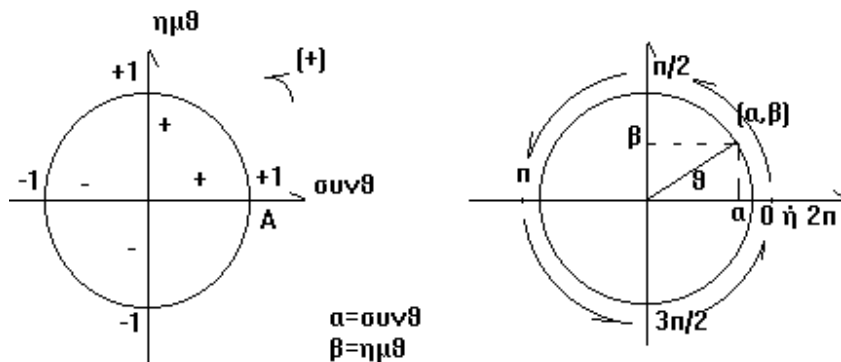


ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Τριγωνομετρικός κύκλος: λέγεται κάθε κύκλος στον οποίο έχει οριστεί ένα σταθερό σημείο A σαν αρχή κάθε τόξου, μια θετική φορά και που η ακτίνα του ισούται με την μονάδα.

Τον παραπάνω κύκλο που μόλις ορίσαμε εφοδιάζουμε με δύο κάθετους άξονες που τέμνονται στο κέντρο O του κύκλου όπως δείχνει το σχήμα. Απ' αυτούς ο οριζώντιος σε κάθε σημείο της περιφέρειας του κύκλου αντιστοιχεί και μια τιμή που λέγεται συνημίτονο του σημείου ή πιο σωστά της γωνίας που βαίνει στο τόξο με αρχή A και τέλος το συγκεκριμένο σημείο της περιφέρειας. Με ανάλογο τρόπο στον κάθετο άξονα αντιστοιχεί το ημίτονο της γωνίας.

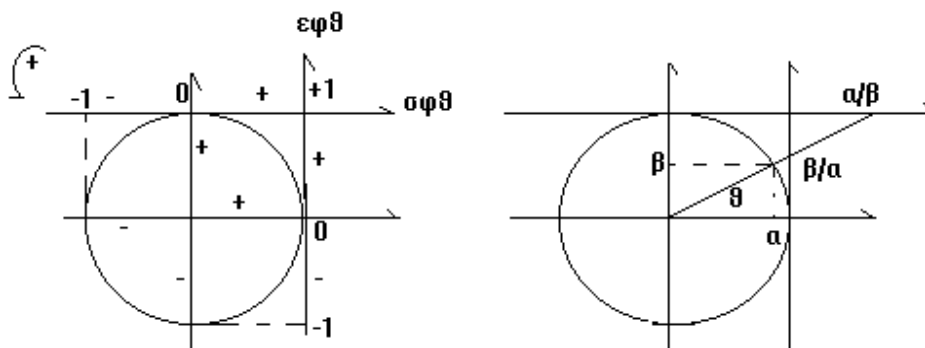


$$\begin{aligned} \alpha &= \text{συν}\theta \\ \beta &= \text{ημ}\theta \end{aligned}$$

Τον τριγωνομετρικό κύκλο εφοδιάζουμε επίσης με άλλους δύο άξονες. Τον άξονα

των εφαπτομένων που εφάπτεται στον τριγωνομετρικό κύκλο εκεί όπου τέμνει ο άξονας των συνημιτόνων και τον άξονα των συνεφαπτομένων εκεί όπου τον τέμνει ο άξονας των ημιτόνων.

Για να βρούμε την εφαπτομένη ενός τόξου ή μιας γωνίας προεκτείνουμε την ακτίνα που αποτελεί την δεύτερη πλευρά της γωνίας μέχρι να συναντήσει τον άξονα των εφαπτομένων. Με ανάλογο τρόπο για να βρούμε την συνεφαπτομένη προεκτείνουμε την ακτίνα έως ότου συναντήσει τον άξονα των συνεφαπτομένων.



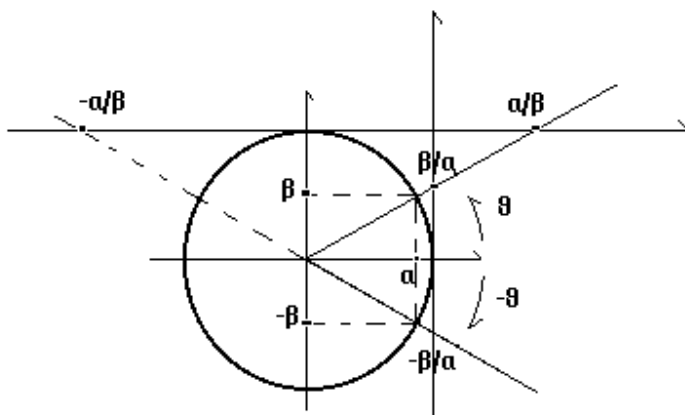
$$\text{εφ}\theta = \frac{\text{ημ}\theta}{\text{συν}\theta} = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\text{σφ}\theta = \frac{\text{συν}\theta}{\text{ημ}\theta} = \frac{\alpha}{\beta}$$

1. ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΤΟΞΑ

$$\theta \text{ \& } \varphi = -\theta \Rightarrow \begin{aligned} \eta\mu\varphi &= \eta\mu(-\theta) = -\eta\mu\theta \\ \sigma\upsilon\nu\varphi &= \sigma\upsilon\nu(-\theta) = \sigma\upsilon\nu\theta \end{aligned}$$

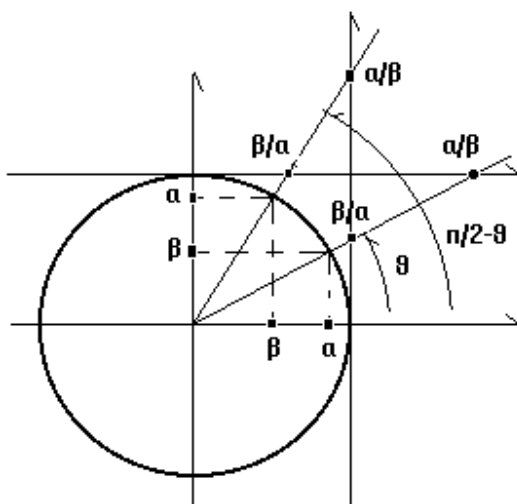
$$\begin{aligned} \epsilon\varphi\varphi &= \epsilon\varphi(-\theta) = -\epsilon\varphi\theta \\ \sigma\varphi\varphi &= \sigma\varphi(-\theta) = -\sigma\varphi\theta \end{aligned}$$



2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΤΟΞΑ

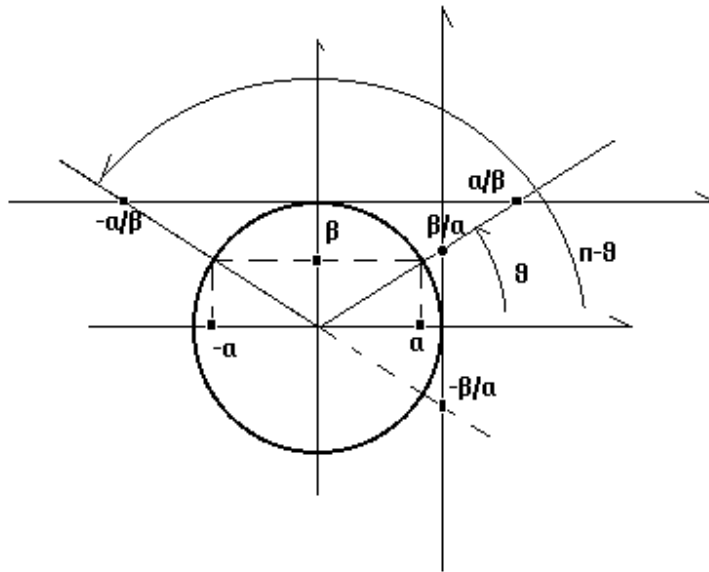
$$\theta \text{ \& } \varphi = \pi/2 - \theta \Rightarrow \begin{aligned} \eta\mu\varphi &= \eta\mu(\pi/2 - \theta) = \sigma\upsilon\nu\theta \\ \sigma\upsilon\nu\varphi &= \sigma\upsilon\nu(\pi/2 - \theta) = \eta\mu\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon\varphi\varphi &= \epsilon\varphi(\pi/2 - \theta) = \sigma\varphi\theta \\ \sigma\varphi\varphi &= \sigma\varphi(\pi/2 - \theta) = \epsilon\varphi\theta \end{aligned}$$



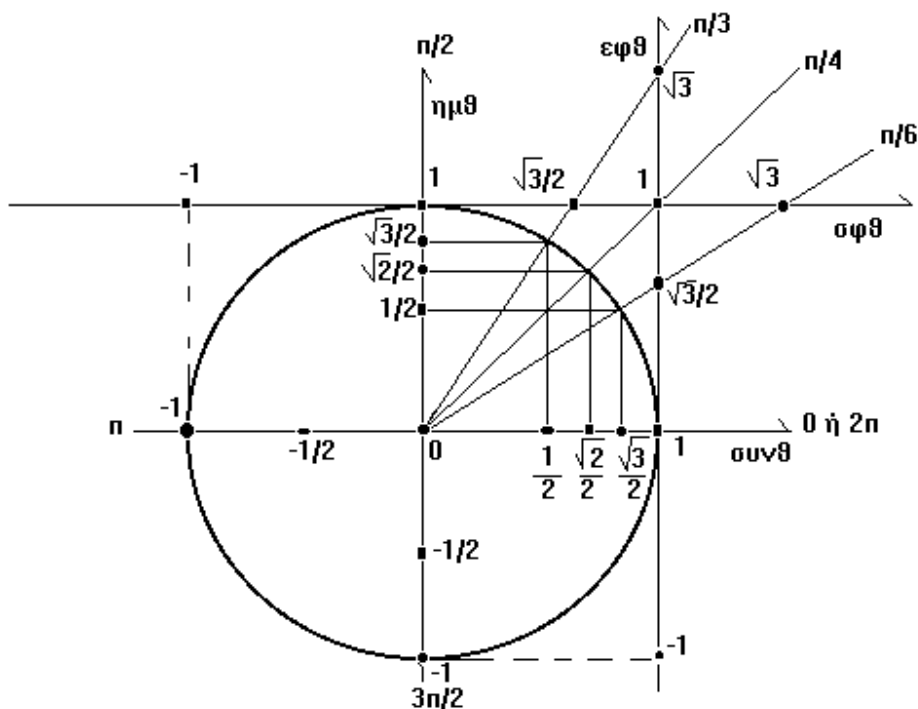
3. ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΤΟΣΙΑ

$$\begin{array}{l} \theta \text{ \& } \varphi = \pi - \theta \quad \Rightarrow \quad \eta\mu\varphi = \eta\mu(\pi - \theta) = \eta\mu\theta \quad \varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi(\pi - \theta) = -\varepsilon\varphi\theta \\ \text{\& } \theta + \varphi = \pi \quad \quad \quad \sigma\upsilon\nu\varphi = \sigma\upsilon\nu(\pi - \theta) = -\sigma\upsilon\nu\theta \quad \sigma\varphi\varphi = \sigma\varphi(\pi - \theta) = -\sigma\varphi\theta \end{array}$$



ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΓΩΝΙΩΝ:

$0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$
 $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$



θ	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\eta\mu\theta$	$\sqrt{0}/2=0$	$1/2=\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{4}/2=1$	0	-1	0
$\sigma\upsilon\nu\theta$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1	0	1
$\epsilon\phi\theta$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\sigma\phi\theta$	—	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0	—	0	—

1. Τόξα με διαφορά $\pi/2$

$\eta\mu(\pi/2+\theta) = \sigma\upsilon\nu\theta$
 $\sigma\upsilon\nu(\pi/2+\theta) = -\eta\mu\theta$

$\epsilon\phi(\pi/2+\theta) = -\sigma\phi\theta$
 $\sigma\phi(\pi/2+\theta) = -\epsilon\phi\theta$

2. Τόξα με διαφορά π

$\eta\mu(\pi+\theta) = -\eta\mu\theta$
 $\sigma\upsilon\nu(\pi+\theta) = -\sigma\upsilon\nu\theta$

$\epsilon\phi(\pi+\theta) = \epsilon\phi\theta$
 $\sigma\phi(\pi+\theta) = \sigma\phi\theta$