

**1**

**ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Εξισώσεις**

**Κεφάλαιο 1o**

1. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση;

* Ονομάζεται Αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών.
* Ονομάζεται αλγεβρική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών και μεταβλητών*.*

1. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων όρων της;

* Ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης τους προσθετέους της.
* Ονομάζουμε αναγωγή ομοίων όρων τη διαδικασία με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση.

1. Ποιες είναι οι οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β.

Οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β είναι:

α = β, α < β, α >β

1. **Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;**

* Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: ***Αν α = β τότε α + γ = β + γ***
* Αν από τα δυο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: ***Αν α = β τότε α − γ = β − γ***
* Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: ***Αν α = β τότε α  γ = β γ***
* Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: ***Αν α = β και γ 0 τότε α : γ = β : γ***

1. Τι ονομάζουμε:
   1. **εξίσωση;**
   2. **πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;**
   3. **γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;**
   4. **λύση ( *ή ρίζα)* μιας εξίσωσης;**
   5. επίλυση μιας εξίσωσης;
2. Ονομάζουμε εξίσωση μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή).
3. Ονομάζουμε πρώτο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται αριστερά του ίσον και δεύτερο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται δεξιά του ίσον.
4. Ονομάζουμε γνωστούς όρους μιας εξίσωσης τους όρους που δεν περιέχουν τον άγνωστο και άγνωστους όρους αυτούς που τον περιέχουν.
5. Ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης την τιμή του αγνώστου που επαληθεύει την εξίσωση.
6. Ονομάζουμε επίλυση μιας εξίσωσης την διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.
7. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη(ή ταυτότητα);

* Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι

0x = β (β≠ 0)

* Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (ή ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

0x = 0

**Πραγματικοί αριθμοί**

**Κεφάλαιο 2o**

1. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;



***α***

Ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού ***α*** και συμβολίζεται υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α Δηλαδή:

ένας θετικός αριθμός **x** που όταν

Αν ***= x,*** όπου ***α  0*** τότε ***x  0*** και ***x2 = α***



***α***

Οι ιδιότητες της ρίζας είναι:

**i. *= 0***



***0***



***2***

ii. α = α ( α  0)

**iii. *=***

***α***  ***β***

**iv. *=***

***α***

***β***



***α***

***β***

****** ***( α , β  0)***

***( α 0 , β ≠0)***



***α***



***β***

# ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

**Εμβαδά επιπέδων σχημάτων**

**Κεφάλαιο 1o**

1. **Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;**

Ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας ο θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

1. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;

Μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

* Το τετραγωνικό μέτρο, (m2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
* Το τετραγωνικό δεκατόμετρο, (1dm2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
* Το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, (1cm2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
* Το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, (1mm2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.

1m2 = 100dm2 =10000cm2 =1000000mm2

Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

* Το τετραγωνικό χιλιόμετρο, (1km2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1km.

1km2 = 1km1km = 1000m1000m = 1.000.000m2

* Το στρέμμα το οποίο ισούται με 1000m2 και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδων και κτημάτων.

1. **Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου;**

* Το εμβαδόν ενός ***τετραγώνου*** πλευράς α ισούται με α2.
* Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου*** με πλευρές ***α, β*** ισούται με ***α · β***.
* Το εμβαδόν ενός ***παραλληλογράμμου*** είναι ίσο με ***το*** γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
* Το εμβαδόν ενός ***τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύφος.
* Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
* Το εμβαδόν ενός ***τραπεζίου*** είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

1. Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του;

* Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας .
* Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

## ΑΛΓΕΒΡΑ

**ΘΕΜΑ 1ο**

Αν χ =-2 να βρεθεί η τιμή της παράστασης Α= χ(1-χ)-χ -2χ2 +χ +(χ+1)1-2χ +χ0

**ΘΕΜΑ 2ο**

Αν χ=(-1)0 -(-2)1 και ψ = (

**ΘΕΜΑ 3ο**

1

2

)  -1 + (-1)2 , να βρεθεί η τιμή της παράστασης Β=

(χ+ψ)2

χ 2 2χψ+ψ2

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης Α = (- 1 )-2 . 2 - 24 + (-4)3 : 23 + [1-2(-1)2011]

2

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνονται οι αριθμοί *α* , *β*  , *γ*  .



3  7  9



81



9  21 16

α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς α, β, γ.

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές τα α, β, γ είναι ορθογώνιο και να βρείτε τις γωνίες του. γ) Να φέρετε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα και να το υπολογίσετε

**ΘΕΜΑ 5ο**

Να λύσετε τις εξισώση: 1 

2x  5

3

 x 

x  16

6

**ΘΕΜΑ 6ο**

**Α.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

) 2x+x-1=x+9

β) 12x+3 = 30x-6

3 6

**Β.** Αν α είναι η ρίζα της 1ης εξισώσεως, β η ρίζα της 2ης να υπολογισθεί η παράσταση: Π= .

α+2β

**ΘΕΜΑ 7ο**

Να λυθούν οι εξισώσεις:

Ι) 20-4(χ-3)=-8 (3-2χ)+2(7-3χ) ΙΙ) 4x-2 - 2(1-x) - 21 - 3-5x

12 9 30 15

**ΘΕΜΑ 8ο**

**α.** Να λύσετε την εξίσωση 1  2*x*  2  *x*  *x* 1  2

6 3

β. Αν ρ είναι η λύση της παραπάνω εξίσωσης να υπολογίσετε την τιμή του λ ώστε να ισχύει:

*λ* 2*ρ*  *-ρ + λ = 5λ-3ρ +λ*

*4 3 12*

Κάποιος μαθητής έχει υπολογίσει ότι το 2016 θα έχει διπλάσια ηλικία από αυτή που έχει το 2003. Να υπολογίσετε το έτος της γέννησής του.

**ΘΕΜΑ 9ο**

Η ηλικία του Γιάννη το 2010 χρόνια θα είναι ίση με τα ηλικία του Γιάννη το 2004.

**ΘΕΜΑ 100**

3 της ηλικίας του το 2002. Να βρείτε την

2

Το 1 της δύναμης του 3 με εκθέτη τον αριθμό χ είναι ίσο με το 9 – πλάσιο της δύναμης του 27 με

9

εκθέτη τον αριθμό χ.

α. Με την βοήθεια των ιδιοτήτων των δυνάμεων να δείξετε ότι η εξίσωση που θα μας βοηθήσει να υπολογίσουμε το χ είναι η 2 + 3χ = χ – 2 .

β. Να υπολογίσετε την δύναμη του -2 με εκθέτη τον αριθμό

3 χ.

2

**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ 1ο A E**

.

.

Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( Bˆ =900), του οποίου

το εμβαδόν είναι 30cm2, ενώ η πλευρά του ΑΒ=12cm. Να βρεθούν:

α) Η πλευρά ΒΓ **B**

β) Το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΓΔΕ.

**ΘΕΜΑ 2ο**

Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει βάση 12 cm και περίμετρο 32 cm .Να υπολογήσετε το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση καθώς και το εμβαδόν του.

**ΘΕΜΑ 3ο**

Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει περίμετρο 12 cm .Να βρείτε το ύψος του και το εμβαδόν του.

**ΘΕΜΑ 4ο**

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=900) η υποτείνουσα ΒΓ=5 cm και η μια κάθετη πλευρά ΑΒ=4 cm .Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου.

**ΘΕΜΑ 5ο**

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=900) το ύψος ΑΔ σχηματίζει με την κάθετη πλευρά ΑΒ=6 cm , γωνία 300 .Να βρείτε

* + Το ύψος ΑΔ
  + Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

**ΘΕΜΑ 6ο**

Να βρεθεί το χ και στη συνέχεια το ψ στο παρακάτω σχήμα

10 cm

B x

A ψ

8cm

Γ

16cm

**ΘΕΜΑ 7ο** Α

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, το ύψος του

Ε

30ο

ΑΔ και ΔΕ κάθετη στη ΑΓ. Είναι επίσης ΒΔ= cm



3

και ΔΓ=4cm και BAˆ  =300. Να αποδείξετε ότι: **α**. Το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ είναι ΑΔ=3 cm **β**. Η πλευρά ΑΓ=5cm

**γ**. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΓ είναι 6 cm2 Β Γ

**δ**. Το τμήμα ΔΕ=2,4 cm. Δ

**ΘΕΜΑ 8ο** Β

Γ

Δ

Στο διπλανό σχήμα είναι Bˆ =90ο, ΑΒ=56 cm, ΒΓ=33 cm, ΓΛ=39 cm και ΛΑ=52 cm.

α) Να υπολογίσετε το μήκος ΑΓ.

β) Να εξετάσετε, αν το τρίγωνο ΑΛΓ είναι ορθογώνιο. Α γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετράπλευρου ΑΒΓΛ

**ΘΕΜΑ 9ο**

Ένα τετράγωνο και ένα τραπέζιο έχουν ίσα εμβαδά . Αν οι βάσεις του τραπεζίου είναι 12 cm και 20 cm και το ύψος του τραπεζίου είναι 4 cm, να υπολογίσετε (α) το εμβαδόν του τραπεζίου (β) την πλευρά του τετραγώνου.

**ΘΕΜΑ 10ο**

Στο διπλανό τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ, ΓΔ και ύψος ΑΖ, δίνονται ΑΒ=10 cm, ΑΖ=12 cm και ΑΔ=15 cm. Αν το εμβαδόν του τραπεζίου είναι 270 cm2 να βρείτε:

**α)** το τμήμα ΔΖ

**β)** την βάση ΔΓ=x .

(*Υποδείξεις-απαντήσεις:* α) 9 cm, β) x=35 cm)

A 10 B

15

12

Δ Ζ x

Γ