4) $A=(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-3\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{5}-\sqrt{2})+(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

$A=(\sqrt{2})^2+2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2-3\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2})\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{2})+(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$

$A=2+2\sqrt{2\cdot5}+5-3\cdot((\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2)+5-2\sqrt{5\cdot2}+2$

$A=2+2\sqrt{10}+5-3\cdot(5-2)+5-2\sqrt{10}+2$

$A=2+2\sqrt{10}+5-3\cdot3+5-2\sqrt{10}+2$

$A=2+\cancel{2\sqrt{10}}+5-9+5-\cancel{2\sqrt{10}}+2$

$A=2+5-9+5+2$

$A=5$

5) $\underbrace{387}_{\alpha}{}^2-\underbrace{377}_{\beta}{}^2=(387-377)\cdot(387+377)=$

$=10\cdot764=7640$, που είναι πολλαπλάσιο του 10, αφού διαιρείται ακριβώς με το 10.

6) Θα ξεκινήσουμε από το 2ο μέλος και θα καταλήξουμε στο 1ο.

$(k-1)\cdot(k+1)+1=k^2-1+1=k^2$

i) Αν στην ταυτότητα $k^2=(k-1)\cdot(k+1)+1$ βάλουμε $k=9$ παίρνουμε:

$9^2=(9-1)\cdot(9+1)+1=8\cdot10+1=80+1=81$

ii) Αν στην ταυτότητα $k^2=(k-1)\cdot(k+1)+1$ βάλουμε $k=99$ παίρνουμε

$99^2=(99-1)\cdot(99+1)+1=98\cdot100+1=9800+1=9801$

iii) Αν στην ταυτότητα $k^2=(k-1)(k+1)+1$ βάλουμε $k=999$ παίρνουμε

$999^2=(999-1)\cdot(999+1)+1=998\cdot1000+1=998000+1=$

$=998001$