

Τετραγωνικές ρίζες θετικών αριθμών - Άρρητοι αριθμοί

1. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

$$\sqrt{49}, \quad \sqrt{0,49}, \quad \sqrt{4900}, \quad \sqrt{0,0049}, \quad \sqrt{490000}$$
$$\sqrt{16}, \quad \sqrt{0,16}, \quad \sqrt{0,0016}, \quad \sqrt{0,000016}, \quad \sqrt{0,00000016}$$

2. Να αποδείξετε ότι:

1. $\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}}} = 4$
2. $\sqrt{23 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}} = 5$
3. $\sqrt{2\sqrt{25} + 3\sqrt{16} + 7\sqrt{4}} = 6$
4. $\sqrt{12\sqrt{25} + 5\sqrt{36} - \sqrt{81}} = 9$

3. Να υπολογιστούν οι αριθμοί λ και μ :

$$\lambda = \sqrt{\sqrt{81} + \sqrt{36} - \sqrt{121}} \quad \text{και} \quad \mu = \sqrt{(-7)^2} + (\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{(-10)^2}$$

Ποιος από τους δυο είναι ρητός και ποιος άρρητος; Ποιος είναι μεγαλύτερος;

4. Να υπολογιστούν οι αριθμοί κ και λ με :

$$\kappa = \sqrt{\sqrt{36} + \sqrt{9} - \sqrt{1}} \quad \text{και} \quad \lambda = \sqrt{3\sqrt{9}} \quad \text{Ποιος από τους δυο είναι ρητός και ποιος άρρητος; Ποιος είναι μεγαλύτερος;}$$

5. Αν $A = \sqrt{\sqrt{81}} - \sqrt{\sqrt{16}}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
 $B = \frac{1}{2}\sqrt{3 + A} - \sqrt{10 - A}$.

6. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$(\sqrt{x-3} + \sqrt{x+6}) \cdot (\sqrt{x-3} + \sqrt{x+6}), \quad \text{όταν } x=19.$$

7. Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι:

$$\sqrt{(-2)^2}, \quad \sqrt{\frac{3}{9}}, \quad \sqrt{\frac{16}{2}}, \quad \sqrt{3+3+3}, \quad \sqrt{3 \cdot 3^{-1}}, \quad \sqrt{\frac{2^4}{4}}$$

8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A=90^\circ$ και $B\Gamma=8\sqrt{3}$ cm και η πλευρά $A\Gamma$ είναι ίση με το μισό της μεγαλύτερης πλευράς του. Να βρείτε την περιμέτρό του.

9. Δίνονται οι αριθμοί: $a = \sqrt{22 + \sqrt{2 + \sqrt{49}}}$ και $\beta = 4\sqrt{7 + \sqrt{9 - \sqrt{25}}}$

Να βρείτε το μήκος της υποτεινουσας του τριγώνου με κάθετες πλευρές a και β .

10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

1. $2\sqrt{5} + 5x = x + 6\sqrt{5}$
2. $3(x - 3\sqrt{3}) = \sqrt{3} + x$
3. $6\sqrt{7}x = \sqrt{7}(\sqrt{7} - x)$

11. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

1. $A = 3(\sqrt{16^2} + \sqrt{16}) - \sqrt{(-16)^2}$
2. $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{5} + \sqrt{3} - 3\sqrt{3}$
3. $\Gamma = \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{(-7)^2} - \sqrt{(-11)^2}$
4. $\Gamma = \sqrt{(-1)^2} + \sqrt{0} + 3\sqrt{(+5)^2} - \sqrt{(-14)^2}$
5. $\Delta = \sqrt{(-\sqrt{9})^2} + \sqrt{9^2} - \sqrt{9}$

12. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

1. $A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$
2. $B = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$
3. $\Gamma = \sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$
4. $\Delta = \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$
5. $E = \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$

13. Να λύσετε τις εξισώσεις:

1. $\sqrt{x} = 2$
2. $\sqrt{x} = 9$
3. $\sqrt{x} = 16$
4. $\sqrt{x} = 25$
5. $2\sqrt{x} = 8$
6. $3\sqrt{x} = 27$

14. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

- α) $\sqrt{3\sqrt{9}}$ β) $\sqrt{8\sqrt{4}}$ γ) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}}}$ δ) $\sqrt{20 + \sqrt{22 + \sqrt{3 + \sqrt{36}}}}$
- ε) $\sqrt{13 - \sqrt{21 - \sqrt{29 - \sqrt{16}}}}$ στ) $\sqrt{2 + \sqrt{45 + \sqrt{22 - \sqrt{36}}}}$

15. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $\sqrt{16} - \sqrt{100} + 5\sqrt{4}$

β) $\sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt{\frac{36}{16}} - \sqrt{\frac{49}{64}}$

γ) $\sqrt{(-2)(-8)} + \sqrt{(-2)(-32)}$

δ) $\sqrt{(-2)(1-3)} - 3(-4)$

ε) $\sqrt{\left(-\frac{1}{27}\right)(-16)}$

στ) $\sqrt{\left(-\frac{25}{36}\right)\left(-\frac{4}{49}\right)}$

16. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$\sqrt{(-2)^2} =$	$(\sqrt{3})^2 =$	$\sqrt{\frac{\sqrt{16}}{2} + \sqrt{49}} =$	$\frac{\sqrt{49} - 5\sqrt{16}}{\sqrt{196} - \sqrt{64}}$	$\sqrt{(-3)^2} =$
$\sqrt{7 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}} =$	$\sqrt{\sqrt{16}} = \dots$	$\frac{\sqrt{169} - 2\sqrt{36}}{\sqrt{144}}$	$\frac{2\sqrt{16} - 5\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$	$\frac{\sqrt{0,49} - \sqrt{0,16}}{\sqrt{1,96} - \sqrt{0,36}}$

17. Αν $x = \sqrt{22 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}}$ να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = x^5 - 5^x + 5.$

18. Αν $x = \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}$ και $z = \sqrt{1 + \sqrt{12 - \sqrt{11 - \sqrt{4}}}}$

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

➤ $A = x^2 - xz + z^2$

➤ $B = 3^x + 2^z - (x + z)^{x-z}$

19. Να απλοποιηθεί η ακόλουθη παράσταση: $A = \frac{\sqrt{100 + \sqrt{64}} + \sqrt{(-1)^{2018}}}{\sqrt{25} - \sqrt{49} + 2\sqrt{64}}$

20. Αν $A = \sqrt{5x^{11} + \sqrt{14x^{22} + \sqrt{3x^{44} + \sqrt{x^{88}}}}}$

Να λύσετε την εξίσωση: $A = 3 \cdot 2^{11}.$ (απ. $x = 4$)

21. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\alpha = 3\sqrt{7} + \frac{\sqrt{15^2}}{15} - 2\sqrt{7} - 1$ και $\beta = \sqrt{16 - \sqrt{25}}$

και $\gamma = \sqrt{17 - 4\sqrt{3 + \sqrt{1}} - \sqrt{1}}$.

Να εξετάσετε εάν το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.