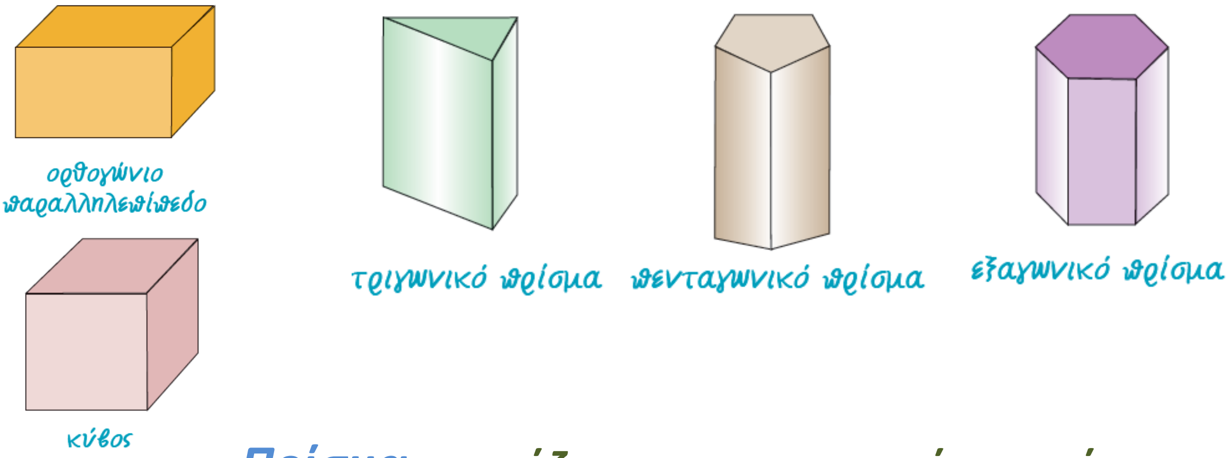
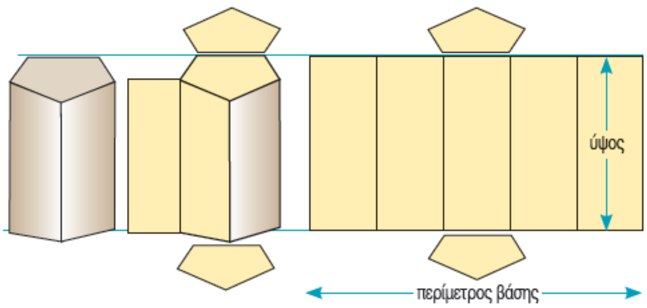
ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ

Ορθό Πρίσμα



***Πρίσμα** ονομάζεται το γεωμετρικό στερεό το οποίο αποτελείται από δύο παράλληλες βάσεις (κανονικά πολύγωνα) και από την παράπλευρη επιφάνεια(ορθογώνια παραλληλόγραμμα)*

Εμβαδόν Παράπλευρης Επιφάνειας Πρίσματος



Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύψος του πρίσματος. Δηλαδή:

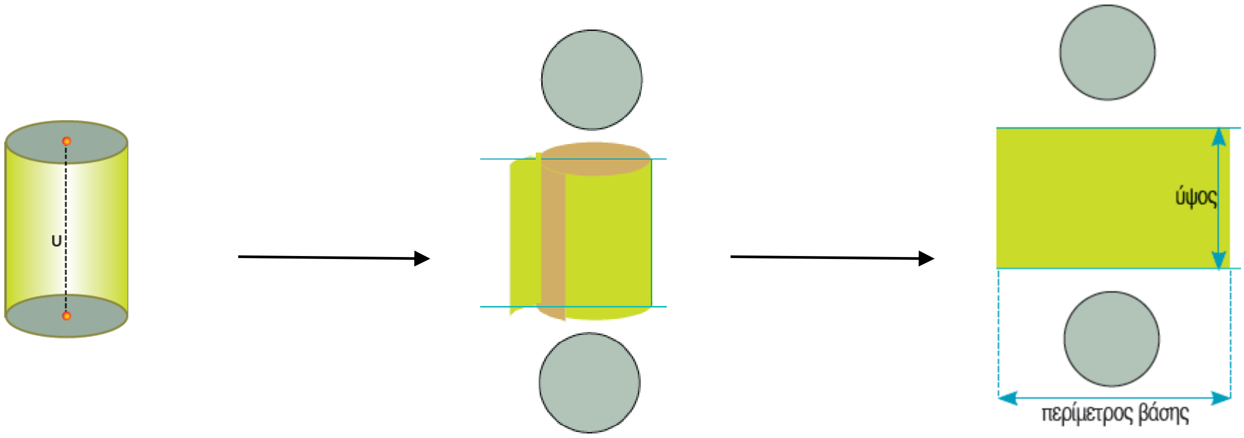
E_{π} = (περίμετρος βάσης) · (ύψος)

Ολικό Εμβαδόν Πρίσματος

Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος ($E_{ολ}$) είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και των εμβαδών E_{β} των δύο βάσεων.
Δηλαδή: $E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$

Κύλινδρος

Κύλινδρος ,ονομάζεται το γεωμετρικό στερεό, το οποίο περιέχει ένα ορθογώνιο, για παράπλευρη επιφάνεια και δύο κύκλους για βάσεις.



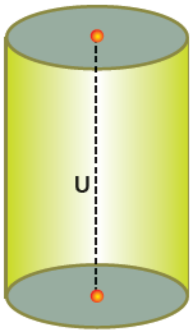
Εμβαδόν Παράπλευρης Επιφάνειας Κυλίνδρου

$E_{\pi} = 2\pi\rho \cdot \upsilon$

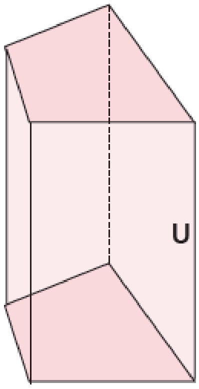
Ολικό Εμβαδόν Κυλίνδρου

$E = E_{\pi} + 2E_{\beta}$

Όγκος Κυλίνδρου και Πρίσματος



Κύλινδρος

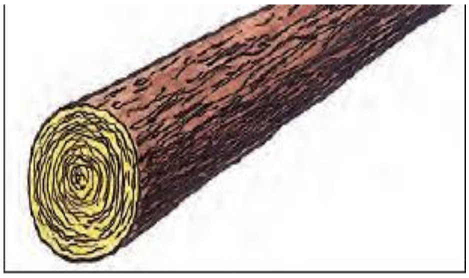


Πρίσμα

$$V_{\text{όγκος}} = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

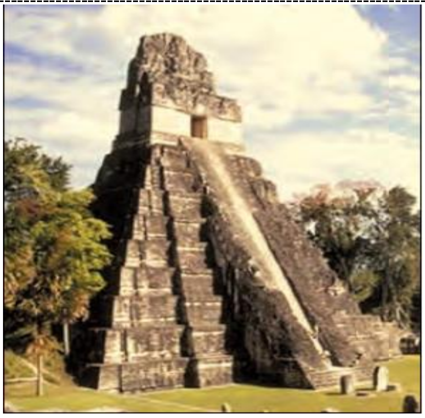
Εφαρμογή 2 σελίδα 213

Ο διπλανός κορμός δέντρου θεωρούμενος ως κύλινδρος έχει μήκος 8 m και διάμετρο βάσης 0,6 m. Η τιμή του συγκεκριμένου είδους ξυλείας είναι 100 € ανά κυβικό μέτρο. Πόσο αξίζει ο κορμός;



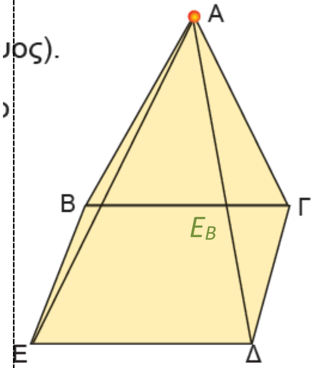
Τάφοι βασιλέων της Αιγύπτου

Πυραμίδα



Ναός των Ατζέκων στο Μεξικό

Πυραμίδα είναι το στερεό, του οποίου μία έδρα είναι πολύγωνο και οι άλλες έδρες είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή.

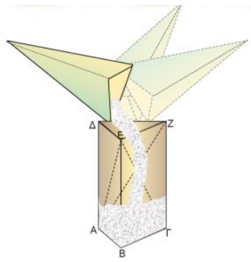


Ολικό Εμβαδόν Πυραμίδας

$E = E_\pi + E_\beta$ *(E_π είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και E_β είναι το εμβαδόν της βάσης)*

Όγκος Πυραμίδας

$$V_{όγκος} = \frac{1}{3}(\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$



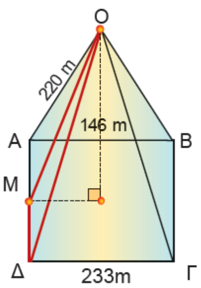
3 πυραμίδες έχουν όγκο όσο ένα πρίσμα αρκεί να έχουν ίσες βάσεις και ίδιο ύψος.

Εφαρμογή 4 (σελίδα 220 Β΄ Γυμνασίου)

Το έτος 3.000 π.Χ. περίπου οι αρχαίοι Αιγύπτιοι έκτισαν την πυραμίδα του Χέοπα, που έχει βάση τετράγωνο πλευράς 233 m και παράπλευρη ακμή 220 m (περίπου).

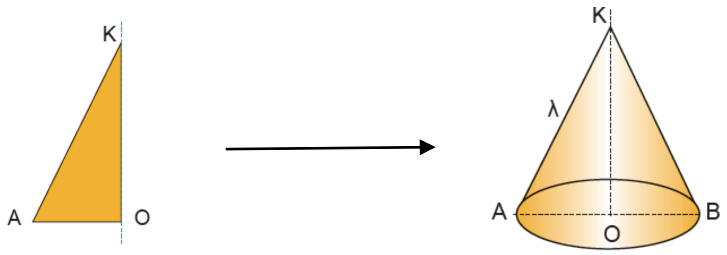
α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας αυτής της πυραμίδας.

β) Αν γνωρίζουμε ότι το ύψος της είναι 146 m, να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.



Κώνος

Κώνος είναι το στερεό σχήμα που δημιουργείται από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου γύρω από μια κάθετη του πλευρά.



Το λ ονομάζεται γενέτειρα

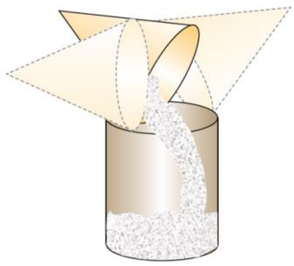
Ολικό Εμβαδόν κώνου

$$E = E_{\pi} + E_{\beta} = \pi \cdot \rho \cdot \lambda + \pi \cdot \rho^2$$

(E_{π} είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και E_{β} είναι το εμβαδόν της βάσης)

Όγκος κώνου

$$V = \frac{1}{3}\pi\rho^2 \cdot \upsilon$$

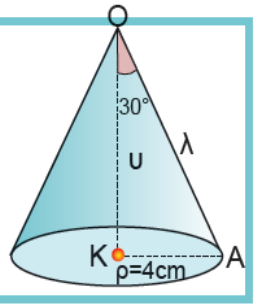


3 κώνοι έχουν όγκο όσο ένας κύλινδρος αρκεί να έχουν ίσες βάσεις και ίδιο ύψος

Σελίδα 225 βιβλίο Β΄ Γυμνασίου

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

Στον κώνο του διπλανού σχήματος να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας,
β) τον όγκο του κώνου.



Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΟΚΑ γνωρίζουμε μία γωνία και μία πλευρά , άρα με τριγωνομετρία μπορούμε να βρούμε τις άλλες πλευρές.

$$\eta\mu 30^0 = \frac{\rho}{\lambda}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{\lambda}$$

$$\lambda \cdot 1 = 2 \cdot 4$$

$$\lambda = 8 \text{ cm}$$

Όμοια υπολογίστε το υ με τη βοήθεια $\sigma\upsilon\nu 30^0$

$$\sigma\upsilon\nu 30^0 = \ldots$$

α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας είναι:

Ε= π·ρ·λ +π·ρ² =…

β) Ο όγκος του κώνου είναι:

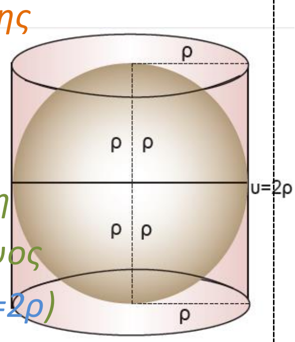
$$\mathbf{V} = \frac{1}{3}\pi\rho^2 \cdot \upsilon = \ldots$$

Σφαίρα

Σφαίρα είναι το στερεό σώμα που παράγεται αν περιστρέψουμε ένα κυκλικό δίσκο με ακτίνα ρ, γύρω από μια διάμετρό του.

Εμβαδόν Σφαίρας

Πρώτος ο αρχαίος Έλληνας Αρχιμήδης υπολόγισε το εμβαδόν της επιφάνειας της σφαίρας.



Ο Αρχιμήδης απέδειξε ότι, αν μια σφαίρα ‘εγγράφεται’ σε κύλινδρο(δηλαδή αν βάλουμε μια σφαίρα μέσα σε ένα κύλινδρο, η σφαίρα θα ακουμπάει στις επιφάνειες του κυλίνδρου, αρκεί το ύψος του κυλίνδρου να είναι 2 φορές την ακτίνα του κύκλου, Δηλαδή υ=2ρ) τότε η επιφάνεια της σφαίρας είναι ίση με την παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου. $E_{σφαίρας} = E_{παράπλευρης\ επιφάνειας\ κυλίνδρου}$

$$= 2πρ \cdot υ = 2πρ \cdot 2ρ = 4πρ^2$$

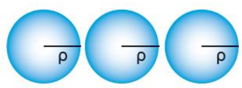
Άρα:

$$\boxed{E_{σφ} = 4πρ^2}$$

Όγκος Σφαίρας

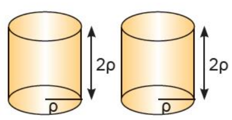
Έστω ότι έχουμε 3 όμοιες μπάλες (σφαίρες) ακτίνας ρ , οι οποίες είναι γεμάτες με αλεύρι και 2 κυλινδρικά κουτιά ύψους 2ρ και με κυκλική βάση ακτίνας ρ.

Αν αδειάσουμε το αλεύρι που έχουν οι 3 μπάλες στα κυλινδρικά κουτιά , θα δούμε ότι οι κύλινδροι είναι γεμάτοι, Άρα



$$3V_{σφ} = 2V_{κυλίνδρου}$$

$V_{σφ} = \frac{2}{3}V_{κυλίνδρου} = \frac{2}{3}πρ^2 \cdot 2ρ$ **Οπότε** $\boxed{V_{σφ} = \frac{4}{3}πρ^3}$



Εφαρμογή 2(σελίδα 230 βιβλίο Β΄ Γυμνασίου)

Η επιφάνεια μιας σφαίρας είναι 144 m^2.

Να βρείτε τον όγκο της.

Εφαρμογή 3(σελίδα 230 βιβλίο Β΄ Γυμνασίου)

Να βρείτε πόσα χρήματα θα χρειαστούμε, για να βάψουμε μία σφαιρική δεξαμενή διαμέτρου δ=20m , αν το ένα κιλό χρώμα κοστίζει 8 € και καλύπτει επιφάνεια 4 m^2.

Εφαρμογή 4(σελίδα 230 βιβλίο Β΄ Γυμνασίου)

Να βρείτε το εμβαδόν της τομής επιπέδου και σφαίρας κέντρου Ο και ακτίνας $R = 5$ cm, όταν το επίπεδο απέχει από το κέντρο της σφαίρας απόσταση $d = 3$ cm.