Ο ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ

Η Ιστορία του Λογαρίθμου

Η έννοια του λογαρίθμου επινοήθηκε στις αρχές του 17ου αιώνα ως ένας τρόπος απλοποίησης των αριθμητικών υπολογισμών και η εμφάνισή των πρώτων λογαριθμικών πινάκων είχε, εκείνη την εποχή, επίπτωση στην επιστήμη ανάλογη με αυτή που έχουν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές στις μέρες μας. Η αρχική μαθηματική ιδέα στην οποία στηρίζεται η έννοια του λογαρίθμου είναι πολύ απλή. Αν θέσουμε σε αντιστοιχία ένα προς ένα τους όρους μιας αριθμητικής και μιας γεωμετρικής προόδου, όπως για παράδειγμα:

0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	...
⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	
1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	512,	1024,	2048,	4096,	...

τότε μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το γινόμενο 2 όρων της γεωμετρικής προόδου (32 x 128 = 4096) βρίσκεται ακριβώς κάτω από το άθροισμα των αντίστοιχων όρων της αριθμητικής (5+7=12). Δηλαδή ο πολλαπλασιασμός ανάγεται ουσιαστικά σε πρόσθεση. Εύκολα μπορούμε επίσης να διαπιστώσουμε ότι η διαίρεση ανάγεται σε αφαίρεση, η ύψωση σε δύναμη σε πολλαπλασιασμό με τον εκθέτη και η εξαγωγή ρίζας σε διαίρεση με το δείκτη, όπως για παράδειγμα: 4096:128=32 (12-7=5) και $16^3=4096$ (4x3=12).

Όπως είναι φανερό, οι προηγούμενες αναγωγές στηρίζονται στις ιδιότητες των δυνάμεων (οι παραπάνω πρόοδοι είναι οι ακολουθίες των εκθετών και των αντίστοιχων δυνάμεων του 2 ή, με άλλα λόγια, οι όροι της αριθμητικής είναι οι λογάριθμοι των αντίστοιχων όρων της γεωμετρικής με βάση το 2).

Τότε όμως δεν υπήρχε κάποιος κοινά αποδεκτός συμβολισμός για τις δυνάμεις, ούτε είχαν διατυπωθεί με γενικότητα οι ιδιότητές τους. Το πρόβλημα που τέθηκε στους μαθηματικούς της εποχής ήταν η κατασκευή γεωμετρικών προόδων αρκετά «πυκνών», ώστε ανάμεσα στους όρους τους να μπορούν να παρεμβληθούν, χωρίς σημαντικό σφάλμα, οι αριθμοί που εμφανίζονταν συχνά στους. Ταυτόχρονα οι όροι μιας τέτοιας προόδου θα έπρεπε να τεθούν σε ένα προς ένα αντιστοιχία με τους όρους μιας αριθμητικής προόδου.

Η κατασκευή πινάκων τέτοιων προόδων ήταν για την εποχή εκείνη έργο τεράστιο που η ολοκλήρωσή του απαίτησε πολλά χρόνια. Ένας από τους πρώτους που δημοσίευσαν τέτοιους πίνακες ήταν ο Σκωτσέζος John Napier (1550-1617). Ο Napier ήταν πλούσιος ευγενής με έντονο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά και τις εφαρμογές τους. Στον Napier οφείλεται η δημιουργία του όρου «λογάριθμος» από τη σύνθεση των Ελληνικών λέξεων «λόγος» και «αριθμός».

Ο Λογαριθμικός κανόνας

Ο Λογαριθμικός κανόνας είναι ένα μαθηματικό εργαλείο που βασίζεται στις ιδιότητες των λογαρίθμων αναφέραμε πριν. Με τον Λογαριθμικό κανόνα μπορούμε να κάνουμε γρήγορα υπολογισμούς, με ικανοποιητική ακρίβεια στις περισσότερες των περιπτώσεων. Οι υπολογισμοί γίνονται με τη βοήθεια διαφόρων λογαριθμικών κλιμάκων, με τις οποίες είναι εφοδιασμένος ο κανόνας. Μια λογαριθμική κλίμακα κατασκευάζεται κατά τον ακόλουθο τρόπο: ξεκινώντας από το αρχικό σημείο ενός ημιάξονα, σημειώνονται σε αυτόν, σύμφωνα με μια προκαθορισμένη μονάδα μέτρησης, τα σημεία των οποίων οι αποστάσεις από την αρχή είναι οι λογάριθμοι των φυσικών αριθμών (1, 2, 3 κλπ.). Με ανάλογο τρόπο υποδιαιρούνται τα διαστήματα μεταξύ δύο σημείων, που αντιστοιχούν σε δύο διαδοχικούς ακεραίους.

Ο Λογαριθμικός κανόνας περιλαμβάνει δύο ίδιες λογαριθμικές κλίμακες, από τις οποίες η μία είναι σταθερή, ενώ η άλλη κινείται. Η κινητή κλίμακα είναι χαραγμένη σε ένα κινούμενο μέρος, το οποίο μπορεί να ολισθαίνει σε μια αύλακα επάνω στο κυρίως σώμα του κανόνα. Αν τοποθετηθεί η αρχή της κινητής κλίμακας στην υποδιαίρεση της σταθερής, που αντιστοιχεί στον αριθμό x, και αν διαβαστεί επάνω στη σταθερή κλίμακα ο αριθμός ο οποίος σε αυτή τη θέση αντιστοιχεί στον αριθμό y, που λαμβάνεται επί της κινητής, ο αριθμός αυτός είναι το γινόμενο $x \cdot y$ πράγματι, το άθροισμα των δύο τμημάτων μετρά το $\log_\alpha x + \log_\alpha y = \log_\alpha(x \cdot y)$. Αν αντιστοιχιστούν δύο λογαριθμικές κλίμακες ίσου μήκους, εκ των οποίων η μία έχει υποδιαιρέσεις από 1 έως 10 και η δεύτερη από 1 έως 100, βάσει μιας άλλης ιδιότητας των λογαρίθμων ($\log_\alpha x^2 = 2\log_\alpha x$) σε κάθε αριθμό x της πρώτης αντιστοιχεί ο x^2 στη δεύτερη. Από αυτό προκύπτει ότι με την αντίστροφη πορεία είναι δυνατόν να υπολογιστεί γρήγορα η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού. Σε πολλούς κανόνες υπάρχουν επίσης οι κλίμακες των κύβων, των αντίστροφων και των τριγωνομετρικών συναρτήσεων, και μερικές σταθερές συχνής χρήσης. Για να γίνει ευκολότερη η ανάγνωση σε κλίμακες που δεν είναι η μία πλάι στην άλλη και για να γίνουν ταχύτερες οι διαδοχικές πράξεις, ο υπολογιστικός κανόνας είναι εφοδιασμένος με έναν διαφανή δρομέα, πάνω στον οποίο είναι σημειωμένα ένα ή περισσότερα νήματα σκόπευσης.

Οι πρώτοι Λογαριθμικοί κανόνες κατασκευάστηκαν τον 17ο αι. Ο νεότερος τύπος δημιουργήθηκε το 1850. Είναι προφανές ότι η προσέγγιση που επιτυγχάνεται από έναν κανόνα εξαρτάται από το μήκος του διαστήματος που χρησιμοποιείται για τις διάφορες κλίμακες. Ωστόσο, στη σύγχρονη εποχή και ιδιαίτερα μετά τη δεκαετία του 1970 η χρήση τους έχει ουσιαστικά εγκαταλειφθεί, καθώς τις ανάλογες πράξεις αναλαμβάνει το λογισμικό των υπολογιστών.