ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022–2023

Μαθηματικά Γενικής Παιδείας Γ΄ τάξης Ημερησίου Γενικού Λυκείου

Το μάθημα των Μαθηματικών Γενικής Παιδείας της Γ΄ τάξης περιλαμβάνει τα Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική - Πιθανότητες). Η διδασκαλία των Στοχαστικών Μαθηματικών έχει ως στόχους αφενός τη γνωριμία των μαθητών/μαθητριών με στοιχεία απαραίτητα για την κατανόηση και την ερμηνεία καταστάσεων που συναντά ο σύγχρονος πολίτης, και αφετέρου την εμπλοκή τους με μη αιτιοκρατικούς τρόπους σκέψης για προβλήματα και καταστάσεις που εμπεριέχουν κάποιο βαθμό αβεβαιότητας. Το Πρόγραμμα Σπουδών του μαθήματος έχει δημοσιευθεί στο ΦΕΚ 3027/τ.Β/21-7-2020.

Είναι επιθυμητό η διδασκαλία του μαθήματος να γίνεται με την εμπλοκή των μαθητών/μαθητριών σε έργα και προβλήματα μέσα στην τάξη, είτε σε ομάδες εργασίας, είτε ατομικά, είτε με συζήτηση σε όλη την τάξη. Με στόχο τον περιορισμό του φόρτου εργασίας των μαθητών/μαθητριών εκτός τάξης, οι εργασίες για το σπίτι θα πρέπει να εστιάζουν στο περιεχόμενο και στους στόχους τους μαθήματος. Μια τέτοια προσέγγιση δίνει περισσότερες ευκαιρίες σε όλους τους/τις μαθητές/μαθήτριες να εμπλακούν λύνοντας προβλήματα και συζητώντας καταστάσεις και φαινόμενα. Το περιεχόμενο και η δομή του σχολικού βιβλίου υποστηρίζει μια τέτοια προσέγγιση της διδασκαλίας.

Τα προβλήματα και ερωτήματα που τίθενται στη "Διερεύνηση" προτείνεται να χρησιμοποιούνται για να εισαχθούν οι "Βασικές έννοιες – Ιδέες – Διεργασίες" μέσα από τις δραστηριότητες των μαθητών/μαθητριών στην τάξη. Τα προβλήματα της "Διερεύνησης" έχουν διαμορφωθεί για τη συζήτηση στην τάξη, με τον/την εκπαιδευτικό να αναλαμβάνει περισσότερο να διευκολύνει τη συζήτηση παρά να "παραδώσει τη νέα θεωρία". Παρόλα αυτά σε κάποιες περιπτώσεις απαιτείται ο/η εκπαιδευτικός να αναλάβει περισσότερο καθοδηγητικό ρόλο (πχ. για να περιγράψει το θηκόγραμμα στην παράγραφο 2.3).

Οι ασκήσεις που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο προτείνεται να αποτελέσουν αντικείμενο διαπραγμάτευσης στην τάξη. Το "Πρόσθετο Υλικό" μπορεί να αξιοποιηθεί είτε ως επιπλέον ασκήσεις, είτε για την εκπόνηση κάποιας συλλογικής εργασίας. Σε κάποιες περιπτώσεις, στο Πρόσθετο Υλικό συμπεριλαμβάνονται ασκήσεις και υλικό που υπάρχει σε άλλα σχολικά βιβλία που μπορούν να βρεθούν και στο διαδίκτυο (http://ebooks.edu.gr/new/allcourses.php).

Επειδή δίνεται έμφαση στην κατανόηση, στην αξιοποίηση των εργαλείων της στατιστικής και των πιθανοτήτων και στην κριτική ερμηνεία των πιθανών συμπερασμάτων, η απομνημόνευση τύπων δεν είναι στόχος του μαθήματος.

Έτσι, στο τέλος των οδηγιών παρέχεται ένα τυπολόγιο το οποίο θα δίνεται στους/στις μαθητές/μαθήτριες κατά την γραπτή εξέτασή τους.

Κεφάλαιο 1. Πιθανότητες (προτείνεται να διατεθούν 15 ώρες)

§ 1.1 Πειράματα τύχης, δειγματικός χώρος και ενδεχόμενα (προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες)

Η αβεβαιότητα που είναι εγγενής στα πειράματα τύχης, σε αντίθεση με τα αιτιοκρατικά πειράματα, είναι μια σημαντική και νέα ιδέα για τους/τις μαθητές/μαθήτριες. Από την καθημερινή ζωή και από παιχνίδια που η έκβασή τους είναι αβέβαιη, οι μαθητές/μαθήτριες αναμένεται να έχουν εμπειρίες που θα τους επιτρέψουν να έχουν μια διαισθητική προσέγγιση του μη αιτιοκρατικού πειράματος και της έννοιας της πιθανότητας. Η μετατροπή αυτών των διαισθητικών προσεγγίσεων σε μαθηματικές έννοιες και σχέσεις απαιτεί τη διερεύνηση των βασικών εννοιών και πράξεων των ενδεχομένων (ως συνόλων). Η υποστήριξη με παραδείγματα και με διαγράμματα Venn μπορεί να συμβάλλει στη σύνδεση των εννοιών με τη διαίσθηση. Εργαλεία, όπως το δενδροδιάγραμμα και ο πίνακας διπλής εισόδου, βοηθούν στη μοντελοποίηση ενός πειράματος τύχης και στην κατασκευή του δειγματικού χώρου. Σημαντική για την κατανόηση και την επίλυση προβλημάτων είναι, επίσης, η μετάφραση των ενδεχομένων και των μεταξύ τους σχέσεων από τη φυσική γλώσσα στη γλώσσα των συνόλων και αντίστροφα.

§ 1.2 Πιθανότητες: Ορισμοί και Εφαρμογές (προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες)

Ο κλασικός ορισμός της πιθανότητας προτείνεται να είναι η κατάληξη μιας διαισθητικής προσέγγισης του μέτρου βεβαιότητας για ενδεχόμενα που είναι ισοπίθανα. Οι μαθητές/μαθήτριες, από την καθημερινή τους εμπειρία, αναμένεται να μπορούν να απαντήσουν πόσο πιθανό είναι να έρθει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα όταν ρίχνουμε ένα ζάρι ή όταν "στρίβουμε" ένα κέρμα. Αυτή η εμπειρία μπορεί να αξιοποιηθεί για να οδηγηθούν στον κλασικό ορισμό και στις άμεσες συνέπειές του. Ο αξιωματικός ορισμός είναι πιο αφηρημένος και γενικός και αναφέρεται και στην περίπτωση που τα ενδεχόμενα δεν είναι ισοπίθανα. Η ανάγκη ύπαρξης του αξιωματικού ορισμού μπορεί να προκύψει από πειράματα τύχης στα οποία τα ενδεχόμενα δεν είναι ισοπίθανα, όπως το "Παιχνίδι 3" της "Διερεύνησης" του βιβλίου, και από την ανάγκη μοντελοποίησης πολύπλοκων φαινομένων ως πειραμάτων τύχης. Σε αυτά αναδεικνύεται η ανάγκη να αποδοθεί πιθανότητα σε ενδεχόμενα, ώστε να απαντώνται ερωτήματα όπως «τι αναμένουμε ως πιθανότερο να συμβεί και πόσο;». Η σύγκριση και η συσχέτιση του κλασικού με τον αξιωματικό ορισμό είναι σημαντικό να γίνει, αναδεικνύοντας το διαφορετικό πλαίσιο στο οποίο μπορεί να εφαρμοστεί ο καθένας (περιπτώσεις ισοπίθανων και μη ισοπίθανων ενδεχομένων).

§ 1.3 Πιθανότητες και πράξεις με ενδεχόμενα (προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες)

Οι κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων εισάγονται για πρώτη φορά και είναι σημαντικό να συνδέονται με τη διαίσθηση των μαθητών/μαθητριών αφενός μέσα από οικείες καταστάσεις και προβλήματα (όπως εκείνο της "Διερεύνησης") και αφετέρου μέσω των διαγραμμάτων Venn. Ο αποδείξεις συνδέουν ορισμούς και νόμους σε μια συνεκτική δομή. Οι ασκήσεις μπορούν να αναδεικνύουν την αξία των κανόνων, εφόσον περιγράφουν προβλήματα και καταστάσεις που προέρχονται από την καθημερινή ζωή και εμπειρία και από άλλες επιστήμες. Έτσι, δεν προτείνονται ασκήσεις που απαιτούν πολύπλοκους αλγεβρικούς χειρισμούς χωρίς νόημα για τη λύση και τη διερεύνηση προβλημάτων.

§ 1.4 Συνδυαστική και Πιθανότητες (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)

Στα στοιχεία Συνδυαστικής αναφέρονται οι βασικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την επίλυση προβλημάτων στα οποία τίθεται το ερώτημα "πόσα " ή με "πόσους τρόπους" και η απάντηση δεν μπορεί να δοθεί εύκολα με καταμέτρηση. Το σημαντικότερο εργαλείο για τη λύση των προβλημάτων είναι η βασική αρχή απαρίθμησης, της οποίας άμεση εφαρμογή είναι ο υπολογισμός του πλήθους των συνδυασμών, των διατάξεων και των μεταθέσεων. Για αυτό είναι σημαντικό οι μαθητές/μαθήτριες να γνωρίζουν πώς αυτοί τύποι προκύπτουν από τη βασική αρχή απαρίθμησης, χωρίς να είναι απαραίτητη η απομνημόνευσή τους.

Κεφάλαιο 2. Στατιστική (προτείνεται να διατεθούν 32 ώρες)

§ 2.1 Πληθυσμός - Δείγμα - Μεταβλητές (προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες)

Η διδασκαλία της παραγράφου έχει ως στόχο την εισαγωγή των βασικών εννοιών της Στατιστικής ως επιστήμης που ασχολείται με τη συλλογή δεδομένων, την παρουσίασή τους και την ανάλυση και εξαγωγή συμπερασμάτων. Η ύπαρξη μεγάλου όγκου δεδομένων και η αβεβαιότητα είναι δύο σημαντικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων και των ερευνών της Στατιστικής.

Μέσα από παραδείγματα οι μαθητές/μαθήτριες αναμένεται να κατανοήσουν τη διάκριση μεταξύ πληθυσμού (απογραφή) και δείγματος (δειγματοληψία), μεταξύ μεταβλητής και τιμών της, μεταξύ ποιοτικής και ποσοτικής μεταβλητής, κ.λπ..

Ιδιαίτερα σε σχέση με την περίπτωση της δειγματοληψίας, συζητώντας ιστορικά παραδείγματα, θα πρέπει να επισημανθεί ότι το τυχαίο και αντιπροσωπευτικό δείγμα παίζει σημαντικό ρόλο στην ποιότητα της έρευνας και την άντληση συμπερασμάτων.

§ 2.2 Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων (προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες)

Οι μαθητές/μαθήτριες θα πρέπει να μπορούν να κατασκευάζουν πίνακες συχνοτήτων και διαγράμματα, να μπορούν να τα "διαβάζουν" (όταν αυτά δίνονται) και να μπορούν να "μεταφράζουν" πίνακες σε διαγράμματα (ή κάποια μορφή διαγράμματος σε άλλη) και αντιστρόφως. Η χρήση ψηφιακών εργαλείων (π.χ. λογιστικό φύλλο) μπορεί να υποστηρίξει αυτή τη μετάφραση και γενικότερα την κατανόηση των στατιστικών εννοιών. Είναι σημαντικό οι μαθητές/μαθήτριες να διαπραγματευθούν δεδομένα με διαφορετικά χαρακτηριστικά: τιμές ποσοτικής αλλά και ποιοτικής μεταβλητής, μικρά αλλά και μεγάλα σύνολα δεδομένων, δεδομένα που χρειάζεται να ομαδοποιηθούν κλπ. Για λόγους συντομίας κατά την εργασία των μαθητών/μαθητριών στην τάξη, θα μπορούσαν να χρησιμοποιούνται αριθμομηχανές ή/και φωτοτυπίες.

Μία επιπλέον επιδίωξη είναι η καλλιέργεια της κριτικής ικανότητας των μαθητών/μαθητριών για τον κίνδυνο παρερμηνείας που υπάρχει από την ανάγνωση ενός στατιστικού διαγράμματος αλλά και από παραπλανητικούς τρόπους παρουσίασης στατιστικών δεδομένων.

Στην περίπτωση ομαδοποιημένων παρατηρήσεων ο αριθμός των κλάσεων θα πρέπει να δίνεται στους/στις μαθητές/μαθήτριες.

§ 2.3 Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας, θηκόγραμμα, συντελεστής μεταβλητότητας (προτείνεται να διατεθούν 7 ώρες)

Η διδασκαλία της παραγράφου εστιάζει στις έννοιες των συγκεκριμένων μέτρων θέσης (μέση τιμή, διάμεσος, τεταρτημόρια, επικρατούσα τιμή) και διασποράς (εύρος, ενδοτεταρτημοριακό εύρος, διακύμανση και τυπική απόκλιση). Χρειάζεται να γίνει συζήτηση για την επιλογή του μέτρου θέσης και του μέτρου διασποράς με τα οποία θα παρουσιαστούν συνοπτικά κάποια δεδομένα. Διαφορετικά μέτρα έχουν διαφορετικά πλεονεκτήματα. Για παράδειγμα, συγκρίνοντας τα μέτρα θέσης, κάποια σημαντικά πλεονεκτήματα της μέσης τιμής είναι ότι για τον υπολογισμό της χρησιμοποιούνται όλες οι τιμές και ότι έχει μεγάλη εφαρμογή σε περαιτέρω στατιστική ανάλυση. Πλεονεκτήματα της διαμέσου είναι ότι δεν επηρεάζεται από το μέγεθος των ακραίων τιμών και ότι ο υπολογισμός της είναι απλός. Ενώ για την επικρατούσα τιμή ένα σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι εφαρμόζεται και σε ποιοτικά δεδομένα.

Η σύγκριση δύο ομάδων δεδομένων μπορεί να στηρίζεται στα μέτρα θέσης και διασποράς, αλλά χρειάζεται κάθε φορά να λαμβάνεται υπόψη το πλαίσιο των δεδομένων, από τα οποία προέκυψαν τα μέτρα. Για παράδειγμα, μέτρα θέσης και διασποράς για δεδομένα βαθμών που βρίσκονται στην κλίμακα 0 – 20

αναμένεται να είναι διαφορετικά από τα αντίστοιχα μέτρα για δεδομένα βαθμών στην κλίμακα 0 – 100, ακόμα κι αν τα δεδομένα είναι τα ίδια και έχει γίνει αναγωγή από τη μία κλίμακα στην άλλη.
Το θηκόγραμμα είναι μια μορφή αναπαράστασης των δεδομένων που εμπεριέχει τα περισσότερα από τα μέτρα θέσης και διασποράς και για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται ευρέως στην παρουσίαση δεδομένων αλλά και στη σύγκριση διαφορετικών ομάδων δεδομένων. Η κατασκευή και η ερμηνεία θηκογραμμάτων είναι σημαντικά στοιχεία της διδασκαλίας της ενότητας.
Δίνοντας έμφαση στις έννοιες των μέτρων θέσης και διασποράς προτείνεται να μην ζητείται από τους/τις μαθητές/μαθήτριες η απομνημόνευση τύπων αλλά η επιλογή κατάλληλων μέτρων, η ερμηνεία και η κριτική προσέγγιση ερμηνειών.
Τέλος, μέσω διαφορετικών δειγμάτων του ίδιου πληθυσμού είναι σημαντικό να γίνει διάκριση μεταξύ του δειγματικού μέσου και του μέσου του πληθυσμού. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι τον μέσο ενός δείγματος μπορούμε να τον υπολογίσουμε ενώ τον μέσο του πληθυσμού μπορούμε, μέσω του δείγματος, μόνο να τον εκτιμήσουμε. Το ίδιο ισχύει και για οποιαδήποτε άλλη δειγματική ποσότητα σε σχέση με την αντίστοιχη πληθυσμιακή (π.χ. τυπική απόκλιση).

§ 2.4 Κανονική κατανομή και εφαρμογές (προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες)
Με την κανονική κατανομή μοντελοποιούνται διαδικασίες και φαινόμενα, αρκετά από τα οποία επηρεάζουν την καθημερινότητα του πολίτη. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι με αυτό το μοντέλο μπορούμε να περιγράψουμε πώς κατανέμονται σε έναν ιδεατό, άπειρο πληθυσμό οι τιμές ορισμένων μεταβλητών. Στην πράξη, μπορούμε να χρησιμοποιούμε την κανονική κατανομή για να αντλούμε συμπεράσματα με κάποιο βαθμό βεβαιότητας για μεγάλα δείγματα (για παράδειγμα, ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «η τιμή της μεταβλητής είναι στο διάστημα (μ-σ , μ+σ)» ισούται κατά προσέγγιση με 0,68 ή 68%).

§ 2.5 Πίνακες συνάφειας και ραβδογράμματα (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)
Η πιθανή σύνδεση δύο ποιοτικών χαρακτηριστικών μελετάται με χρήση των πινάκων συνάφειας. Η ερμηνεία των πινάκων συνάφειας και των σχέσεων των δύο χαρακτηριστικών δεν μπορεί από μόνη της να οδηγεί σε σχέση αιτίου – αιτιατού, αν και μια τέτοια σχέση μπορεί να υπάρχει σε κάποιες περιπτώσεις. Τόσο τα ομαδοποιημένα, όσο και τα στοιβαγμένα ραβδογράμματα μπορούν να αξιοποιηθούν στην ανάδειξη και ερμηνεία συνδέσεων μεταξύ των χαρακτηριστικών.

§ 2.6 Σύγκριση ποσοτικών χαρακτηριστικών στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)
Τα ποσοτικά χαρακτηριστικά που συνδέονται είτε με δύο δείγματα (πχ. εφαρμογή 1), είτε με δύο κατηγορικές μεταβλητές (πχ. εφαρμογή 3) μπορούν να

μελετηθούν αξιοποιώντας τα αντίστοιχα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας και σχετικές αναπαραστάσεις (θηκογράμματα, άλλα γραφήματα, πίνακες). Σε κάθε περίπτωση, η έμφαση είναι στις ερμηνείες και στις συνδέσεις, οι οποίες και εδώ δεν εκφράζουν πάντα σχέσεις αιτίου – αιτιατού.

§ 2.7 Γραμμική συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών και διαγράμματα διασποράς (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)

Σε αρκετές περιπτώσεις, η συσχέτιση δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών μπορεί να μελετηθεί μέσα από ένα διάγραμμα διασποράς. Η μελέτη που γίνεται σε αυτή την ενότητα αναφέρεται μόνο σε πιθανή γραμμική συσχέτιση. Η μη ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης δεν σημαίνει ανυπαρξία συσχέτισης γενικώς (π.χ. θα μπορούσε να υπάρχει εκθετική ή τετραγωνική συσχέτιση).

Η γραμμική συσχέτιση μπορεί να φαίνεται από το διάγραμμα διασποράς, ή από τον συντελεστή Pearson. Ο τύπος για τον συντελεστή Pearson δίνεται για λόγους πληρότητας και δεν ζητείται η απομνημόνευσή του από τους/τις μαθητές/μαθήτριες. Η τιμή του συντελεστή r μπορεί να δίνεται έτοιμη, ή να υπολογίζεται μέσω λογισμικού, ή, σε κάποιες περιπτώσεις, ακόμη και να υπολογίζεται με χρήση αριθμομηχανής. Είναι σημαντική η σύνδεση της τιμής του r με τη μορφή του διαγράμματος διασποράς και η ανάπτυξη της ικανότητας οι μαθητές να κάνουν τέτοιες ερμηνείες.

Και πάλι, κρίνεται απαραίτητο να μην ερμηνευθεί η ύπαρξη συσχέτισης με όρους αιτίου – αιτιατού, εφόσον μπορεί να υπάρχει κάποιος τρίτος (συγχυτικός) παράγοντας.

Εφόσον φαίνεται να υπάρχει γραμμική συσχέτιση, είναι πιθανώς ενδιαφέρουσα η δημιουργία μιας ευθείας που μοντελοποιεί αυτή τη συσχέτιση. Αυτό συνδέεται κυρίως με την πραγματοποίηση προβλέψεων, οι οποίες μπορεί να γίνουν κάτω από κάποιες προϋποθέσεις. Οι στόχοι του παρόντος μαθήματος περιορίζουν τα μοντέλα γραμμικής συσχέτισης μόνο στην ευθεία που κατασκευάζεται με το μάτι και όχι σε περισσότερο πολύπλοκα.

Μαθηματικά Γενικής Παιδείας Γ΄ τάξης Εσπερινού Γενικού Λυκείου

Οι οδηγίες διδασκαλίας για τα Μαθηματικά της Γ΄ τάξης του Εσπερινού Γενικού Λυκείου ταυτίζονται με εκείνες για του Ημερησίου, με την απαραίτητη τροποποίηση των διατιθέμενων ωρών διδασκαλίας. Πιο συγκεκριμένα, οι ενδεικτικές ώρες διδασκαλίας κάθε παραγράφου προσαρμόζονται περίπου στο μισό των αντίστοιχων του Ημερήσιου Γενικού Λυκείου. Για αυτόν τον σκοπό, η διδασκαλία θα πρέπει να εστιάζει στη συζήτηση των βασικών προβλημάτων (Διερεύνηση) και της θεωρίας. Αν υπάρχει διαθέσιμος χρόνος, ο/η διδάσκων/διδάσκουσα θα επιλέξει τις επιπλέον εφαρμογές και ασκήσεις που θα συζητηθούν στην τάξη με κριτήριο τις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των μαθητών/μαθητριών.

ΒΑΣΙΚΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

(δίνεται στους/στις μαθητές/μαθήτριες κατά τη γραπτή εξέταση)

Πιθανότητες:

- $P(\Omega)=1$, $P(\varnothing)=0$, $0 \le P(A) \le 1$,
- Αν $A \cap B = \varnothing$, τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

  Κανόνες λογισμού πιθανοτήτων:

  $P(A') = 1 - P(A)$,

  $P(A) = P(A \cap B) + P(A - B)$,

  Αν $B \subseteq A$ τότε $P(B) \le P(A)$,

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- Συνδυαστική:

  Διατάξεις των ν ανά κ με επαναλήψεις: ν^{κ}

  Διατάξεις των ν ανά κ χωρίς επαναλήψεις:

  $(\nu)_{\kappa} = \nu \cdot (\nu - 1) \cdot \ldots \cdot (\nu - \kappa + 1) = \dfrac{\nu!}{(\nu-\kappa)!}$

  Μεταθέσεις των ν στοιχείων : $\nu \cdot (\nu - 1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = \nu!$

  Συνδυασμοί των ν ανά κ: $\dbinom{\nu}{\kappa} = \dfrac{\nu!}{\kappa!(\nu-\kappa)!}$

Στατιστική:

- Μέση τιμή $\bar{x} = \dfrac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_\nu}{\nu}$ ή $\bar{x} = \dfrac{x_1 \cdot \nu_1 + x_2 \cdot \nu_2 + \cdots + x_\kappa \cdot \nu_\kappa}{\nu}$
- Ενδοτεταρτημοριακό εύρος: $Q = Q_3 - Q_1$
- Ακραίες οι τιμές που βρίσκονται έξω από το διάστημα $[Q_1 - 1{,}5 \cdot Q \ , \ Q_3 + 1{,}5 \cdot Q]$
- Διακύμανση: $s^2 = \dfrac{(t_1 - \bar{x})^2 + (t_2 - \bar{x})^2 + (t_3 - \bar{x})^2 + \cdots + (t_\nu - \bar{x})^2}{\nu}$

  ή $s^2 = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot \nu_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot \nu_2 + \cdots + (x_\kappa - \bar{x})^2 \cdot \nu_\kappa}{\nu}$

- Τυπική απόκλιση $s = \sqrt{s^2}$

- Συντελεστής μεταβλητότητας $CV = \frac{s}{|\bar{x}|}$
- Κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και διασπορά σ (του πληθυσμού):

στο διάστημα	εκτιμούμε ότι βρίσκεται περίπου το
$(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$	68% των ατόμων του πληθυσμού
$(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$	95% των ατόμων του πληθυσμού
$(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$	99,7% των ατόμων του πληθυσμού

- Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης Pearson: $r = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i y_i - \nu \bar{x}\bar{y}}{\nu s_X s_Y}$