

## ΑΝΑΛΟΓΑ & ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

Σε ένα πρόβλημα, οι έννοιες εκείνες που μπορούν να μετρηθούν και επομένως να παρασταθούν με ένα συγκεκριμένο αριθμό λέγονται **ποσά**. Στα μαθηματικά υπάρχουν ποσά **σταθερά**, δηλαδή ποσά που έχουν πάντοτε την ίδια τιμή και ποσά **μεταβλητά**, δηλαδή ποσά που μπορούν να πάρουν διάφορες τιμές.

Το πρώτο πράγμα που θα κάνουμε για να λύσουμε ένα πρόβλημα με δυο μεταβλητά ποσά είναι να διακρίνουμε ποιο είναι το είδος των ποσών (ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα).

### ΤΑ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

Δυο ποσά θα λέγονται **ανάλογα**, όταν οι τιμή του ενός προκύπτει από την τιμή του άλλου πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με τον ίδιο αριθμό.

- Με βάση τον προηγούμενο ορισμό, δυο ποσά θα είναι **ανάλογα** όταν, καθώς αυξάνεται το ένα θα αυξάνεται και το άλλο με τον ίδιο τρόπο ή όταν ελαττώνεται το ένα θα ελαττώνεται και το άλλο με τον ίδιο τρόπο.
- Στα ανάλογα ποσά ο λόγος των αντιστοίχων τιμών τους μένει σταθερός.

**Παραδείγματα αναλόγων ποσών:**

- ✓ Μήκος υφάσματος σε μέτρα - Αξία υφάσματος σε χρήματα.
- ✓ Βάρος προϊόντος - Αξία προϊόντος σε χρήματα.
- ✓ Ηλικία παιδιού - Ύψος παιδιού.
- ✓ Εργάτες - Το έργο που παράγουν.

**Η μαθηματική έκφραση δυο αναλόγων ποσών.**

Δυο **ανάλογα ποσά** μπορούν να παρασταθούν με την ισότητα δυο λόγων (με μια αναλογία δηλαδή).

### ΤΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

Δυο ποσά θα λέγονται **αντιστρόφως ανάλογα** (ή απλά **αντίστροφα**), όταν πολλαπλασιάζοντας την τιμή του ενός ποσού με έναν αριθμό, η αντίστοιχη τιμή του άλλου διαιρείται με αυτόν τον αριθμό

- Με βάση τον προηγούμενο ορισμό, δυο ποσά θα είναι **αντίστροφα** όταν, καθώς αυξάνεται το ένα θα ελαττώνεται το άλλο ή όταν ελαττώνεται το ένα θα αυξάνεται το άλλο.

- Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα με έναν σταθερό αριθμό.

### **Παραδείγματα αντιστρόφως αναλόγων ποσών:**

- ✓ Ταχύτητα τρένου - Χρόνος του ταξιδιού.
- ✓ Εργάτες - Χρόνος εκτέλεσης ενός έργου.
- ✓ Καλεσμένοι σε γενέθλια - Ποσότητα τούρτας που τρώει ο καθένας.
- ✓ Ώρες εργασίας - Ημέρες εκτέλεσης ενός έργου.

### **Η μαθηματική έκφραση αντιστρόφως αναλόγων ποσών.**

Δυο **αντιστρόφως ανάλογα ποσά** μπορούν να παρασταθούν με την **ισότητα δυο γινομένων**.

## **ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ**

Αφού είμαστε σίγουροι ποιο είναι το είδος των ποσών, στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την κατάλληλη μαθηματική μέθοδο θα μπορούμε να βρούμε τη ζητούμενη τιμή για το ένα από τα δυο ποσά.

## **Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΠΙΝΑΚΑ**

Στη μέθοδο αυτή σχηματίζουμε έναν πίνακα που θα περιλαμβάνει τα ποσά και τις αντίστοιχες τιμές τους. Σε κάθε περίπτωση αν η τιμή ενός ποσού είναι άγνωστη, τότε χρησιμοποιούμε μια μεταβλητή την παράσταση της.

### **Η μέθοδος της δημιουργίας πίνακα στα ανάλογα ποσά**

Έστω λοιπόν ότι διακρίναμε πως τα ποσά  $x$  και  $y$  είναι ποσά ανάλογα, τότε θα έχουμε τον επόμενο πίνακα:

<b>ΠΟΣΑ</b>	<b>ΤΙΜΕΣ</b>	
Ποσό $x$	$x_1$	$x_2$
Ποσό $y$	$y_1$	$y_2$

από τον οποίο παίρνουμε την ισότητα

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

Στην προηγούμενη αναλογία με  $x_1$  και  $x_2$  θα συμβολίζουμε δυο διαφορετικές τιμές του ποσού  $x$  και με  $y_1$  και  $y_2$  θα συμβολίζουμε δυο διαφορετικές τιμές του ποσού  $y$  έτσι ώστε η τιμή  $x_1$  να είναι αντίστοιχη της  $y_1$  και η τιμή  $x_2$  αντίστοιχη της  $y_2$ .

Στη συνέχεια σχηματίζουμε την εξίσωση που δημιουργείται από τα χιαστί γινόμενα των τιμών και βρίσκουμε τον άγνωστο όρο, λύνοντας την εξίσωση.

### **Η μέθοδος της δημιουργίας πίνακα στα αντίστροφα ποσά**

Έστω λοιπόν ότι διακρίναμε πως τα ποσά  $x$  και  $y$  είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα, τότε θα έχουμε τον επόμενο πίνακα:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Ποσό $x$	$x_1$	$x_2$
Ποσό $y$	$y_1$	$y_2$

από τον οποίο παίρνουμε την ισότητα  $x_1 y_1 = x_2 y_2$

Στην προηγούμενη ισότητα γινομένων με  $x_1$  και  $x_2$  θα συμβολίζουμε δυο διαφορετικές τιμές του ποσού  $x$  και με  $y_1$  και  $y_2$  θα συμβολίζουμε δυο διαφορετικές τιμές του ποσού  $y$  έτσι ώστε η τιμή  $x_1$  να είναι αντίστοιχη της  $y_1$  και η τιμή  $x_2$  αντίστοιχη της  $y_2$ .

Στη συνέχεια λύνοντας την εξίσωση που έχουμε σχηματίσει βρίσκουμε τον άγνωστο όρο.

### **Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΣΤΗ ΜΟΝΑΔΑ**

Η διαδικασία με την οποία σε ένα πρόβλημα με δυο ποσά  $x$  και  $y$  βρίσκω πρώτα την τιμή της μιας μονάδας του ενός ποσού και στη συνέχεια βρίσκω μια άγνωστη τιμή του ποσού, λέγεται **αναγωγή στη μονάδα**.

### **Η μέθοδος της αναγωγής στη μονάδα στα ανάλογα ποσά**

- ✓ Στα **ανάλογα ποσά** βρίσκω την τιμή της μονάδας κάνοντας διαίρεση (διαιρώ δυο γνωστές αντίστοιχες τιμές  $x_1$  και  $y_1$  των δυο ποσών).

Π.χ.: 8 τετράδια κοστίζουν 12€.

1 τετράδιο κοστίζει  $12 \div 8 = 1,25$ €.

3 τετράδια κοστίζουν  $1,25 \times 3 = 3,75$ €.

### **Η μέθοδος της αναγωγής στη μονάδα στα αντίστροφα ποσά**

- ✓ Στα **αντιστρόφως ανάλογα ποσά** βρίσκω την τιμή της μονάδας κάνοντας πολλαπλασιασμό (πολλαπλασιάζω δυο γνωστές αντίστοιχες τιμές  $x_1$  και  $y_1$  των δυο ποσών).

Π.χ.: 3 μαθητές τελειώνουν μια εργασία σε 8 ημέρες.

1 μαθητής τελειώνει την εργασία σε  $3 \times 8 = 24$  ημέρες.

6 μαθητές τελειώνουν την εργασία σε  $24 \div 6 = 4$  ημέρες.

## **Η ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ**

Η απλή μέθοδος των τριών είναι ένας τρόπος επίλυσης προβλημάτων με δυο ποσά, στον οποίο από τρεις γνωστές τιμές των δυο ποσών μπορούμε να βρούμε την τέταρτη (η άγνωστη τιμή).

### **Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά**

Για να βρω την άγνωστη τιμή σε προβλήματα ανάλογων ποσών με την απλή μέθοδο των τριών, ακολουθώ τα επόμενα δυο βήματα:

- ✓ Κατάταξη (βάζω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)
- ✓ Επίλυση (πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από τον άγνωστο  $X$  επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών αντεστραμμένο).

### **Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά**

Για να βρω την άγνωστη τιμή σε προβλήματα αντιστρόφως ανάλογων ποσών με την απλή μέθοδο των τριών, ακολουθώ τα επόμενα δυο βήματα:

- ✓ Κατάταξη (βάζω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)
- ✓ Επίλυση (πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από τον άγνωστο  $X$  επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών).