και η συνεχής συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία είναι $\int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt = 0$. Επίσης, δίνεται η συνάρτηση $g(x) = 2 + \frac{1}{x} \int_{\alpha}^x f(t) dt$ με $x > 0$.

Να αποδειχτεί ότι υπάρχει, ένα τουλάχιστον $x_0 \in (\alpha, \beta)$, τέτοιο ώστε :

α) Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της g , στο σημείο $(x_0, g(x_0))$ να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$

β) $g(x_0) = 2 + f(x_0)$

Ζήτημα 2^ο

α) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής και περιττή στο $[-\alpha, \alpha]$, να δείξετε ότι

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$$

β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\eta\mu x}{e^{-x^2}} dx$$