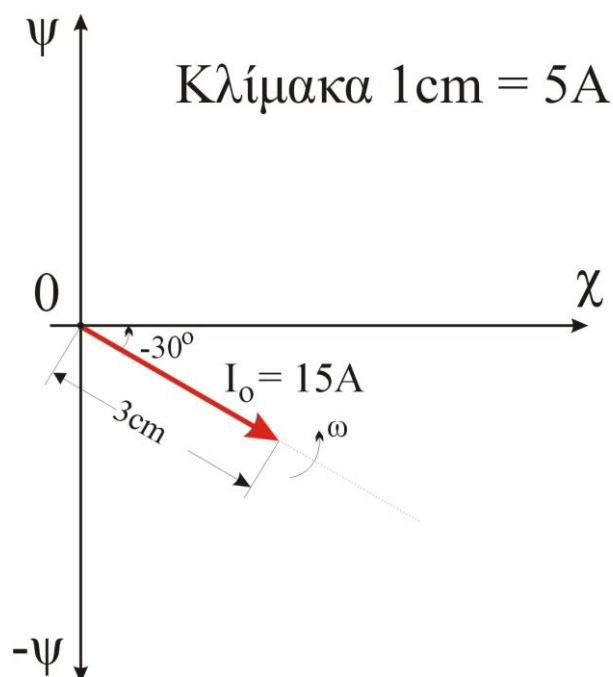


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να παρασταθεί διανυσματικά το εναλλασσόμενο ρεύμα
 $i = 15\eta\mu(\omega t - 30^\circ)$

Λύση



Χαράσσουμε ένα σύστημα αξόνων $\chi\psi$ και σε γωνία -30° ως προς τον οριζόντιο άξονα φέρνουμε μια ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων. Στη συνέχεια ορίζουμε ως κλίμακα 1 Cm = 5 (A), παίρνουμε επάνω στην ευθεία ευθύγραμμο τμήμα με μήκος 3 Cm που ξεκινά από την αρχή των αξόνων, και τοποθετούμε ένα βέλος που δηλώνει τη φορά του ρεύματος.

Άσκηση 2^η

Δίνονται τα ρεύματα $i_1 = 30 \text{ ημ}(\omega t + 30^\circ) \text{ A}$ και $i_2 = 40 \text{ ημ}(\omega t + 60^\circ)$
Ζητείται 1. Η διαφορά φάσης ($\Delta\phi = ?$) και 2. Το άθροισμα $i_1 + i_2$ με τη βοήθεια των διανυσμάτων.

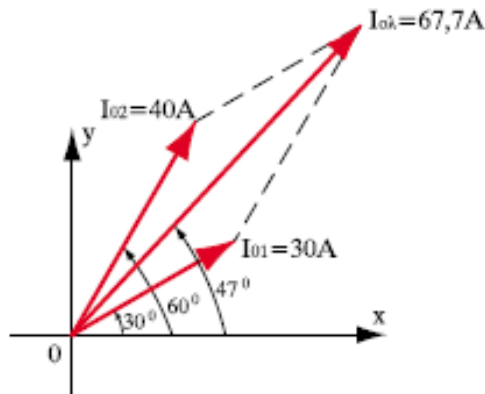
Λύση

1. Η διαφορά φάσης ($\Delta\phi$) είναι ίση με :

$$\Delta\phi = \phi_{01} - \phi_{02} = 30^\circ - (+60^\circ) = 30^\circ - 60^\circ = -30^\circ < 0$$

Αυτό σημαίνει ότι το ρεύμα i_2 προηγείται του ρεύματος i_1

Ορίζοντας ως κλίμακα $1 \text{ Cm} = 10 \text{ (A)}$ προκύπτει το παρακάτω διανυσματικό διάγραμμα.



Από το διάγραμμα αυτό με την μέθοδο του παραλληλόγραμμου προκύπτει ότι το ζητούμενο άθροισμα $i_1 + i_2$ έχει πλάτος ή ενεργό τιμή $66,7 \text{ (A)}$ και σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα γωνία 47° .

Επομένως το ζητούμενο άθροισμα είναι : $i_1 + i_2 = 67,7 \text{ ημ}(\omega t + 47^\circ)$.

Παρατηρούμε ότι, όταν προσθέσουμε ρεύματα με διαφορά φάσης, το άθροισμα έχει πλάτος μικρότερο από το άθροισμα $i_1 + i_2 = 70 \text{ (A)}$.

Άσκηση 3^η

Να βρεθεί η διαφορά φάσης ($\Delta\varphi = ?$) μεταξύ των εναλλασσομένων ρευμάτων $i_1 = 25 \text{ ημ}(314t - 30^\circ)$ $i_2 = 15 \text{ ημ}(314t + 45^\circ)$. Ποιο ρεύμα προπορεύεται ;

Λύση

Η διαφορά φάσης ($\Delta\varphi$) είναι ίση με :

$$\Delta\varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02} = -30^\circ - (+45^\circ) = -30^\circ - 45^\circ = -75^\circ < 0$$

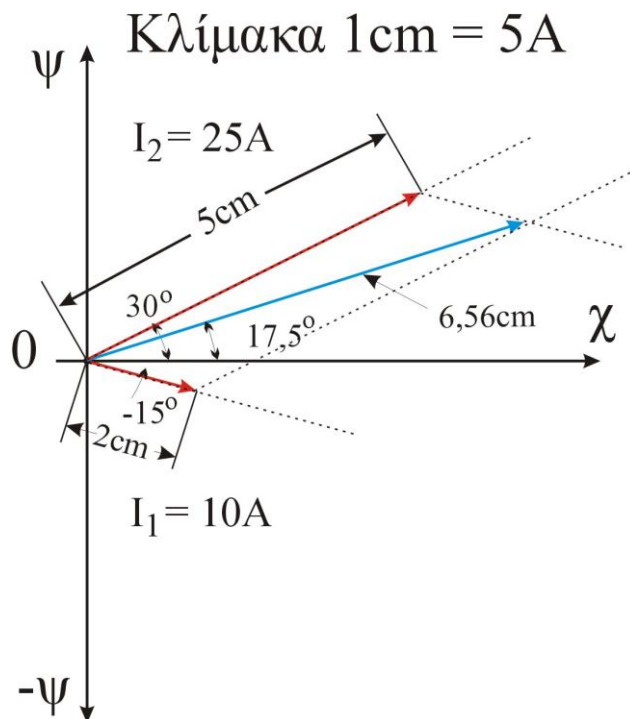
Αυτό σημαίνει ότι το ρεύμα i_2 προπορεύεται του ρεύματος i_1

Άσκηση 4^η

Δίνονται τα ρεύματα $i_1 = 10 \text{ ημ}(314t - 15^\circ)$ A και $i_2 = 25 \text{ ημ}(314t + 30^\circ)$ A Ζητείται το άθροισμα $i_1 + i_2$.

Λύση

Ορίζοντας ως κλίμακα $1 \text{ cm} = 5 \text{ (A)}$ προκύπτει το παρακάτω διανυσματικό διάγραμμα.



Από το διάγραμμα αυτό με την μέθοδο του παραλληλόγραμμου προκύπτει ότι το ζητούμενο άθροισμα i_1+i_2 έχει πλάτος ή ενεργό τιμή 32,8 (A) και σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα γωνία $17,5^\circ$.

Επομένως, το ζητούμενο άθροισμα είναι : $i_1 + i_2 = 32,7 \text{ ημ}(314t + 17,5^\circ)$. Παρατηρούμε ότι, όταν προσθέσουμε ρεύματα με διαφορά φάσης, το άθροισμα έχει πλάτος μικρότερο από το άθροισμα $i_1 + i_2 = 35$ (A).

Άσκηση 4^η

Δίνεται τα εναλλασσόμενα ρεύματα $i_1 = 30 \text{ ημ}(314t + 15^\circ)$ A και $i_2 = 20 \text{ ημ}(314t + 45^\circ)$ A. Ζητείται το ρεύμα $i_1 - i_2 =$;

Λύση

Η άσκηση αυτή λύνεται βάσει των τύπων :

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta$$

και

$$\eta\mu(\alpha - \beta) = \eta\mu\alpha \cdot \sin\beta - \eta\mu\beta \cdot \sin\alpha$$

Πρώτα αναλύουμε το ρεύμα i_1

$$\begin{aligned} i_1 &= 30 \cdot \eta\mu(314t + 15^\circ) = 30 \cdot (\eta\mu 314t \cdot \sin 15^\circ + \sin 314t \cdot \eta\mu 15^\circ) = \\ &= 30 \cdot \eta\mu 314t \cdot \sin(45^\circ - 30^\circ) + 30 \cdot \sin 314t \cdot \eta\mu(45^\circ - 30^\circ) = \\ &= 30 \cdot \eta\mu 314t \cdot (\sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ + \eta\mu 45^\circ \cdot \eta\mu 30^\circ) + 30 \cdot \sin 314t \cdot (\eta\mu 45^\circ \cdot \sin 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \eta\mu 30^\circ) = \\ &= 30 \cdot \eta\mu 314t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 30 \cdot \eta\mu 314t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} + 30 \cdot \sin 314t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 30 \cdot \sin 314t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \\ &= 7,5 \cdot \eta\mu 314t \cdot \sqrt{6} + 7,5 \cdot \eta\mu 314t \cdot \sqrt{2} + 7,5 \cdot \sin 314t \cdot \sqrt{6} - 7,5 \cdot \sin 314t \cdot \sqrt{2} = \\ &= 7,5 \cdot 2,45 \cdot \eta\mu 314t + 7,5 \cdot 1,41 \cdot \eta\mu 314t + 7,5 \cdot 2,45 \cdot \sin 314t - 7,5 \cdot 1,41 \cdot \sin 314t = \\ &= 18,375 \eta\mu 314t + 10,575 \eta\mu 314t + 18,375 \cdot \sin 314t - 10,575 \cdot \sin 314t = \\ &= 28,95 \eta\mu 314t + 7,8 \sin 314t \end{aligned}$$

Άρα, το ρεύμα i_1 είναι ίσο με :

$$i_1 = 28,95 \eta\mu 314t + 7,8 \sin 314t$$

Αναλύουμε στη συνέχεια το ρεύμα i_2

Η άσκηση αυτή λύνεται βάσει του τύπου :

$$\eta\mu(\alpha + \beta) = \eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\beta \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\begin{aligned}i_2 &= 20\eta\mu(314t + 45^\circ) = 20 \cdot (\eta\mu 314t \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ + \eta\mu 45^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 314t) = \\&= 20 \cdot \eta\mu 314t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 20 \cdot \eta\mu 314t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \eta\mu 314t + 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 314t = \\&= 10 \cdot 1,41 \cdot \eta\mu 314t + 10 \cdot 1,41 \cdot \sigma\upsilon\nu 314t = \\&= 14,1 \cdot \eta\mu 314t + 14,1 \cdot \sigma\upsilon\nu 314t\end{aligned}$$

Άρα το ρεύμα i_2 είναι ίσο με :

$$i_2 = 14,1 \cdot \eta\mu 314t + 14,1 \cdot \sigma\upsilon\nu 314t$$

Η διαφορά $i_1 - i_2$ των ρευμάτων είναι ίση με :

$$\begin{aligned}i_1 - i_2 &= 28,95\eta\mu 314t + 7,8\sigma\upsilon\nu 314t - (14,1\eta\mu 314t + 14,1\sigma\upsilon\nu 314t) = \\&= 28,95\eta\mu 314t + 7,8\sigma\upsilon\nu 314t - 14,1\eta\mu 314t - 14,1\sigma\upsilon\nu 314t = \\&= 14,85\eta\mu 314t - 6,3\sigma\upsilon\nu 314t\end{aligned}$$

Άρα

$$i_1 - i_2 = 14,85\eta\mu 314t - 6,3\sigma\upsilon\nu 314t$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν αναλύσουμε το ρεύμα $i_1 - i_2$ του βιβλίου :

$$i_1 - i_2 = 16,1\eta\mu(314t - 23^\circ)$$

$$\begin{aligned}i_1 - i_2 &= 16,1\eta\mu(314t - 23^\circ) = 16,1(\eta\mu 314t \cdot \sigma\upsilon\nu 23^\circ - \sigma\upsilon\nu 314t \cdot \eta\mu 23^\circ) = \\&= 16,1\eta\mu 314t \cdot 0,9205 - 16,1 \cdot 0,3907 \sigma\upsilon\nu 314t = \\&= 16,1 \text{ ή } 14,82\eta\mu 314t - 6,3\sigma\upsilon\nu 314t\end{aligned}$$