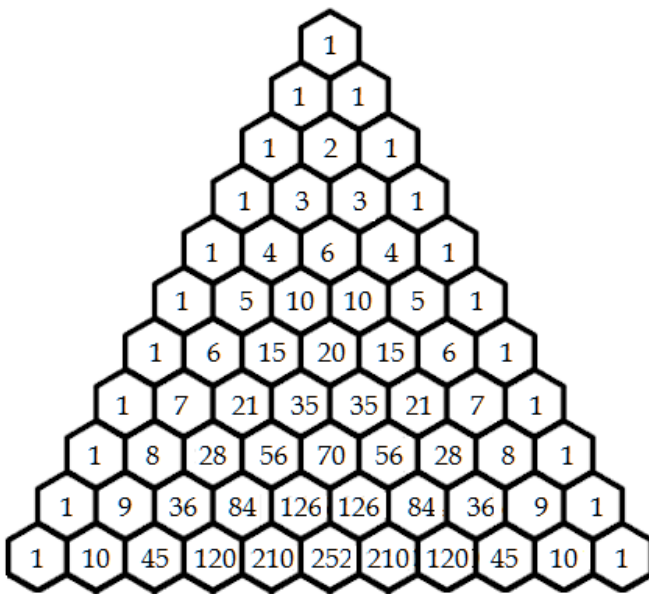


ΤΟ ΤΡΙΓΩΝΟ ΤΟΥ PASCAL

Το «Τρίγωνο του Πασκάλ» είναι μια ατελείωτη πυραμίδα αριθμών, χτισμένη από πάνω προς τα κάτω. Στην κορυφή της βρίσκεται η μονάδα, ο θεμέλιος λίθος των μαθηματικών. Οι επόμενες σειρές της πυραμίδας «χτίζονται» με έναν απλό κανόνα. Στα άκρα τοποθετούνται μονάδες και κάθε αριθμός στο εσωτερικό της γραμμής προκύπτει από το άθροισμα των δύο αριθμών που βρίσκονται από πάνω του. Μια πολύ απλή κατασκευή, η οποία όμως κρύβει μέσα της υπερβολικά πολλές αρχές των μαθηματικών.

Αυτό είναι ένα αρχικό μέρος του τριγώνου Πασκάλ:



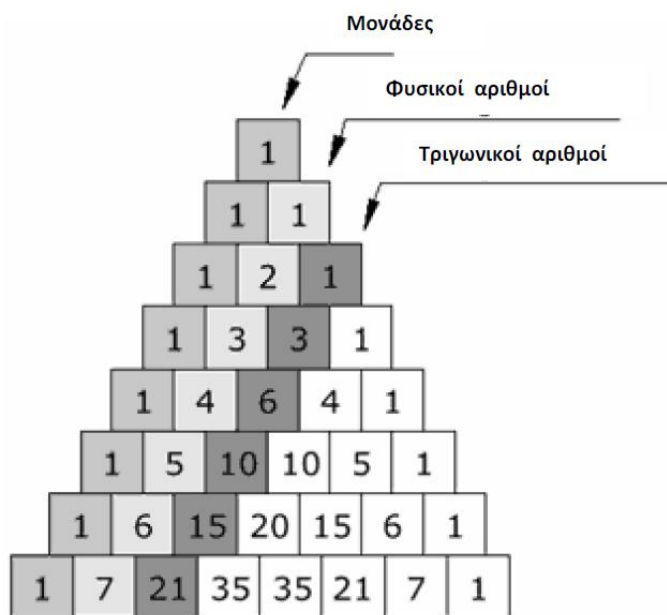
Οι ιδιότητες της αριθμητικής πυραμίδας

Είναι σχεδόν αδιανόητο ο Γάλλος μαθηματικός να δημιουργούσε αυτό το μαγικό τρίγωνο, γνωρίζοντας όλες τις ιδιότητες του. Τα εντυπωσιακά χαρακτηριστικά του τριγώνου, αποκαλύφθηκαν από μεταγενέστερες μελέτες πάνω του. Κάποια από αυτά τα χαρακτηριστικά, που μετέτρεψαν το «Τρίγωνο του Πασκάλ» σε αντικείμενο λατρείας και έρευνας, παρουσιάζονται παρακάτω.

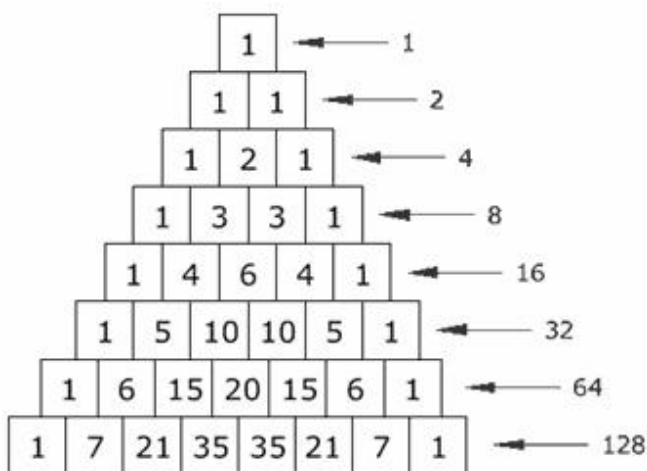
Αν παρατηρήσει κανείς τις γραμμές της πυραμίδας, μπορεί να διαπιστώσει πως τα στοιχεία που τις αποτελούν, αντιστοιχούν στους συντελεστές διωνύμου του ίδιου βαθμού. Το τρίγωνο δηλαδή μπορεί να «ανοίξει» το βασικό διώνυμο $(a+b)^n$. Για παράδειγμα, οι αριθμοί 1,4,6,4,1 που βρίσκονται στην τέταρτη γραμμή, αντιστοιχούν στο $(a+b)^4$.

Στην αριστερή διαγώνιο του τριγώνου, βρίσκεται το σύνολο των φυσικών αριθμών. Ξεκινάει με την μονάδα και κάθε σειρά που κατεβαίνει, αυξάνεται και κατά ένα. Η ακριβώς δίπλα διαγώνιος, είναι αυτή των τριγωνικών αριθμών. Αριθμών που παράγονται από το άθροισμα διαδοχικών ακεραίων.

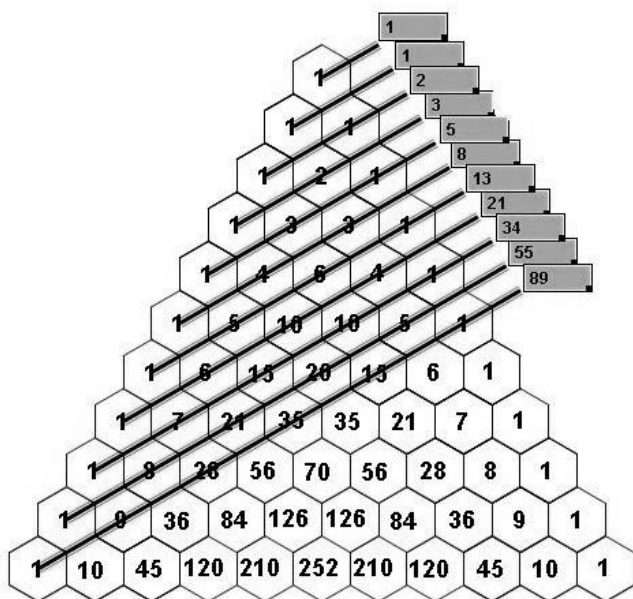
Για παράδειγμα $6=1+2+3$ και $10=1+2+3+4$.



Μελετώντας άλλα χαρακτηριστικά του τριγώνου, καταλήγουμε σε διαφορετικά αλλά εξίσου εντυπωσιακά αποτελέσματα. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής ισούται με την αντίστοιχη δύναμη του 2, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Προσθέτοντας τα στοιχεία των διαγωνίων, καταλήγουμε στους όρους της πολύ σημαντικής ακολουθίας Fibonacci. Οι Αριθμοί Fibonacci είναι οι αριθμοί της ακεραίας ακολουθίας που δημιουργείται ως εξής: Οι πρώτοι δύο αριθμοί Fibonacci είναι το 0 και το 1, και κάθε επόμενος αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Οι αριθμοί 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ... είναι οι αρχικοί όροι της ακολουθίας Fibonacci.



Οι θαυματουργές ιδιότητες του τριγώνου δεν σταματούν εδώ. Η πυραμίδα συνδέεται άμεσα με θέματα της Θεωρίας Πιθανοτήτων, με τον κλάδο της Συνδυαστικής αλλά και με την μελέτη των πολυωνύμων. Όσο όμως κανείς προσπαθεί να αποκρυπτογραφήσει τα χαρακτηριστικά του τριγώνου, τόσο πιο δύσκολες και αυστηρά μαθηματικές έννοιες ανακαλύπτει.

Το σίγουρο είναι πως το «Τρίγωνο του Πασκάλ», σχεδόν τέσσερις αιώνες μετά την δημιουργία του, συνεχίζει να αποτελεί αντικείμενο έρευνας αλλά και θαυμασμού. Μια πυραμίδα που καταφέρνει να συνοψίσει μέσα της ένα τεράστιο σύνολο σημαντικών μαθηματικών ιδιοτήτων. Μια απλή ιδέα που θα μείνει αξέχαστη, διατηρώντας την ίδια στιγμή «αθάνατο» και το όνομα του Γάλλου μαθηματικού.