

## ΟΙ ΠΡΩΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΟ ΚΟΣΚΙΝΟ ΤΟΥ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ

### Οι Πρώτοι αριθμοί.

**Πρώτος**, ονομάζεται κάθε φυσικός αριθμός που έχει μόνο δύο θετικούς διαιρέτες, το 1 και τον εαυτό του. Ο αριθμός 1 δεν θεωρείται πρώτος διότι δεν έχει δυο θετικούς διαιρέτες. Έτσι πρώτοι είναι οι αριθμοί : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 27, 29, ... Παρατηρούμε ότι ο μοναδικός άρτιος πρώτος, στη σειρά που δημιουργήσαμε, είναι το 2. Όλοι οι υπόλοιποι πρώτοι αριθμοί είναι περιττοί. Ένας φυσικός αριθμός μεγαλύτερος του 1, που δεν είναι πρώτος θα λέγεται **σύνθετος**.

Για παράδειγμα, ο αριθμός 5 είναι πρώτος, επειδή μόνο οι αριθμοί 1 και 5 τον διαιρούν, ενώ ο 6 είναι σύνθετος επειδή έχει διαιρέτες τους 1, 2, 3 και 6.

### Ιδιότητες των πρώτων αριθμών

- ✓ Οι πρώτοι αριθμοί έχουν άπειρο πλήθος και η πρώτη απόδειξη οφείλεται στον Ευκλείδη.
- ✓ Αν ένας αριθμός  $n$  δεν έχει διαιρέτες μικρότερους ή ίσους από την τετραγωνική του ρίζα, τότε είναι πρώτος.
- ✓ Όλοι οι πρώτοι αριθμοί, εκτός του 2 και του 5, έχουν στο τελευταίο ψηφίο κάποιο από τα 1, 3, 7 ή 9 (διότι οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0, 2, 4, 6 και 8 είναι πολλαπλάσια του 2 ενώ οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0 ή 5 είναι πολλαπλάσια του 5).

### Το κόσκινο του Ερατοσθένη.

Στα μαθηματικά, το **Κόσκινο του Ερατοσθένη** είναι ένας απλός αλγόριθμος για την εύρεση όλων των πρώτων αριθμών μέχρι έναν συγκεκριμένο αριθμό  $n$ . Σαν αλγόριθμος είναι γρήγορος για μικρούς πρώτους (κάτω από 10 εκατομμύρια), γίνεται όμως αργός όταν το  $n$  μεγαλώνει διότι απαιτεί την εύρεση όλων των πρώτων μικρότερων του  $n$ .

Ο αλγόριθμος δημιουργήθηκε από τον Ερατοσθένη, μαθηματικό της Αρχαίας Ελλάδας. Αν και κανένα από τα μαθηματικά του έργα δεν έχει διασωθεί, το κόσκινο περιγράφεται και αποδίδεται στον Ερατοσθένη στην «Εισαγωγή στην Αριθμητική» του Νικόμαχου.

Η εύρεση όλων των πρώτων αριθμών που είναι μικρότεροι ή ίσοι από έναν αριθμό  $n$ , σύμφωνα με τη μέθοδο του Ερατοσθένη, γίνεται ως εξής:

- Δημιουργούμε μια λίστα με διαδοχικούς αριθμούς από το 2 μέχρι το  $n$ : (2, 3, 4, ...,  $n$ ). Θα βρούμε κάθε πρώτο αριθμό (έστω  $p$ ) που είναι μικρότερος ή ίσος με τον  $n$ .
- Αρχικά, έστω ότι ο  $p$  είναι ίσος με 2, τον 1ο πρώτο αριθμό.
- Διαγράφουμε από τη λίστα όλα τα πολλαπλάσια του  $p$  που είναι μικρότερα ή ίσα με τον  $n$  ( $2p$ ,  $3p$ ,  $4p$ , κτλ).
- Βρίσκουμε τον 1ο αριθμό που απομένει στη λίστα μετά τον  $p$  (αυτός ο αριθμός είναι ο επόμενος πρώτος αριθμός) και αντικαθιστούμε τον  $p$  με αυτόν τον αριθμό.
- Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 και 4 μέχρι το  $p^2$  να είναι μεγαλύτερο από  $n$ .
- Όλοι οι αριθμοί που απομένουν στη λίστα είναι πρώτοι αριθμοί.