

## ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022–2023

Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ..

Στην αρχή της σχολικής χρονιάς είναι σκόπιμο να γίνει, για δύο (2) διδακτικές ώρες, μια αναφορά σε στοιχεία από τη Γεωμετρία της Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου και της Α΄ Λυκείου που θα χρησιμοποιηθούν στην Β΄ Λυκείου, όπως είναι η ισότητα τριγώνων, το άθροισμα γωνιών πολυγώνων, οι έννοιες και ιδιότητες των παραλληλογράμμων, οι σχέσεις μεταξύ τόξου και αντίστοιχης επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας, εφόσον αυτά θα χρησιμοποιηθούν αρκετές φορές (στην ομοιότητα τριγώνων, στο Πυθαγόρειο θεώρημα, στα κανονικά πολύγωνα και στη μέτρηση κύκλου).

### ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ Τάξης ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΛ

#### **Κεφάλαιο 7<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).**

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται πρώτη φορά λόγος για σύμμετρα και ασύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα. Η έννοια της ασυμμετρίας μπορεί να βοηθήσει σημαντικά τους μαθητές να ξεκαθαρίσουν την έννοια του αρρήτου αριθμού. Για την κατανόηση της έννοιας του λόγου μεγεθών, προτείνεται να αξιοποιηθούν παραδείγματα στα οποία ζεύγη ευθυγράμμων τμημάτων διαφορετικών μηκών έχουν τον ίδιο λόγο. Επίσης, προτείνεται να γίνει σύντομη αναφορά στις ιδιότητες των αναλογιών.

Στο κεφάλαιο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στο Θεώρημα του Θαλή. Επιδιώκεται οι μαθητές/-ήτριες να μπορούν να εφαρμόζουν το Θεώρημα του Θαλή, σε δοσμένα σχήματα, ή σε σχήματα που χρειάζεται να σχεδιαστούν βοηθητικές ευθείες. Να αναδειχθούν οι εφαρμογές του Θεωρήματος σε τρίγωνα και τραπέζια. Αν το επιτρέπει ο διαθέσιμος χρόνος,

να γίνει απόδειξη του Θεωρήματος του Θαλή, για συγκεκριμένο λόγο (π.χ.  $\frac{3}{4}$ ) και να αναφερθεί ότι γενικεύεται σε οποιοσδήποτε ρητούς.

Προτείνεται να γίνει το πρόβλημα 1 της παραγράφου 7.7 (**κατασκευή 4<sup>ης</sup> αναλόγου**) και να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης 1-3 και στις ασκήσεις εμπέδωσης 3-7 της ως άνω παραγράφου.

**Στο Κεφάλαιο 7 δεν θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.**

#### **Κεφάλαιο 8<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες).**

Να δοθεί έμφαση στα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων. Επιδιώκεται να κατανοήσουν οι μαθητές/-ήτριες τη λειτουργία των κριτηρίων ομοιότητας που, όπως και τα κριτήρια ισότητας,

με λιγότερες προϋποθέσεις από τον ορισμό, μας επιτρέπουν να αποφανθούμε για την ομοιότητα δύο τριγώνων. Ωστόσο, χρειάζεται να αναδειχθούν οι διαφορές μεταξύ ομοιότητας και ισότητας τριγώνων.

Η αξιοποίηση της ομοιότητας στον υπολογισμό μηκών είναι σημαντικό να συνδεθεί με προβλήματα, όπως οι ασκήσεις εμπέδωσης 3 και 4 της §8.2.

Η εφαρμογή 4 της παραγράφου 8.2 θα χρειαστεί στη συνέχεια για να αποδειχθεί τύπος (iii) της παραγράφου 10.4, για το εμβαδόν τριγώνου. Με αφορμή αυτή την εφαρμογή είναι σκόπιμο να ξαναγίνει μια συζήτηση για τις σχέσεις τόξων, επίκεντρων και εγγεγραμμένων γωνιών και των σχετικών πορισμάτων (π.χ. ότι η εγγεγραμμένη γωνία σε ημικύκλιο είναι ορθή).

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρές  $AB = 2$ ,  $A\Gamma = 4$  και τη γωνία  $\hat{A} = 60^\circ$ . Να κατασκευάσετε τρίγωνα όμοια προς το  $AB\Gamma$  με λόγο ομοιότητας  $1, 2$  και  $\frac{1}{2}$ .

**Στο Κεφάλαιο 8 δεν θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.**

**Κεφάλαιο 9<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)**

**§9.1-9.3 (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες)**

Στόχοι της διδασκαλίας είναι οι μαθητές/-ήτριες:

- ✓ Να μπορούν να σχεδιάζουν ορθές προβολές και να αναγνωρίζουν ευθύγραμμα τμήματα ως προβολές άλλων ευθυγράμμων τμημάτων.
- ✓ Να ερμηνεύουν τις μετρικές σχέσεις με προβολές της § 9.2 ως αποτέλεσμα ομοιότητας τριγώνων και να τις χρησιμοποιούν σε επίλυση προβλημάτων.
- ✓ Να εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του στην επίλυση προβλημάτων.

Στις παραγράφους αυτές η συνεχής και αποκλειστική ενασχόληση με ασκήσεις αλγεβρικού χαρακτήρα δε συνεισφέρει στην κατανόηση της Γεωμετρίας.

- Το σχόλιο της εφαρμογής 1 της §9.2 μπορεί να αξιοποιηθεί ως σύνδεση με την επόμενη παράγραφο.
- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

Στην παράγραφο 9.3 είναι σκόπιμο να διατεθεί χρόνος ώστε να σχολιαστεί το ιστορικό σημείωμα για την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών και να γίνουν και οι τρεις κατασκευές (υποτείνουσα και κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου, μέση ανάλογος, άρρητα πολλαπλάσια ευθύγραμμου τμήματος που δίνουν και τον τρόπο κατασκευής ευθυγράμμων τμημάτων με μήκος τετραγωνική ρίζα φυσικού – αφορμή για μία σύντομη συζήτηση για τη δυνατότητα κατασκευής ή μη των αρρήτων).

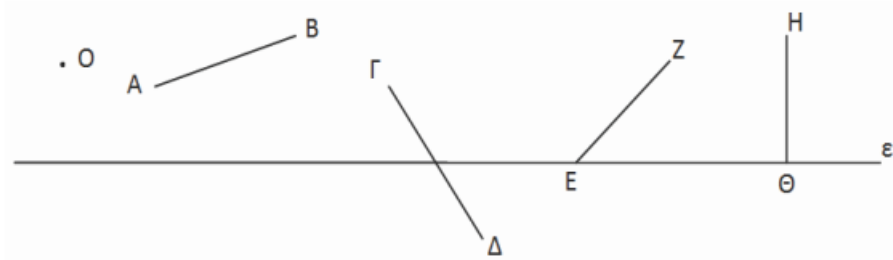
Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Να κατασκευάσετε ορθές προβολές

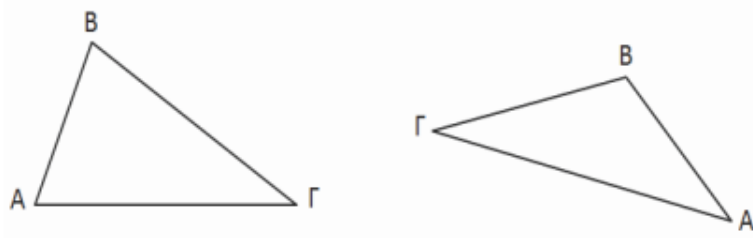
α) του  $O$ , των ευθυγράμμων τμημάτων  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  και  $H\Theta$  στην ευθεία  $\epsilon$  και

β) της  $AB$  πάνω στην  $B\Gamma$

στα δύο παρακάτω σχήματα.



(α)

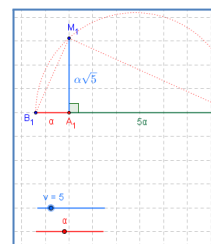


(β)

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Το πρόβλημα 3 προτείνεται να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με το μικροπείραμα «Κατασκευή ασύμμετρων τμημάτων (Η σπείρα του Κυρηναίου)» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την γεωμετρική κατασκευή ασύμμετρων ευθυγράμμων τμημάτων.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5636>



Ενδεικτική δραστηριότητα 3:

(α) Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη, τη μέση ανάλογο  $\beta$ , δύο ευθυγράμμων τμημάτων  $\alpha$  και  $\gamma$ .

(β) Να βρείτε τη σχέση του μήκους  $A\Delta$  του ύψους ορθογωνίου τριγώνου  $AB\Gamma$  (με  $A=90^\circ$ ) με το γεωμετρικό μέσο των μηκών  $B\Delta$  και  $\Delta\Gamma$ . Ποιο στοιχείο του τριγώνου είναι ο αριθμητικός μέσος των μηκών  $B\Delta$  και  $\Delta\Gamma$ ;

Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος είναι μεγαλύτερος ή ίσος του γεωμετρικού μέσου. Πότε ισχύει η ισότητα;

[Σχετική με τις μετρικές σχέσεις της παραγράφου 9.2]

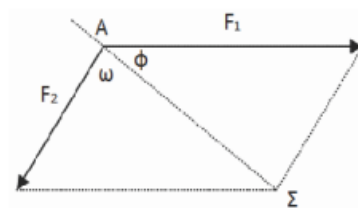
#### §9.4 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).

Στόχοι είναι οι μαθητές/-ήτριες να χρησιμοποιούν το Πυθαγόρειο και το Γενικευμένο Πυθαγόρειο Θεώρημα για να διακρίνουν αν ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο ορθογώνιο ή αμβλυγώνιο και να χρησιμοποιούν αυτά τα Θεωρήματα και τον νόμο των συνημιτόνων σε επίλυση προβλημάτων.

- Προτείνεται να μην αναλωθεί επιπλέον διδακτικός χρόνος για επίλυση ασκήσεων αλγεβρικού τύπου, όπως οι αποδεικτικές ασκήσεις 2-5.
- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα, ούτε οι γενικές ασκήσεις του Κεφαλαίου.

##### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ένα πλοίο κινείται με κατεύθυνση από το Α προς το Σ. Από τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση Α και μέχρι την ολοκλήρωση της πορείας του, ασκούνται σε αυτό πλαγιομετωπικοί άνεμοι που το ωθούν με δύναμη μέτρου  $F_1$  που σχηματίζει γωνία  $\omega$  με την επιθυμητή πορεία πλευσης. Ο καπετάνιος, προκειμένου να διατηρήσει σταθερή την πορεία, δίνει εντολή να στραφεί το πηδάλιο κατά  $\phi$  μοίρες. Αν οι προπέλες ωθούν το πλοίο με σταθερή δύναμη μέτρου  $F_1$  μπορείτε να περιγράψετε έναν τρόπο με τον οποίο μπορεί να προσδιοριστεί η γωνία  $\phi$ ;



#### Κεφάλαιο 10° (Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες).

##### §10.1-10.3 (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).

- Η έννοια του εμβαδού και οι τύποι υπολογισμού εμβαδών έχουν συζητηθεί στο Γυμνάσιο και στο Δημοτικό. Εδώ, μεταξύ άλλων, επιδιώκεται οι μαθητές/-ήτριες να έρθουν σε επαφή με τις αποδείξεις αυτών των τύπων, να μπορούν να διακρίνουν τα ισοδύναμα (ισεμβαδικά) από τα ίσα σχήματα και να υπολογίζουν εμβαδά χρησιμοποιώντας άλλα εμβαδά (ήδη γνωστά τους), κατάλληλους μετασχηματισμούς και βοηθητικές γραμμές. Προτείνεται, αν υπάρχει χρόνος, να γίνουν οι 3 εφαρμογές (με την παρατήρηση της εφαρμογής 2) και οι 2 δραστηριότητες.
- Θα μπορούσε να γίνει η απόδειξη του Πυθαγορείου θεωρήματος μέσω εμβαδών, όπως παρατίθεται στα στοιχεία του Ευκλείδη και αναφέρεται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του Κεφαλαίου.
- Προτεινόμενες ασκήσεις: Οι ερωτήσεις κατανόησης, οι ασκήσεις εμπέδωσης 3 και 6 και οι αποδεικτικές ασκήσεις 1, 4, 7 και 8.

- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

(α) Να χωρίσετε ένα τρίγωνο σε τέσσερα ίσα τρίγωνα φέρνοντας κατάλληλες ευθείες και στη συνέχεια να συγκρίνετε το εμβαδόν κάθε τριγώνου με το εμβαδόν του αρχικού.

(β) Να χωρίσετε ένα παραλληλόγραμμο σε

- δύο,
- τρία,
- τέσσερα ίσα παραλληλόγραμμα.

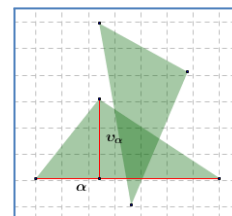
Στη συνέχεια να συγκρίνετε το εμβαδόν κάθε παραλληλογράμμου με το εμβαδόν του αρχικού παραλληλογράμμου.

(γ) Να χωρίσετε ένα τρίγωνο με ευθεία που διέρχεται από την κορυφή σε δύο τρίγωνα

με λόγο εμβαδών  $\frac{1}{3}$ .

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η ερώτηση κατανόησης 1 προτείνεται να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με το μικροπείραμα «Τύποι υπολογισμού εμβαδών» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση των τύπων των εμβαδών βασικών γεωμετρικών σχημάτων και τις αποδείξεις τους.



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5771>

**§10.4 (Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).**

Προτείνεται να γίνει απλή εφαρμογή των τύπων με στόχο οι μαθητές/-ήτριες να μπορούν να λύνουν απλά προβλήματα υπολογισμού εμβαδών, με τους τύπους αυτούς. Μία επιλογή ασκήσεων θα μπορούσε να είναι: οι ερωτήσεις κατανόησης 1 και 2, οι ασκήσεις εμπέδωσης 3 και 4 και από τις αποδεικτικές ασκήσεις οι 1, 3 και 5.

- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

**§10.5 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).**

Στόχος είναι οι μαθητές/-ήτριες να συσχετίσουν το λόγο ομοιότητας δύο σχημάτων με το λόγο των περιμέτρων τους και το λόγο των εμβαδών τους.

- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

**Κεφάλαιο 11° (Προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες).**

### §11.1-11.2 (Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).

Στόχοι είναι οι μαθητές/-ήτριες να αναγνωρίζουν τα κανονικά πολύγωνα, να διακρίνουν τη γωνία τους, από την κεντρική τους γωνία και να μπορούν να υπολογίζουν στοιχεία κανονικών πολυγώνων. Δεν κρίνεται σκόπιμο να χρησιμοποιούν έτοιμους τους τύπους του θεωρήματος I της παραγράφου 11.2.

Μπορεί να γίνει μία αναφορά στο ρόλο των κανονικών πολυγώνων στη φύση, την τέχνη και τις επιστήμες. Για παράδειγμα, θα είχε ενδιαφέρον η διερεύνηση θεμάτων σχετικών με την πλακόστρωση δαπέδου με κανονικά πολύγωνα (<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5881>).

Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ο ρόμβος και το ορθογώνιο είναι κανονικά πολύγωνα; Τι πρέπει να ισχύει για να είναι;

### §11.4, 11.5, 11.6, 11.7 (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες).

Οι παράγραφοι αυτές μπορούν να εισαγάγουν τους/τις μαθητές/-ήτριες στις άπειρες διαδικασίες με φυσιολογικό τρόπο. Για αυτό, προτείνεται να αφιερωθεί χρόνος για τη διαδικασία προσέγγισης τόσο για τον υπολογισμό του μήκους του κύκλου όσο και για τον υπολογισμό του εμβαδού του.

Στόχοι είναι οι μαθητές/-ήτριες:

- ✓ Να περιγράφουν και να ερμηνεύουν τον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζεται το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.
  - ✓ Να υπολογίζουν το μήκος τόξου και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα ως συνάρτηση της ακτίνας.
  - ✓ Να αξιοποιούν τα παραπάνω συμπεράσματα για να επιλύουν προβλήματα με μεικτόγραμμα σχήματα.
- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Να σχεδιάσετε κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα 4. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε το κανονικό εγγεγραμμένο και το κανονικό περιγεγραμμένο τετράγωνο στον κύκλο.

α) Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο τετραγώνων.

β) Τι συμπεραίνετε για το μήκος του κύκλου;

γ) Μπορείτε να βρείτε ακριβέστερο τρόπο προσέγγισης του μήκους του κύκλου; Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας με αριθμητικά αποτελέσματα.

[Σχόλιο: Αυτή η δραστηριότητα είναι εισαγωγική στην παράγραφο 11.4 και μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας. Επίσης μπορεί να επεκταθεί και στην προσέγγιση εμβαδού κύκλου με κατάλληλη τροποποίηση των ερωτημάτων.]

## **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ Τάξης ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΛ**

**Η διαχείριση της ύλης είναι αυτή που προτείνεται για την Β΄ τάξη Ημερησίου ΓΕΛ με την ακόλουθη διαφοροποίηση ως προς τις ώρες διδασκαλίας ανά κεφάλαιο.**

Για την αναφορά σε στοιχεία από τη Γεωμετρία της Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου και της Α' Λυκείου να διατεθεί 1 διδακτική ώρα

### **Κεφάλαιο 7ο**

(Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).

### **Κεφάλαιο 8ο**

(Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).

### **Κεφάλαιο 9ο**

(Προτείνεται να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

### **Κεφάλαιο 10ο**

(Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).

### **Κεφάλαιο 11ο**

(Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες).

Για την προσαρμογή της διδασκαλίας στο διατιθέμενο χρόνο, προτείνεται να δίδεται έμφαση στα βασικά παραδείγματα - εφαρμογές και στην ανάδειξη, μέσω αυτών, του περιεχομένου (εννοιών και μεθόδων) της κάθε παραγράφου.