

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

(ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΝΙΚΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ)

Κάντε τους παρακάτω υπολογισμούς με ταχύτητα και ακρίβεια!
(ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ)



$$3 + 5 =$$

$$6 + 1 =$$

$$4 + 5 =$$

$$6 + 2 =$$

$$4 + 6 =$$

$$9 + 1 =$$

$$3 + 7 =$$

$$4 + 4 =$$

$$2 + 7 =$$

$$6 + 5 =$$

$$3 + 9 =$$

$$8 + 4 =$$

$$9 + 2 =$$

$$5 + 5 =$$

$$7 + 3 =$$

$8 + 2 =$

$9 + 2 =$

$4 + 8 =$

$6 + 8 =$

$7 + 7 =$

$7 + 8 =$

$7 + 6 =$

$10 + 6 =$

$12 + 5 =$

$13 + 7 =$

$14 + 6 =$

$15 + 8 =$

$16 + 6 =$

$16 + 8 =$

$17 + 6 =$

$18 + 3 =$

$12 + 10 =$

$12 + 11 =$



$9 + 10 =$

$10 + 10 =$

$14 + 10 =$

$13 + 10 =$

$13 + 11 =$

$14 + 11 =$

$16 + 11 =$

$16 + 12 =$

$10 + 5 =$

$10 + 15 =$

$10 + 17 =$

$10 + 20 =$

$10 + 24 =$

$19 + 5 =$

$19 + 8 =$

$18 + 2 =$

$18 + 4 =$

$18 + 8 =$



$$\begin{array}{r} 7 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 11 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ + 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ + 60 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ + 195 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \\ + 194 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 309 \\ + 273 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 162 \\ + 176 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 215 \\ + 392 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ + 800 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 877 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 456 \\ + 837 \\ \hline \end{array}$$

(ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ)

Σε προβλήματα στα οποία υπάρχουν εκφράσεις όπως : 'όλα μαζί' ή 'συνολικά' τα επιλύουμε με πρόσθεση.

Πρόβλημα 1:

Ο Γιώργος έχει 53 € και ο αδελφός του έχει 27 €.

Πόσα χρήματα έχουν και οι δύο μαζί;

Πρόβλημα 2:

Η Μαρία μάζεψε 23 κοχύλια και η αδερφή της μάζεψε 5 κοχύλια παραπάνω.

I) Πόσα κοχύλια μάζεψε η αδερφή της Μαρίας;

II) Πόσα κοχύλια μάζεψαν και οι δύο μαζί;



(ΑΦΑΙΡΕΣΗ)



$$10 - 2 =$$

$$10 - 5 =$$

$$10 - 8 =$$

$$10 - 9 =$$

$$10 - 1 =$$

$$11 - 2 =$$

$$11 - 4 =$$

$$11 - 5 =$$

$$12 - 2 =$$

$$12 - 4 =$$

$$12 - 12 =$$

$$13 - 3 =$$

$$13 - 12 =$$

$$13 - 13 =$$

$$14 - 2 =$$

$$14 - 4 =$$

$$14 - 6 =$$

$15 - 2 =$

$15 - 4 =$

$15 - 8 =$

$15 - 9 =$

$15 - 10 =$

$16 - 2 =$

$16 - 3 =$

$16 - 5 =$

$16 - 10 =$

$16 - 12 =$

$16 - 14 =$

$16 - 16 =$

$17 - 2 =$

$17 - 4 =$

$17 - 5 =$

$17 - 7 =$

$17 - 8 =$

$17 - 10 =$



$16 - 7 =$

$18 - 9 =$

$19 - 10 =$

$17 - 12 =$

$16 - 12 =$

$17 - 13 =$

$17 - 17 =$

$17 - 6 =$

$10 - 8 =$

$11 - 6 =$

$11 - 9 =$

$11 - 8 =$

$12 - 2 =$

$12 - 5 =$

$12 - 8 =$

$20 - 2 =$

$20 - 11 =$

$21 - 17 =$



$$\begin{array}{r} 44 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ - 17 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ - 13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$$

150

- 10

145

- 21

172

- 26

142

- 13

142

- 16

142

- 46

235

- 13

235

- 16

235

- 42

144

- 82

261

- 16

335

- 54

(ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ)

Σε προβλήματα στα οποία υπάρχουν εκφράσεις όπως : 'πόσα έμειναν' ,
πόσα παραπάνω ή 'ρέστα' τα επιλύουμε με αφαίρεση.

Πρόβλημα 1:

Ο Νίκος έχει 158 γραμματόσημα. Χάρισε στον φίλο του 16
γραμματόσημα. Πόσα του έμειναν;

Πρόβλημα 2:

Δώσαμε 50 € για να πληρώσουμε μία μπλούζα που κοστίζει
27€. Πόσα ρέστα θα πάρουμε;

Πρόβλημα 3:

Ο Χρήστος έχει 26 μολύβια και η Ειρήνη 19.

Πόσα παραπάνω μολύβια έχει ο Χρήστος;



ΠΡΟΠΑΙΔΕΙΑ

x1	x2	x3	x4	x5
1x1=1	1x2=2	1x3=3	1x4=4	1x5=5
2x1=2	2x2=4	2x3=6	2x4=8	2x5=10
3x1=3	3x2=6	3x3=9	3x4=12	3x5=15
4x1=4	4x2=8	4x3=12	4x4=16	4x5=20
5x1=5	5x2=10	5x3=15	5x4=20	5x5=25
6x1=6	6x2=12	6x3=18	6x4=24	6x5=30
7x1=7	7x2=14	7x3=21	7x4=28	7x5=35
8x1=8	8x2=16	8x3=24	8x4=32	8x5=40
9x1=9	9x2=18	9x3=27	9x4=36	9x5=45
10x1=10	10x2=20	10x3=30	10x4=40	10x5=50
x6	x7	x8	x9	x10
1x6=6	1x7=7	1x8=8	1x9=9	1x10=10
2x6=12	2x7=14	2x8=16	2x9=18	2x10=20
3x6=18	3x7=21	3x8=24	3x9=27	3x10=30
4x6=24	4x7=28	4x8=32	4x9=36	4x10=40
5x6=30	5x7=35	5x8=40	5x9=45	5x10=50
6x6=36	6x7=42	6x8=48	6x9=54	6x10=60
7x6=42	7x7=49	7x8=56	7x9=63	7x10=70
8x6=48	8x7=56	8x8=64	8x9=72	8x10=80
9x6=54	9x7=63	9x8=72	9x9=81	9x10=90
10x6=60	10x7=70	10x8=80	10x9=90	10x10=100

ΑΝΤΩΝΟΓΙΑΝΝΑΚΗ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ



(ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ)



$2 \times 5 =$

$2 \times 50 =$

$2 \times 7 =$

$20 \times 7 =$

$7 \times 6 =$

$70 \times 6 =$

$3 \times 5 =$

$30 \times 500 =$

$8 \times 8 =$

$80 \times 8 =$

$9 \times 2 =$

$900 \times 2 =$

$0 \times 5 =$

$0 \times 50.000 =$

$10 \times 4 =$

$10 \times 4000 =$

$9 \times 9 =$

$90 \times 900 =$

$5 \times 1 =$

$50 \times 100 =$

$3 \times 10 =$

$3 \times 1000 =$

$7 \times 8 =$

$70 \times 80 =$

$6 \times 9 =$

$60 \times 900 =$

$3 \times 8 =$

$30 \times 800 =$

$1 \times 4 =$

$1 \times 40.000 =$

$8 \times 6 =$

$800 \times 60 =$

$10 \times 0 =$

$10.000 \times 0 =$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 124 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 356 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 873 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 350 \\ \times 56 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 473 \\ \times 217 \\ \hline \end{array}$$



(ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ)

Σε προβλήματα στα οποία ' γνωρίζουμε το ένα και ψάχνουμε τα πολλά' τα επιλύουμε με πολλαπλασιασμό.

Πρόβλημα 1:

Έχουμε 3 κουτιά μπισκότα. Το ένα κουτί περιέχει 27 μπισκότα.

Πόσα μπισκότα έχουν τα 3 κουτιά;

Πρόβλημα 2:

Η μία ώρα έχει 60 λεπτά. Πόσα λεπτά είναι οι 15 ώρες;

Πρόβλημα 3:

Ένα βιβλίο έχει 128 σελίδες. Πόσες σελίδες έχουν τα 14 όμοια βιβλία;

(ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ-ΔΙΑΙΡΕΣΗ)

$6 \times 9 =$

$54 : 9 =$

$7 \times 9 =$

$63 : 9 =$

$8 \times 8 =$

$64 : 8 =$

$4 \times 9 =$

$36 : 9 =$

$2 \times 3 =$

$6 : 2 =$

$10 \times 9 =$

$90 : 9 =$

$5 \times 4 =$

$20 : 4 =$

$3 \times 6 =$

$18 : 6 =$

$8 \times 7 =$

$56 : 8 =$

$6 \times 7 =$

$42 : 7 =$

$4 \times 4 =$

$16 : 4 =$

$3 \times 10 =$

$30 : 10 =$

$15 \times 9 =$

$135 : 9 =$

$75 \times 2 =$

$150 : 2 =$

$24 \times 4 =$

$96 : 4 =$

$100 \times 9 =$

$900 : 9 =$

$80 \times 3 =$

$240 : 80 =$



(ΔΙΑΙΡΕΣΗ)



$16 : 4 =$

$160 : 4 =$

$8 : 2 =$

$80 : 20 =$

$15 : 5 =$

$150 : 50 =$

$20 : 4 =$

$200 : 4 =$

$10 : 2 =$

$1000 : 2 =$

$81 : 9 =$

$810 : 90 =$

$100 : 4 =$

$1000 : 4 =$

$9 : 9 =$

$900 : 90 =$

$42 : 7 =$

$4200 : 7 =$

$30 : 3 =$

$300 : 30 =$

$27 : 3 =$

$270 : 30 =$

$36 : 6 =$

$360 : 60 =$

$64 : 8 =$

$640 : 80 =$

$45 : 5 =$

$450 : 5 =$

$36 : 4 =$

$3600 : 4 =$

$56 : 7 =$

$560 : 7 =$

$90 : 10 =$

$900 : 100 =$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 39 & 3 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 75 & 5 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 58 & 7 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 142 & 2 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 590 & 5 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 702 & 6 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 552 & 6 \\ \hline & \end{array}$$



$$\begin{array}{r|l} 45 & 21 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 65 & 21 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 110 & 31 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 270 & 41 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 330 & 41 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 380 & 41 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 30 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 31 \\ \hline & \end{array}$$



(ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ)

Σε προβλήματα στα οποία ' γνωρίζουμε τα πολλά και ψάχνουμε το ένα ή θέλουμε να χωρίσουμε ή να μοιράσουμε' τα επιλύουμε με διαίρεση.

Πρόβλημα 1:

Αν τα 10 κουτιά γάλα κοστίζουν 15€ , πόσο κοστίζει το 1 κουτί;

Πρόβλημα 2:

Θέλουμε να μοιράσουμε 150 αυγά σε αυγοθήκες των 10 θέσεων. Πόσες τέτοιες αυγοθήκες θα χρειαστούν;

Πρόβλημα 3:

Έχουμε 35 καραμέλες και θέλουμε να τις μοιράσουμε σε 7 παιδιά. Πόσες καραμέλες θα πάρει το κάθε παιδί;

(ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ)

Πρόβλημα 1:

Ένα εργαστήριο ζαχαροπλαστικής έφτιαξε τη μια μέρα 684 σοκολατάκια και την άλλη 536. Θέλει να τα συσκευάσει σε κουτιά που καθένα χωράει 20 σοκολατάκια. Πόσα κουτιά θα χρειαστεί;

Πρόβλημα 2:

Σε μια θεατρική παράσταση η τιμή του εισιτηρίου είναι για τους ενήλικες 18€ και για τα παιδιά 2€ λιγότερα. Πόσα € θα πληρώσει μια οικογένεια με 3 παιδιά, για να παρακολουθήσει την παράσταση;

Πρόβλημα 3:

Σε 3 τελάρα χωράνε 12 κιλά μήλα. Πόσα κιλά μήλα χωράνε σε 246 τελάρα;

(ΚΛΑΣΜΑΤΑ)

ΠΡΟΣΘΕΣΗ – ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (Πρέπει να είναι ομώνυμα)

$$\alpha) \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{2} =$$

$$\beta) \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \quad (\text{Πρώτα βρίσκουμε το Ε.Κ.Π}(2,4))$$

$$\gamma) \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$\delta) \quad \frac{3}{8} + \frac{7}{10} - \frac{3}{4} =$$

$$\epsilon) \quad \frac{5}{6} + \frac{5}{12} - \frac{5}{12} + \frac{7}{6} =$$

$$\zeta) \quad 1 + \frac{16}{15} - \frac{107}{20} =$$

μεικτός (πρώτα κάνουμε το μεικτό κλάσμα)

$$\eta) \quad 1 \frac{1}{6} + \frac{23}{24} =$$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (Δε χρειάζεται να είναι ομώνυμα.
Πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με
παρονομαστή)

$$\alpha) \quad \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$$

$$\beta) \quad \frac{3}{8} \times \frac{1}{2} =$$

$$\gamma) \quad 5 \times \frac{7}{2} =$$

$$\delta) \quad \frac{5}{8} \times \frac{7}{15} =$$

$$\epsilon) \quad \frac{7}{9} \times 18 =$$

$$\zeta) \quad \frac{15}{2} \times \frac{20}{30} =$$

$$\eta) \quad \frac{11}{4} \times \frac{2}{13} \times \frac{3}{22} =$$

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ (Δε χρειάζεται να είναι ομώνυμα.

Αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό.)

απλοποιούμε το κλάσμα

$$\alpha) \quad \frac{5}{2} : \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{6} = \frac{10:2}{6:2} = \frac{5}{3}$$

$$\beta) \quad \frac{2}{7} : \frac{5}{8} =$$

$$\gamma) \quad \frac{4}{15} : \frac{5}{16} =$$

$$\epsilon) \quad 4 : \frac{8}{5} =$$

$$\zeta) \quad 1\frac{4}{5} : \frac{10}{9} =$$

$$\eta) \quad \frac{10}{17} : \frac{20}{9} =$$

$$\theta) \quad \frac{4}{9} : \frac{5}{6} : \frac{5}{8} =$$

(ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ)

Σειρά των πράξεων:

1) Παρενθέσεις

2) Δυνάμεις

3) Πολλαπλασιασμοί-Διαιρέσεις

4) Προσθέσεις -Αφαιρέσεις

$$\alpha) 6 - (3 - 2) = 6 - 1 = 5$$

$$\beta) 8 - (9 - 4) =$$

$$\gamma) 2 \cdot (5 + 1) =$$

$$\delta) 14 - (9 + 1) =$$

$$\epsilon) (15 - 3^2) : 3 =$$

$$\zeta) 64 : (2^3 \cdot 4) =$$

$$\eta) 25 + 2 \cdot 15 =$$

$$\theta) 10 - \frac{2}{3} \cdot 12 =$$

$$\iota) \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} =$$

$$\kappa) \left(\frac{1}{4} + \frac{10}{7}\right) \cdot \frac{8}{9} =$$

$$\lambda) \frac{1}{6} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) =$$

$$\mu) \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{8}{5}\right) =$$

$$\nu) \left(7 \cdot \frac{1}{4} + 5\right) : 12 =$$

$$\xi) \frac{5}{6} + \frac{3}{8} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) =$$

(ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ)

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$$

$$2,57 = \frac{257}{100}$$

$$0,8 =$$

$$0,5 =$$

$$0,17 =$$

$$1,125 =$$

$$7,43 =$$

$$\frac{3}{2} + 0,7 =$$

$$\frac{10}{3} \times 0,3 =$$

$$\left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right) : \left(0,4 + \frac{2}{5}\right) =$$

$$0,6 : 2 = 0,3$$

$$3,6 : 9 = 0,4$$

$$0,4 : 2 =$$

$$5,6 : 7 =$$

$$4,6 : 2 =$$

$$4,5 : 5 =$$

$$\begin{array}{r|l} 4,28 & 2 \\ \hline & 2,14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5,2 & 8 \\ \hline & 0,65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5,41 & 3 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3,36 & 6 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 3 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2,46 & 0,2 \\ \hline & \end{array} \xrightarrow{\text{πολλαπλασιάζουμε με } 10} \begin{array}{r|l} 24,6 & 2 \\ \hline & 12,3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6,39 & 0,3 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3,24 & 0,08 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8,61 & 2,1 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 75,6 & 0,63 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 46,5 & 1,5 \\ \hline & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 196 & 0,14 \\ \hline & \end{array}$$

$$0,027 \times 10 = 0,27$$

$$0,027 \times 100 = 2,7$$

$$0,027 \times 1000 = 27$$

$$0,086 \times 10 =$$

$$0,086 \times 100 =$$

$$0,086 \times 1000 =$$

$$0,086 \times 10.000 =$$

$$6,4 \times 10 =$$

$$6,4 \times 100 =$$

$$6,4 \times 1000 =$$

$$6,4 \times 10.000 =$$

$$56,4 \times 10 =$$

$$56,4 \times 100 =$$

$$56,4 \times 1000 =$$

$$56,4 \times 10.000 =$$

$$\begin{array}{r} 4,2 \\ + 5,0 \\ \hline 9,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,48 \\ + 2,5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,19 \\ + 1,35 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,3 \\ - 0,21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7,43 \\ - 6,4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8,1 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,5 \\ \times 3 \\ \hline 19,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,4 \\ \times 2,8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 1,3 \\ \hline \end{array}$$

$$45 \left| \begin{array}{r} 1,5 \\ \hline \end{array} \right.$$

$$3,64 \left| \begin{array}{r} 7 \\ \hline \end{array} \right.$$

ΔΙΑΙΡΕΣΕΙΣ ΜΕ ΠΗΛΙΚΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ

1η περίπτωση: Διαίρεση ακέραιου με ακέραιο με πηλίκo δεκαδικό

$$\begin{array}{r|l} 8 & 5 \\ -5 & 1,6 \\ \hline 30 & \\ -30 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

Αν η διαίρεση αφήνει υπόλοιπο ακέραιες μονάδες, βάζουμε δίπλα στο υπόλοιπο το ψηφίο 0 μετατρέποντάς το σε δέκατα και συνεχίζουμε τη διαίρεση. Δεν ξεχνάμε όμως ταυτόχρονα να βάλουμε και υποδιαστολή στο πηλίκo!!

2η περίπτωση: διαίρεση που ο διαιρέτης δεν χωράει στο διαιρετέο

$$\begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ -40 & 0,8 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Αν ο διαιρέτης είναι μεγαλύτερος από τον διαιρετέο, τότε θα βάλουμε στο πηλίκo 0 και υποδιαστολή, ενώ ταυτόχρονα θα μετατρέψουμε το διαιρετέο σε δέκατα προσθέτοντάς του ένα 0.

3η περίπτωση: διαίρεση δεκαδικού με ακέραιο

$$\begin{array}{r|l} 3,5 & 2 \\ -2 & 1,75 \\ \hline 15 & \\ -14 & \\ \hline 10 & \\ -10 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

Όταν έχουμε να διαιρέσουμε δεκαδικό με ακέραιο ξεκινάμε τη διαίρεση κανονικά και μόλις συναντήσουμε την υποδιαστολή, την βάζουμε και στο πηλίκo της διαίρεσης. ΠΡΟΣΟΧΗ! Υποδιαστολή μπαίνει μόνο 1 φορά. Αν χρειαστεί να συνεχίσω τη διαίρεση δεν θα ξαναβάλω!

4η περίπτωση: ο διαιρέτης δεν χωράει στο ακέραιο μέρος του διαιρετέου

$$\begin{array}{r|l} 1,5 & 2 \\ -14 & 0,75 \\ \hline 10 & \\ -10 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

Όταν έχουμε να διαιρέσουμε δεκαδικό με ακέραιο και ο διαιρέτης δεν χωράει στο ακέραιο μέρος του διαιρετέου βάζουμε 0 στο πηλίκo και υποδιαστολή. Στη συνέχεια χωρίζουμε ένα δεκαδικό ψηφίο στο διαιρετέο και συνεχίζουμε τη διαίρεση.

5η περίπτωση: διαίρεση με διαιρετέο και διαιρέτη δεκαδικούς αριθμούς

$$\begin{array}{r|l} 1,55 & 2,5 \\ 15,5 & 25 \\ -150 & 0,62 \\ \hline 50 & \\ -50 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

Όταν ο διαιρέτης είναι δεκαδικός, τότε θα τον πολλαπλασιάσουμε με τον κατάλληλο αριθμό (10, 100 ή 1.000) έτσι ώστε να φύγει η υποδιαστολή και να γίνει ακέραιος! Με τον ίδιο αριθμό θα πολλαπλασιάσουμε και το διαιρετέο.

(ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ)

Να βρεθεί το x

$$x + 2 = 5 \Rightarrow x = 5 - 2 \Rightarrow x = 3$$

(Για να βρούμε το x κάνουμε αφαίρεση)

$$x + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{1}{2} + x = \frac{5}{6}$$

$$x - 3 = 7 \Rightarrow x = 7 + 3 \Rightarrow x = 10$$

(Για να βρούμε το x κάνουμε πρόσθεση)

$$x - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

$$4 - x = 3 \Rightarrow x = 4 - 1 \Rightarrow x = 1$$

(Για να βρούμε το x κάνουμε αφαίρεση)

$$\frac{2}{3} - x = \frac{1}{6}$$

$$2 \cdot X = 6 \Rightarrow X = 6 : 2 \Rightarrow X = 3$$

(Για να βρούμε το x κάνουμε διαίρεση)

$$\frac{1}{3} \cdot X = \frac{1}{9}$$

$$X \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

$$8 : X = 4 \Rightarrow X = 8 : 4 \Rightarrow X = 2$$

(Για να βρούμε το x κάνουμε διαίρεση)

$$\frac{3}{4} : X = \frac{7}{4}$$

$$X : 3 = 4 \Rightarrow X = 4 \cdot 3 \Rightarrow X = 12$$

(Για να βρούμε το x κάνουμε πολλαπλασιασμό)

$$X : \frac{4}{5} = 1$$

(ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΟΝΑΔΑ)

Τα $\frac{2}{5}$ της σοκολάτας ζυγίζουν 50 γραμμάρια. Ο Νίκος έφαγε τα $\frac{4}{5}$.

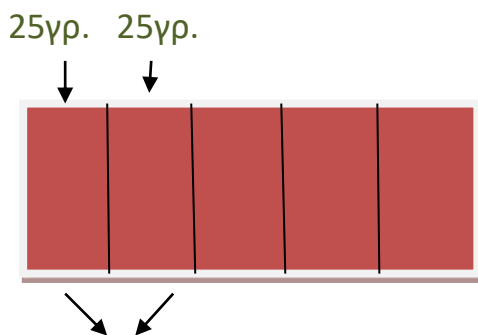
Πόσα γραμμάρια σοκολάτας έφαγε;

Λύση

Από τον παρονομαστή καταλαβαίνουμε ότι η σοκολάτα είναι χωρισμένη σε 5 μέρη.

Γνωρίζουμε ότι τα 2 από τα 5 μέρη είναι 50 γραμμάρια.

Αν βρούμε το 1 μέρος από τα 5 πόσα γραμμάρια είναι, θα μπορέσουμε να βρούμε πόσα γραμμάρια είναι τα 4 μέρη από τα 5.



Τα 2 από τα 5 μέρη δηλαδή τα $\frac{2}{5}$ είναι 50 γραμμάρια, άρα το $\frac{1}{5}$ είναι $50:2=25$ γραμμάρια.

Οπότε τα 4 από τα 5 μέρη, δηλαδή τα $\frac{4}{5}$ είναι $4 \cdot 25 = 100$ γρ.

(ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ)

Το 1 κιλό μπανάνες κοστίζουν 3 ευρώ.



Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Κιλά μπανάνες(x)	1	2	3	15
Ευρώ (y)	3			

Υπολογίστε τους λόγους

$$\frac{3}{1} =$$

$$\frac{\quad}{2} =$$

$$\frac{\quad}{3} =$$

$$\frac{\quad}{15} =$$

Άρα

$$\frac{y}{x} =$$

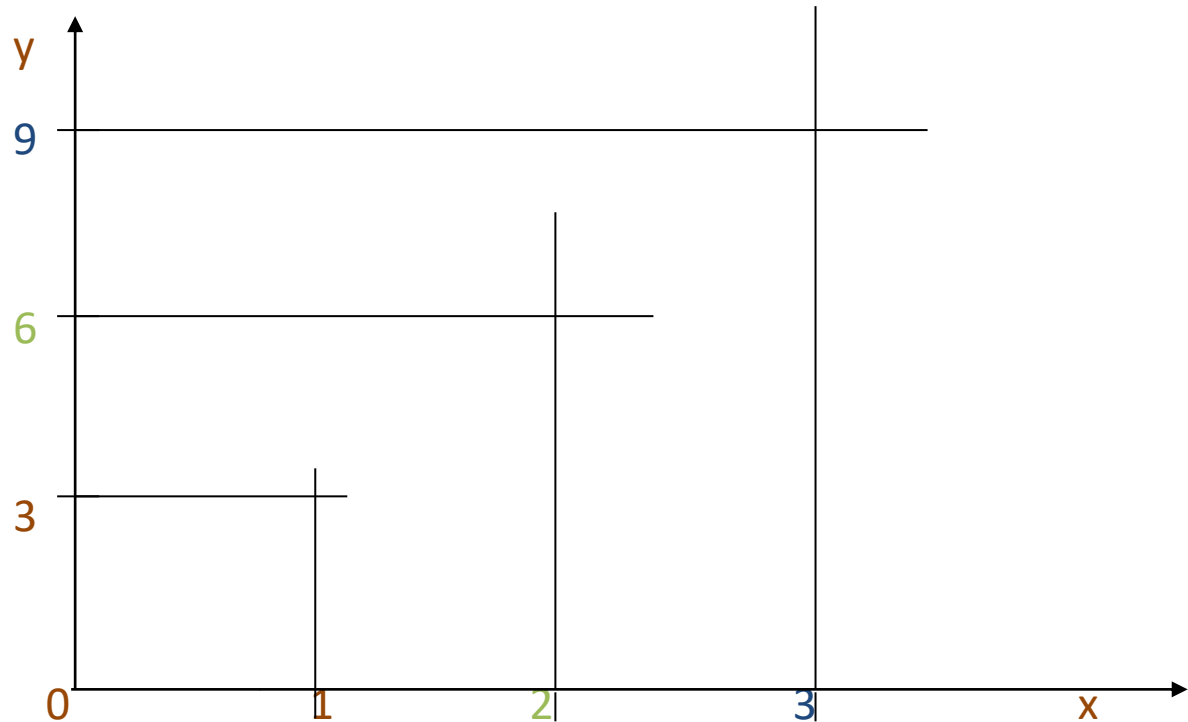
(συντελεστής αναλογίας) , αν κάνουμε

χιαστί στην τελευταία σχέση προκύπτει ότι:

$$y = \dots \cdot x$$

(σχέση αναλόγων ποσών)

Σχεδιάσε τη **γραφική αναπαράσταση** της σχέσης αναλογίας των ποσών x και y , σε ένα ορθογώνιο σύστημα ημιαξόνων.



- Η γραφική παράσταση δύο αναλόγων ποσών είναι μια ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων

Και

- Είναι διχοτόμος της γωνίας που σχηματίζουν οι άξονες.



(ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ)

2 εργάτες χτίζουν ένα σπίτι σε 30 ημέρες.

Οι 4 εργάτες σε πόσες μέρες θα χτίσουν το σπίτι;

- Όταν **αυξάνονται** οι εργάτες,
οι ημέρες εργασίας.....
- Τα ποσά εργάτες και ημέρες
είναι.....

Συμπληρώστε τον πίνακα:

Εργάτες	2	4	6	10
Ημέρες	30			

Υπολογίστε τα γινόμενα:

$$2 \cdot 30 =$$

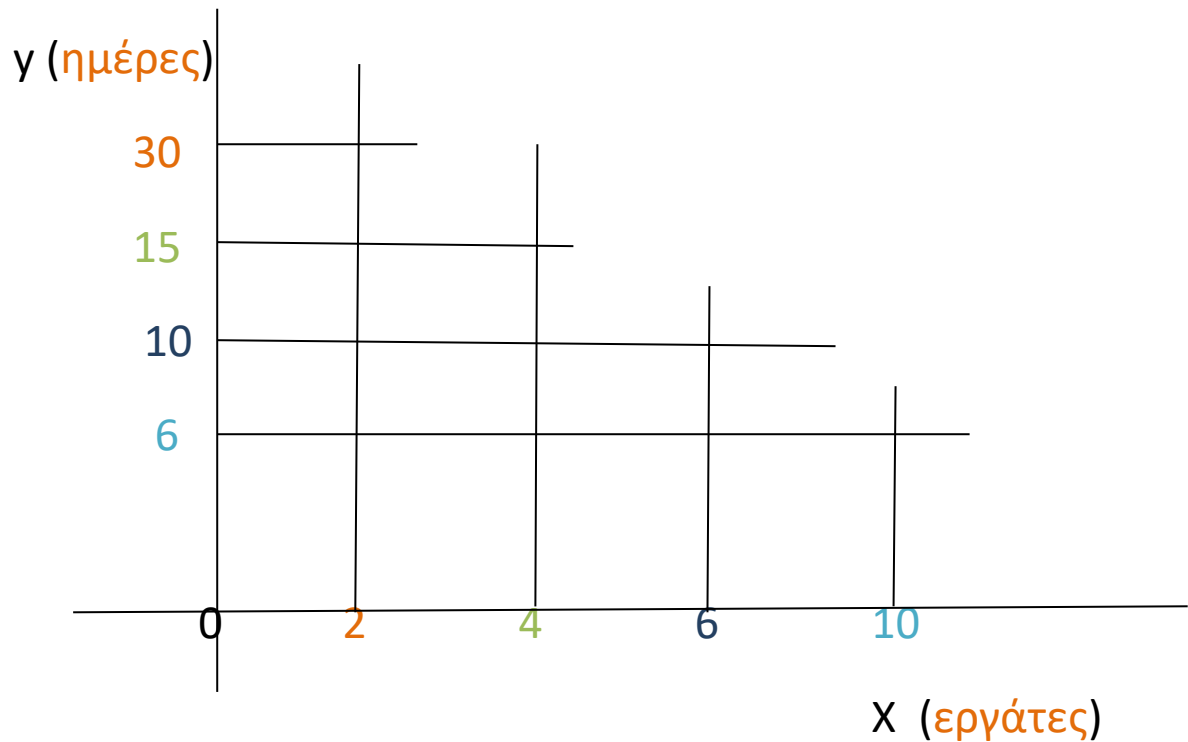
$$4 \cdot \dots =$$

$$6 \cdot \dots =$$

$$10 \cdot \dots =$$

Άρα $y \cdot x =$ (Σχέση αντιστρόφως αναλόγων ποσών)

Σχεδιάστε τη γραφική αναπαράσταση των αντιστρόφων αναλόγων ποσών x και y , σε ένα ορθογώνιο σύστημα ημιαξόνων.



- Η γραφική παράσταση δύο αντιστρόφως αναλόγων ποσών είναι μια καμπύλη που ονομάζεται **υπερβολή**.

(ΠΟΣΟΣΤΑ)

Να βρεθεί το 10% του 500.

Λύση

$$10\% \cdot 500 = \frac{10}{100} \cdot 500 = 50.$$

Πρόβλημα 1:

Να βρεθεί το 20% του 600.

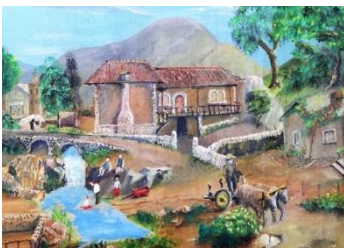
Πρόβλημα 2:

Να βρεθεί το 25% του κιλού.

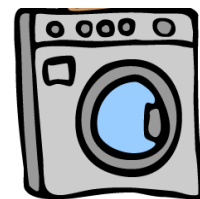
(Το 1 κιλό είναι 1000 γραμμάρια)

Πρόβλημα 3:

Να βρεθεί το 5% των 3.000 κατοίκων μιας κωμόπολης.



‘Το χωριό’ (Χρήστος Στερνιώτης)



Ένα κατάστημα ηλεκτρικών πουλάει τα προϊόντα με κέρδος 20%. Αν ένα πλυντήριο το αγόρασε 900€, πόσα χρήματα κέρδισε;

Λύση

(Για να λύσουμε ασκήσεις με ποσοστά χρησιμοποιούμε την μέθοδο των τριών)

Αρχική Τιμή	100	900
Κέρδος	20	x

$$100 \cdot x = 900 \cdot 20$$

$$100 \cdot x = 18.000$$

$$x = 18.000:100$$

$$x = 180 \text{ € κέρδος.}$$

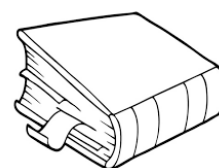
Πρόβλημα 1:

Ένας κύριος αγόρασε ένα ζευγάρι παπούτσια, στην περίοδο των εκπτώσεων. Αν τα παπούτσια είχαν αρχική τιμή 70 €, και το ποσοστό έκπτωσης είναι 30%, πόση έκπτωση έγινε και πόσο αγόρασε τελικά τα παπούτσια.



Πρόβλημα 2:

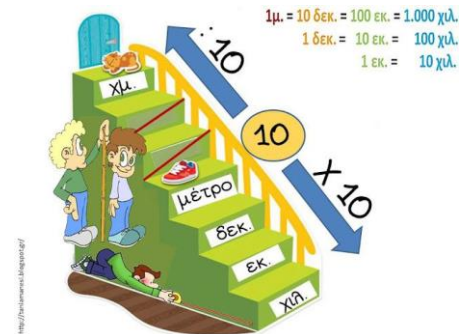
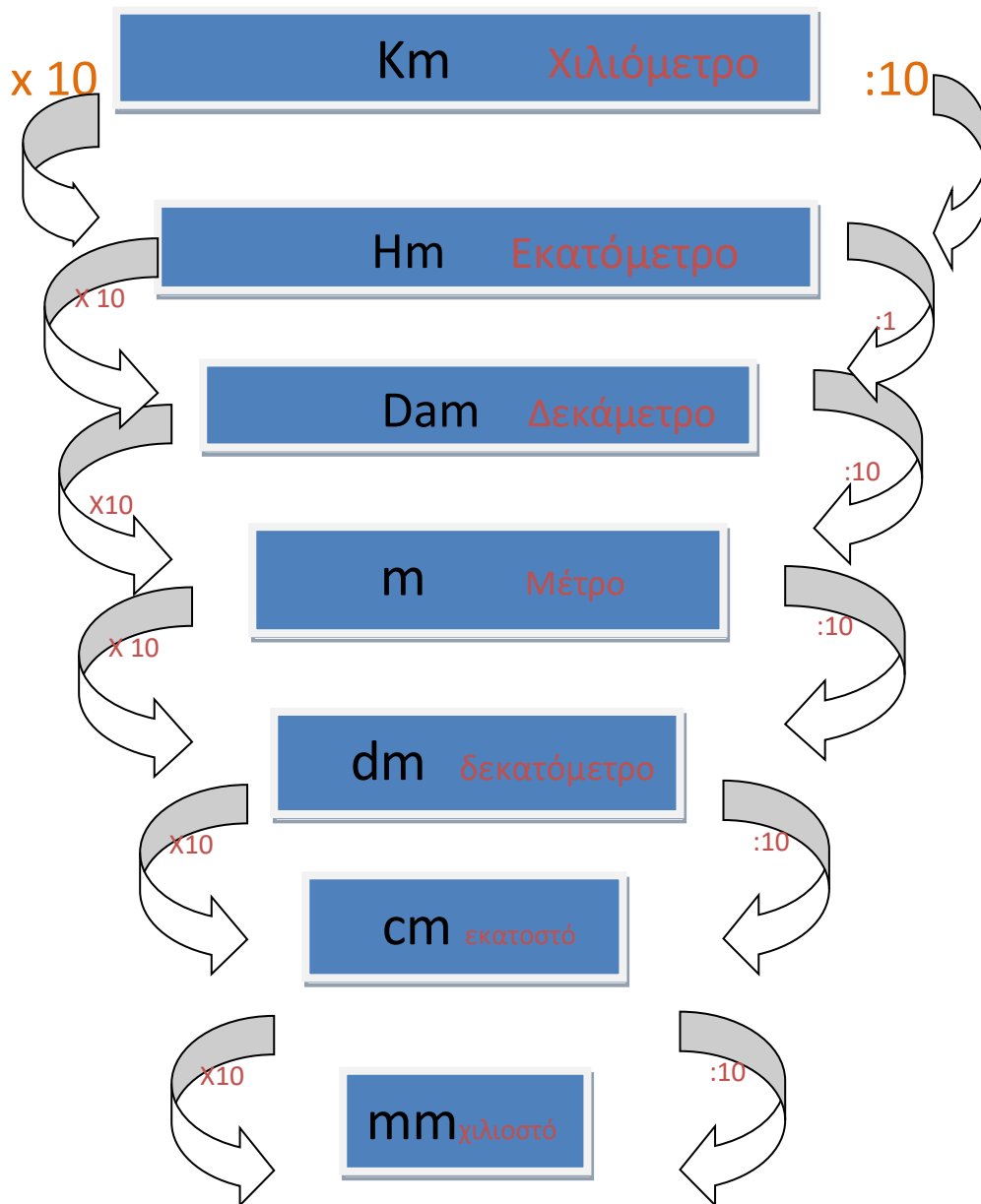
Η τιμή ενός βιβλίου ήταν 35 €. Αν έγινε έκπτωση 15%, πόσο ήταν η τελική τιμή πώλησης;

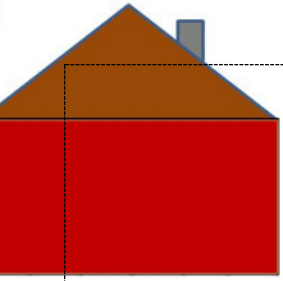




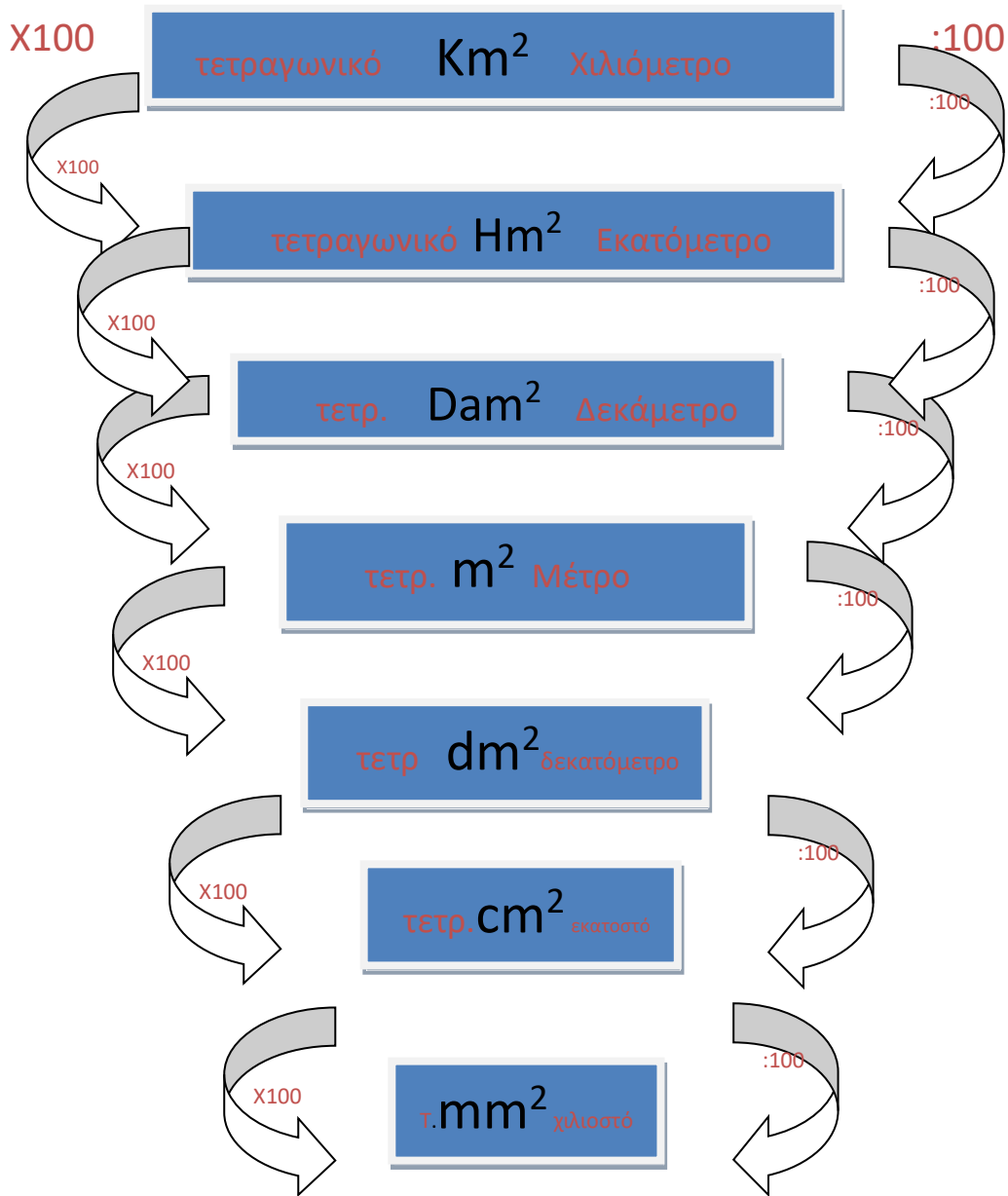
$$3,8 - 1,9 = 1,9$$

Η ΣΚΑΛΑ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ



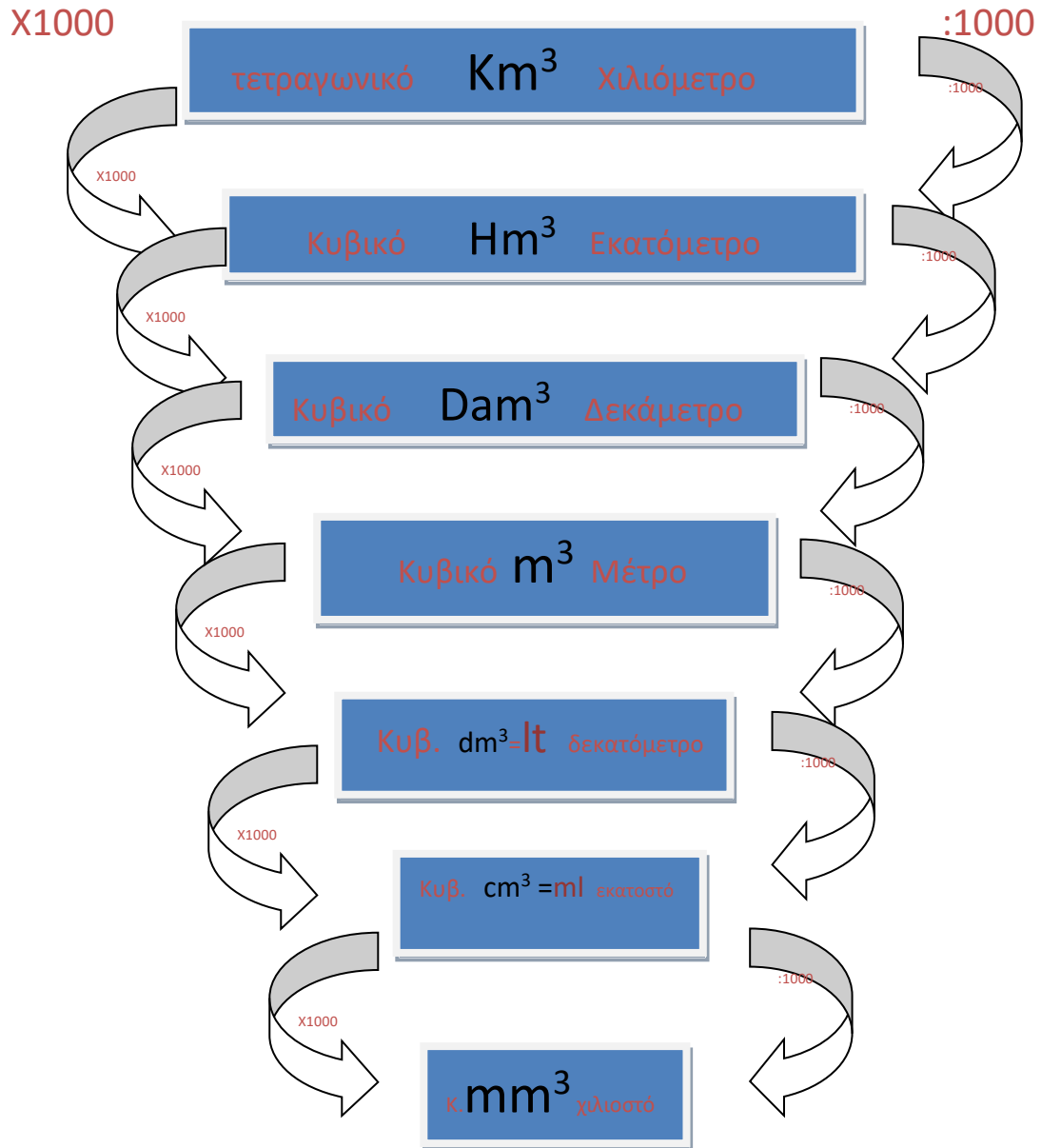
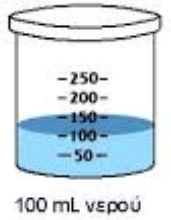


Η ΣΚΑΛΑ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ m^2



1 στρέμμα = $1.000 m^2$

Η ΣΚΑΛΑ ΤΟΥ ΟΓΚΟΥ m^3



$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ lt (λίτρο)}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

Να μετατραπούν :

Τα 2,5m σε cm

Τα 4.500m² σε στρέμματα

Τα 15 lt (λίτρα) σε ml

Αξιοσημείωτα προβλήματα

Πρόβλημα 1 :

Το δάπεδο του Παρθενώνα έχει σχήμα ορθογωνίου με μήκος 69,5 m και πλάτος 3086 cm.

Πόσο είναι η περίμετρος του;

(Περίμετρος είναι το άθροισμα των πλευρών του σχήματος)



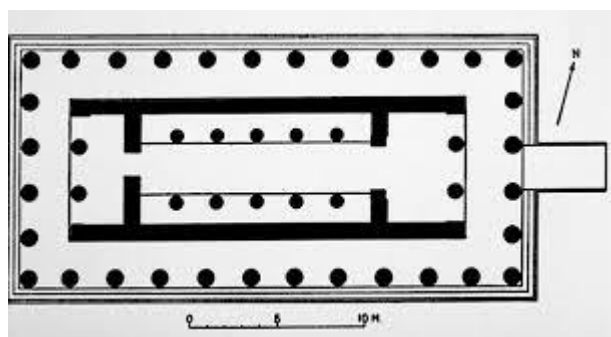
Πόσο είναι το εμβαδόν του;

(Εμβαδόν ορθογωνίου είναι ο πολλαπλασιασμός της βάσης με το ύψος)

Πρόβλημα 2 :

Ο Παρθενώνας είναι ένα μοναδικό έργο της παγκόσμιας αρχιτεκτονικής. Το χτίσιμό του ήταν πολύ δύσκολο επίτευγμα αν σκεφτεί κανείς, ότι οι κολόνες που το απαρτίζουν, είναι τεράστια κομμάτια από μάρμαρο και έχουν μεταφερθεί από την Πεντέλη που βρίσκεται 19 Km μακριά! Οι εξωτερικές κολόνες μόνο, υπολογίζεται ότι ζυγίζουν η καθεμία κατά μέσο όρο 90 τόνους!

Μελετώντας τη παρακάτω κάτοψη του Παρθενώνα, όπου κάθε μαύρος κύκλος παριστάνει μια κολόνα, υπολόγισε το βάρος του μαρμάρου που χρησιμοποιήθηκε για όλες τις εξωτερικές κολόνες.



Πρόβλημα 3 :

Το Γκρήνουιτς (Greenwich) είναι μια περιοχή του Λονδίνου, σε σχέση με την οποία έχει ρυθμιστεί η ώρα όλου του πλανήτη.



Οι χώρες που βρίσκονται στα ανατολικά του Γκρήνουιτς είναι μπροστά μία ώρα και οι χώρες που βρίσκονται στα δυτικά του είναι πίσω μία ώρα. Η Αθήνα βρίσκεται στη ζώνη 'ώρα Γκρήνουιτς +2' (**GMT+2**).

Η πτήση Λονδίνο-Αθήνα διαρκεί 4 ώρες. Αν κάποιος αναχωρήσει από το Λονδίνο στις **9:30**, θα προλάβει την πτήση από Αθήνα για Θεσσαλονίκη στις **14:30**;

Πρόβλημα 3 :

Κάθε κράτος έχει τη δική του νομισματική μονάδα. Στην Ενωμένη Ευρώπη όμως, τα περισσότερα κράτη έχουν κοινή νομισματική μονάδα: το ευρώ €. $1 \text{ €} = 100 \text{ λεπτά}$. Αν θέλουμε να αλλάξουμε τα ευρώ με νομίσματα άλλων κρατών, η τράπεζα θα ελέγξει την ισοτιμία των νομισμάτων.



(Το νόμισμα της Αμερικής είναι το δολάριο $\text{\$}$. $1\text{\$} = 100 \text{ σεντς}$)

Αν η ισοτιμία ευρώ δολαρίου είναι $1\text{€} = 1,2\text{\$}$, να βρείτε πόσα δολάρια είναι τα **152€**

Πρόβλημα 4 :

Για να μεγεθύνουμε ή να σμικρύνουμε ένα σχήμα πρέπει να κρατήσουμε την αναλογία, που έχει το σχέδιο μας με το πραγματικό σχήμα. **Κλίμακα** ονομάζουμε το λόγο, δηλαδή τη σχέση, της απόστασης δύο σημείων του σχεδίου προς την πραγματική απόσταση. Γράφουμε πάντα την κλίμακα πάνω στο σχέδιο, με μορφή διαίρεσης ή κλάσματος.

Αν η απόσταση στο χάρτη,
Ηράκλειο –Βόλος είναι 5,5 cm ,
να βρείτε την πραγματική απόσταση.
αν η κλίμακα είναι 1:6.000.000
(Για να επιλύσουμε ασκήσεις με
Κλίμακα εφαρμόζουμε την
μέθοδο των τριών)



Απόσταση στο χάρτη	5,5	1
Πραγματική απόσταση	x	6.000.000

$$1 \cdot X = 5,5 \cdot 6.000.000$$

$$1 \cdot X = 5,5 \cdot 6.000.000$$

$$1 \cdot X = 33.000.000$$

$$X = 33.000.000:1$$

$$X = 33.000.000 \text{ cm} = 33.000.000: 100.000=330 \text{ Km}$$

$$=330 : 1,85 = 178,4 \text{ ναυτικά μίλια}$$

(1ναυτικό μίλι = 1,85 Km)

Πρόβλημα 5:



Μια οικογένεια έχει μηνιαία έσοδα 1.200 €.

Το 10% των εσόδων αποταμιεύονται και τα υπόλοιπα ξοδεύονται όπως δείχνει το διπλανό κυκλικό διάγραμμα. (α) Να υπολογίσεις πόσα χρήματα ξοδεύει η οικογένεια σε κάθε κατηγορία δαπανών. (β) Τι ποσοστό μηνιαίων εσόδων της αποτελεί κάθε μία κατηγορία δαπανών;

Λύση

α) Για να βρούμε τα χρήματα που αποταμιεύουν κάθε μήνα:

$$10\% \cdot 1200 = \frac{10}{100} \cdot 1200 = 1080\text{€ το μήνα.}$$

Το 30% του 1080 ξοδεύουν για ενοίκιο. Δηλαδή:

$$30\% \cdot 1080 = \frac{30}{100} \cdot 1080 = 324\text{€}$$

Συνεχίστε ομοίως για να υπολογίσετε τα χρήματα που ξοδεύουν για τις υπόλοιπες δαπάνες.

β) Όταν ζητείται 'ποσοστό' φτιάχνω κλάσμα με αριθμητή το ζητούμενο και παρονομαστή τα αρχικά .

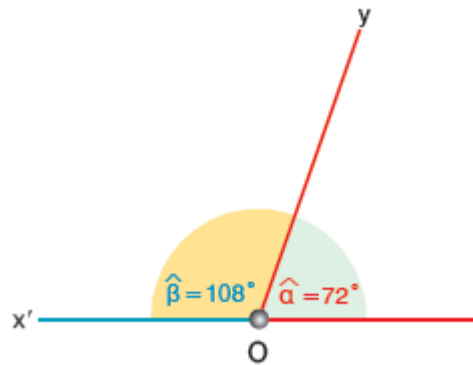
Οπότε το ποσοστό των μηνιαίων εσόδων που ξοδεύουν για ενοίκιο είναι:

$$\frac{\text{χρήματα που δίνουν για ενοίκιο}}{\text{αρχικά μηνιαία έσοδα}} = \frac{324}{1200} = 0,27 = 27\%$$

Συνεχίστε ομοίως στα υπόλοιπα.

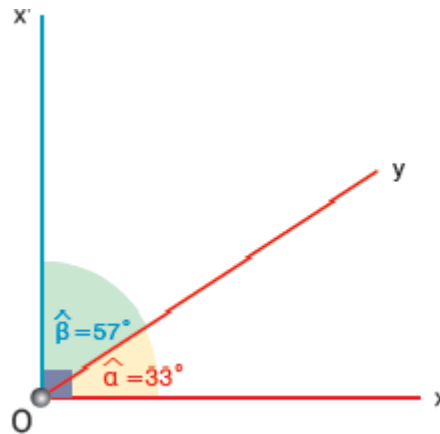


Παραπληρωματικές γωνίες



Παραπληρωματικές ονομάζονται δύο γωνίες
ΠΟΥ.....

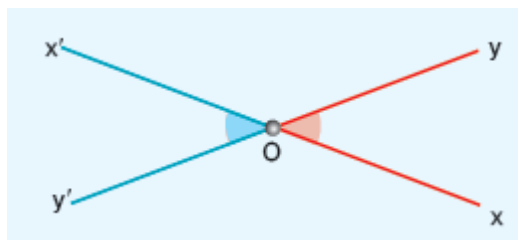
Συμπληρωματικές γωνίες



Συμπληρωματικές ονομάζονται δύο γωνίες
ΠΟΥ.....



Κατακορυφήν γωνίες

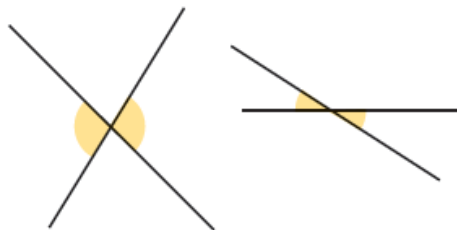


Κατακορυφήν ονομάζονται δύο γωνίες

ΠΟΥ.....

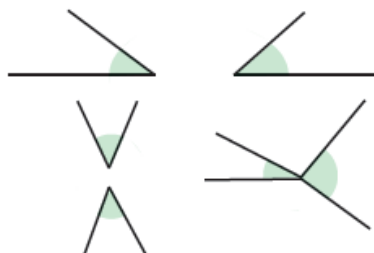
Δύο κατακορυφήν γωνίες είναι

Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις οι γωνίες είναι κατακορυφήν και γιατί;



Είναι κατακορυφήν

Διότι έχουν κοινή κορυφή και οι πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες.



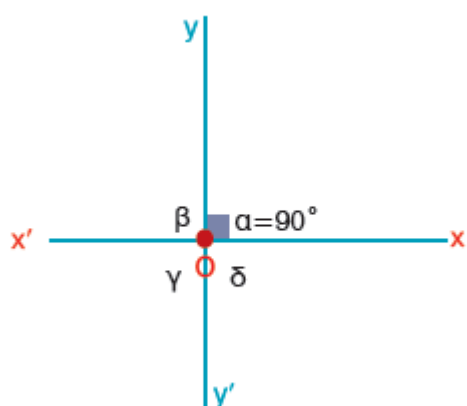
Δεν είναι κατακορυφήν

Διότι ή δεν έχουν κοινή κορυφή ή οι πλευρές τους δεν είναι αντικείμενες ημιευθείες.

Παραδείγματα-Ασκήσεις

Εφαρμογή 5 σελίδα 178 (Σχολικό βιβλίο Α' Γυμνασίου)

Να αποδειχθεί ότι δύο κάθετες ευθείες σχηματίζουν 4 ορθές γωνίες.



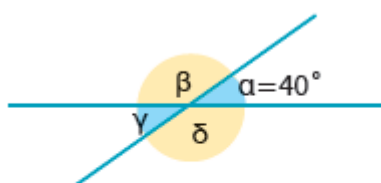
$\hat{\gamma} = \dots$ ωςμε την $\hat{\alpha}$

$\hat{\beta} = \dots$ ωςμε την $\hat{\alpha}$

$\hat{\delta} = \dots$ ωςμε την $\hat{\alpha}$

Εφαρμογή 6 σελίδα 178 (Σχολικό βιβλίο Α' Γυμνασίου)

Να υπολογιστούν οι γωνίες του σχήματος αν είναι $\hat{\alpha} = 40^\circ$



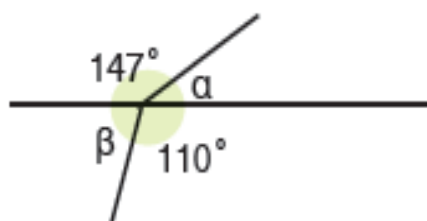
$\hat{\gamma} = \dots$ ωςμε την $\hat{\alpha}$

$\hat{\beta} = \dots$ ωςμε την $\hat{\alpha}$

$\hat{\delta} = \dots$ ωςμε την $\hat{\alpha}$

Άσκηση 7 σελίδα 179 (Σχολικό βιβλίο Α' Γυμνασίου)

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ του σχήματος



$\hat{\alpha} = \dots$ ωςμε την $\hat{\beta}$

$\hat{\beta} = \dots$ ωςμε την $\hat{\alpha}$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η

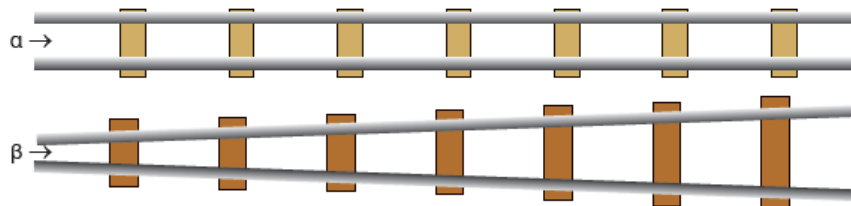
Να βρεις σε ποιο σημείο του δημόσιου αγωγού νερού, στο παρακάτω σχεδιάγραμμα, πρέπει να γίνει η σύνδεση με το σημείο A του σπιτιού, ώστε ο σωλήνας να έχει το μικρότερο δυνατό μήκος.



Απόσταση παραλλήλων

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η

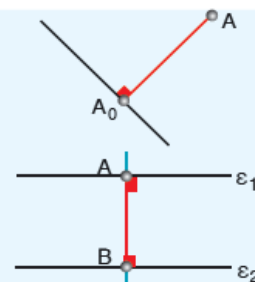
Σε ποια από τις δύο σιδηροτροχιές (α και β) μπορεί να κινηθεί το τρένο, χωρίς να εκτροχιαστεί; Μπορείς να δικαιολογήσεις την απάντησή σου;



Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε



- Απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθυγράμμου τμήματος AA₀ από το σημείο A προς την ευθεία ε.
- Απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών λέγεται το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές, π.χ. το AB.



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η

Στην Τρίπολη της Αρκαδίας γίνεται μια γιορτή, στην οποία είναι καλεσμένοι οι κάτοικοι, που κατοικούν σε απόσταση μικρότερη των 6 Km. Ποιων χωριών οι κάτοικοι θα παρευρεθούν στη γιορτή;



Ο πρωτόγονος άνθρωπος για να μη χάσει την κασίκα του την έδεσε με ένα σχοινί, σ' ένα ξύλινο πάσσαλο, μέσα στο λιβάδι.

Όταν γύρισε να την πάρει είδε ότι η κασίκα είχε βοσκήσει εκείνο το μέρος του λιβαδιού που της επέτρεπε το μήκος του σχοινοῦ να φθάσει. Έτσι, όλα τα χόρτα που απείχαν μικρότερη ή ίση απόσταση από το σχοινί, που ήταν δεμένη, είχαν φαγωθεί.

- Ποια γεωμετρική έννοια χαρακτηρίζει την περιοχή της οποίας το χορτάρι φαγώθηκε;

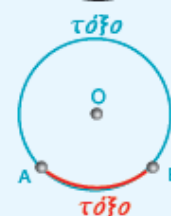
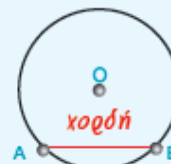


- Κύκλος λέγεται το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο O .
- Η απόσταση αυτή συμβολίζεται με ρ και λέγεται ακτίνα του κύκλου. Το σημείο O λέγεται κέντρο του κύκλου.
- ◆ Ένας κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ , συμβολίζεται με συντομία (O, ρ) .
- ◆ Για να σχεδιάσουμε έναν κύκλο χρησιμοποιούμε τον διαβήτη.

▶ Δύο κύκλοι με ακτίνες ίσες είναι ίσοι.

Επίσης:

- Το ευθύγραμμο τμήμα AB , που συνδέει δύο σημεία A και B του κύκλου, λέγεται χορδή του κύκλου.
- Ειδικά η χορδή που περνάει από το κέντρο του κύκλου λέγεται διάμετρος του κύκλου.
 - ▶ Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου, είναι διπλάσια από την ακτίνα του κύκλου και χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη (ημικύκλια).
- Δύο σημεία A και B του κύκλου τον χωρίζουν σε δύο μέρη που το καθένα λέγεται τόξο του κύκλου με άκρα τα A και B .
- Κυκλικός δίσκος (O, ρ) είναι ο κύκλος (O, ρ) μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει.
 - ▶ Όλα τα σημεία του κυκλικού δίσκου απέχουν από το κέντρο O απόσταση μικρότερη ή ίση με την ακτίνα ρ .

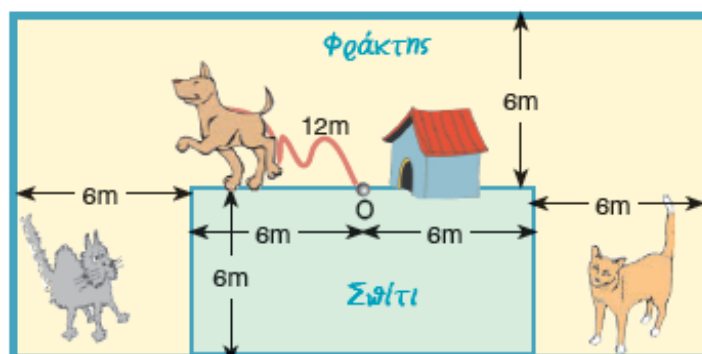


Δραστηριότητα σελίδα 189

1.

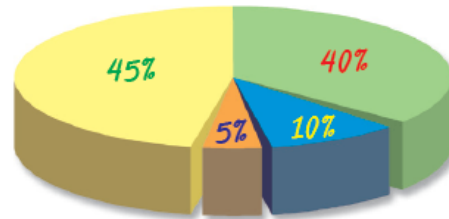


Ένας σκύλος είναι δεμένος με μια αλυσίδα μήκους 12 m , όπως φαίνεται στο σχήμα. Να μεταφέρεις το διπλανό σχήμα στο τετράδιο σου και να βρεις, χρωματίζοντας την περιοχή την οποία μπορεί να κινηθεί ο σκύλος. Επίσης, να βρεις σε ποιες περιοχές της αυλής του σπιτιού μπορούν να σταθούν οι γάτες, χωρίς να κινδυνεύουν από τον σκύλο;



Επίκεντρη γωνία

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τα ποσοστά που πήραν τέσσερα κόμματα στις εκλογές. Μπορείς να βρεις σε πόσες μοίρες αντιστοιχεί κάθε φέτα της πίτας;

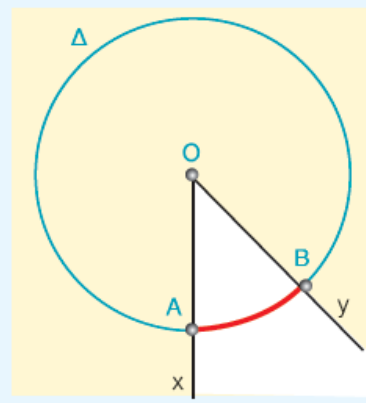
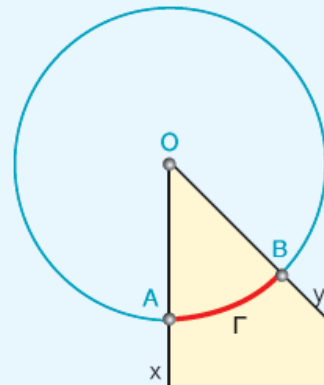


- Κατασκευάζουμε έναν κύκλο (O, ρ) και μια γωνία \widehat{xOy} , της οποίας η κορυφή συμπίπτει με το κέντρο O του κύκλου. Η γωνία αυτή λέγεται επίκεντρη γωνία.



Αν η πλευρά Ox της γωνίας \widehat{xOy} τέμνει τον κύκλο στο σημείο A και η πλευρά Oy στο σημείο B , τότε:

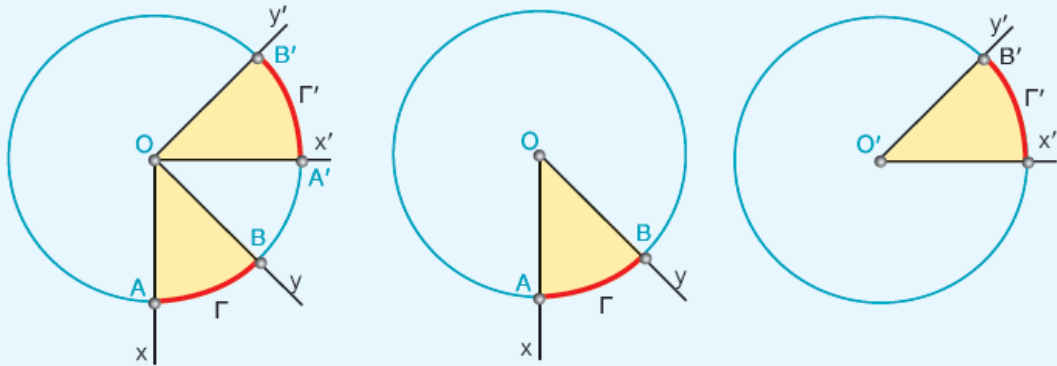
- Το τόξο $\widehat{A\Gamma B}$ που βρίσκεται στο εσωτερικό της κυρτής γωνίας \widehat{xOy} λέγεται αντίστοιχο τόξο της επίκεντρης γωνίας \widehat{xOy} .
- Το τόξο $\widehat{A\Delta B}$ που βρίσκεται στο εσωτερικό της μη κυρτής γωνίας \widehat{xOy} είναι κι αυτό αντίστοιχο τόξο της μη κυρτής επίκεντρης γωνίας \widehat{xOy} .



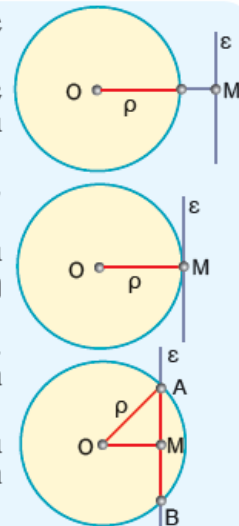
- ▶ Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσες επίκεντρες γωνίες έχουν ίσα αντίστοιχα τόξα.

Και αντίστροφα:

- ▶ Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσα τόξα έχουν ίσες τις επίκεντρες γωνίες τους.

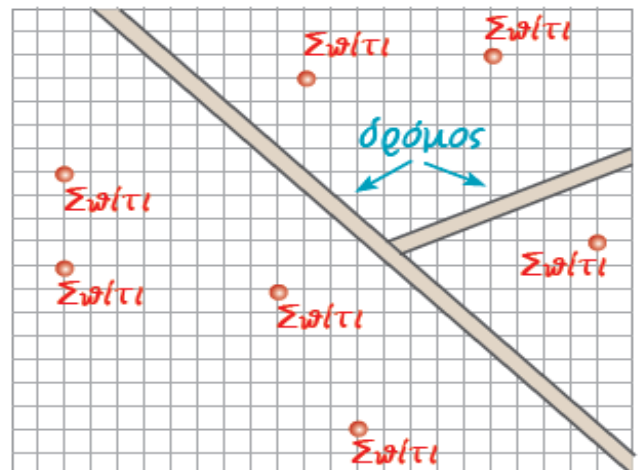


- Όταν ευθεία και κύκλος δεν έχουν κανένα κοινό σημείο λέμε ότι η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.
- ▶ Όταν η απόσταση OM του κέντρου O από την ευθεία ε είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα ρ ($OM > \rho$), η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.
- Όταν ευθεία και κύκλος έχουν ένα μόνο κοινό σημείο M , η ευθεία λέγεται εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο M .
- ▶ Όταν η απόσταση OM του κέντρου O από την ευθεία ε είναι ίση με την ακτίνα ρ ($OM = \rho$), η ευθεία είναι εφαπτομένη του κύκλου στο M .
- Όταν ευθεία και κύκλος έχουν δύο κοινά σημεία A και B , η ευθεία λέγεται τέμνουσα του κύκλου ή λέμε ότι η ευθεία τέμνει τον κύκλο στα A και B .
- ▶ Όταν η απόσταση OM του κέντρου O από την ευθεία ε είναι μικρότερη από την ακτίνα ρ ($OM < \rho$), η ευθεία είναι τέμνουσα του κύκλου.



1.

Μια επιχείρηση αποφάσισε να κατασκευάσει ένα εργοστάσιο σε μια αγροτική περιοχή που επιλέγει για τον σκοπό αυτό. Η πλευρά κάθε τετραγώνου του διπλανού σχήματος, αντιπροσωπεύει απόσταση 100 m. Το εργοστάσιο πρέπει να βρίσκεται τουλάχιστον σε ακτίνα 600 m μακριά από τα σπίτια (Σ). Επίσης πρέπει να απέχει το λιγότερο 300 m από την άκρη του δρόμου. Να αντιγράψεις σε τετραγωνισμένο χαρτί το σχήμα και να χρωματίσεις τις περιοχές όπου μπορεί να κατασκευαστεί το εργοστάσιο.



Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος

Σελίδα 206

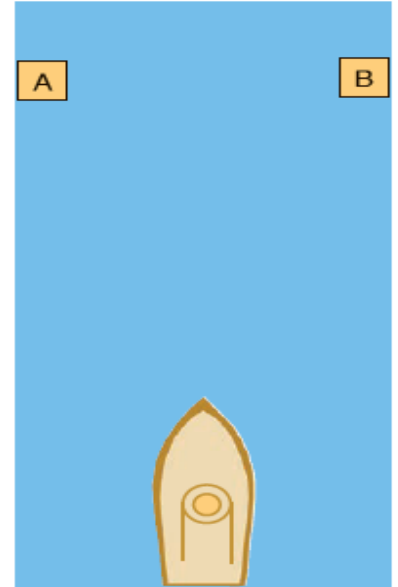


ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ο καπετάνιος του πλοίου προσπαθεί να κρατήσει την πορεία του πλοίου το ίδιο μακριά από τις βάσεις A και B της γέφυρας, επειδή η στενότητα του περάσματος, ο αέρας και η γνωστή παλίρροια του Ευβοϊκού κόλπου επιδρούν στην πορεία των караβιών και κάνουν τη διέλευση επικίνδυνη.

Μπορείς να υποδείξεις την πορεία που πρέπει να έχει ένα πλοίο για να περάσει με ασφάλεια το στενό του Ευρίππου;

- Τι είναι η πορεία του πλοίου σε σχέση με το ευθύγραμμο τμήμα AB ;
- Τι είναι τα σημεία A και B μεταξύ τους σε σχέση με την πορεία του πλοίου;
- Ποια σημαντική ιδιότητα πρέπει να έχουν τα σημεία της πορείας αυτής;



Θνημόμαστε - Μαθαίνουμε



- Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος λέγεται η ευθεία που είναι κάθετη προς αυτό και διέρχεται από το μέσον του.
- ▶ Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος έχει ίσες αποστάσεις (ισαπέχει) από τα άκρα του.
- ▶ Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετό του.
- ▶ Η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι άξονας συμμετρίας του.

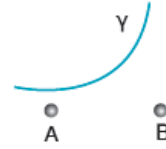


Κατά τον Ευκλείδη οι Κατασκευές, στηρίζονται σε τρεις κανόνες (“αιτήματα”).

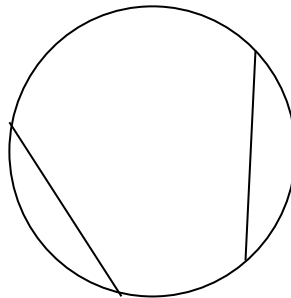
- Από δύο σημεία να διέρχεται μία μόνο ευθεία.
- Ένα ευθύγραμμο τμήμα προεκτείνεται απεριόριστα.
- Ο κύκλος ορίζεται με ένα σημείο (κέντρο) και ένα ευθύγραμμο τμήμα (ακτίνα).

Άσκηση 4 σελίδα 209

4. Στο διπλανό σχήμα η καμπύλη γραμμή γ παριστά τμήμα της διαδρομής του αστικού λεωφορείου. Οι κάτοικοι των οικισμών A και B αποφάσισαν να κατασκευάσουν μια στάση, που να απέχει εξίσου από τους δύο οικισμούς. Βρες το κατάλληλο σημείο της διαδρομής και δικαιολόγησε τη λύση που θα δώσεις.



1. Σχεδίασε έναν κύκλο με ένα νόμισμα. Πώς μπορείς να βρεις το κέντρο του;



Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από άλλη ευθεία



Στη διπλανή εικόνα βλέπουμε έναν δημόσιο δρόμο να διασχίζει δύο αγροκτήματα.

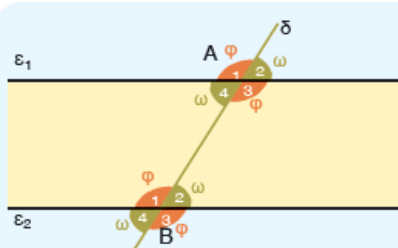
Οι παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 ορίζουν τα όρια του δρόμου αυτού και χωρίζουν τη γη σε τρεις ζώνες.

Δώσε μια συγκεκριμένη κοινή ονομασία για όλα τα σημεία που βρίσκονται στην άσφαλτο του δρόμου, δηλαδή στη ζώνη ανάμεσα στις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 , καθώς και μία άλλη κοινή ονομασία για όλα τα σημεία που βρίσκονται έξω απ' αυτή, δηλαδή στα χωράφια.



Στην ίδια εικόνα υπάρχει ένας χωματόδρομος που χωρίζει τα δύο αγροκτήματα και ορίζει μια ευθεία δ που είναι το σύνορο μεταξύ τους.

- Πώς μπορείς να δώσεις μια κοινή ονομασία σε όλα τα σημεία που ανήκουν στο ίδιο και μόνο αγρόκτημα;



• Οι γωνίες που βρίσκονται ανάμεσα στις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 ονομάζονται “εντός” (των ευθειών) και όλες οι άλλες “εκτός”.
 $\hat{A}_3, \hat{A}_4, \hat{B}_1, \hat{B}_2$ είναι “εντός” και
 $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{B}_3, \hat{B}_4$ είναι “εκτός”



• Οι γωνίες που βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της ευθείας δ ονομάζονται “επί τα αυτά” (μέρη της ευθείας).

$\hat{A}_2, \hat{A}_3, \hat{B}_2, \hat{B}_3$ είναι “επί τα αυτά” και
 $\hat{A}_1, \hat{A}_4, \hat{B}_1, \hat{B}_4$ είναι “επί τα αυτά”

• Δύο γωνίες που βρίσκονται η μία στο ένα κι η άλλη στο άλλο ημιεπίπεδο της ευθείας δ , λέγονται μεταξύ τους “εναλλάξ”.

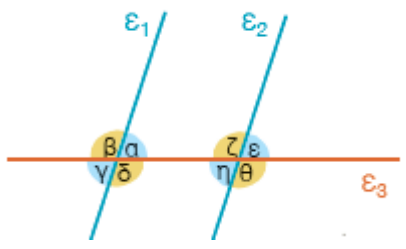
π.χ. η \hat{A}_4 με την \hat{B}_2 είναι “εναλλάξ” αλλά και η \hat{A}_2 με την \hat{B}_1 είναι “εναλλάξ” κοκ.

◆ Από τον συνδυασμό των παραπάνω προκύπτει ότι θα έχουμε τις παρακάτω έξι ονομασίες για τα 16 διαφορετικά ζευγάρια των γωνιών.

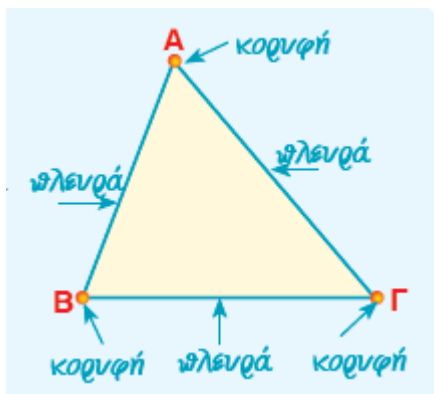
- | | | |
|---------------------------|-----|---------------------------------|
| (α) εντός εναλλάξ | και | (β) εκτός εναλλάξ |
| (γ) εντός και επί τα αυτά | και | (δ) εκτός και επί τα αυτά |
| (ε) εντός - εκτός εναλλάξ | και | (στ) εντός - εκτός επί τα αυτά. |

Εφαρμογή 2 σελίδα 216

Στο παρακάτω σχήμα είναι $\epsilon_1 // \epsilon_2$. Να υπολογίσετε όλες τις γωνίες, που είναι σημειωμένες, αν είναι: $\hat{\alpha} = 40^\circ$



Στοιχεία τριγώνου



Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες .



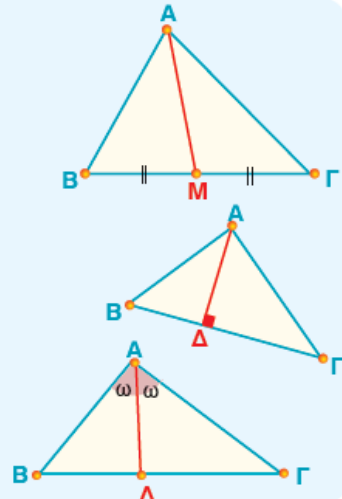
Πλευρές κάθετες	Όχι κάθετες πλευρές	
Μία γωνία ορθή	Μία γωνία μεγαλύτερη της ορθής	Όλες οι γωνίες μικρότερες της ορθής
Ορθογώνιο	Αμβλυγώνιο	Οξυγώνιο

Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές .

Ισότητα πλευρών		Ανισότητα πλευρών
Τρεις πλευρές ίσες	Δύο πλευρές ίσες	Όλες οι πλευρές άνισες
Ισόπλευρο	Ισοσκελές	Σκαληνό

Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου

- Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς, λέγεται διάμεσος.
- Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται ύψος του τριγώνου.
- Το ευθύγραμμο τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας ενός τριγώνου που φέρνουμε από μια κορυφή και καταλήγει στην απέναντι πλευρά, λέγεται διχοτόμος του τριγώνου.

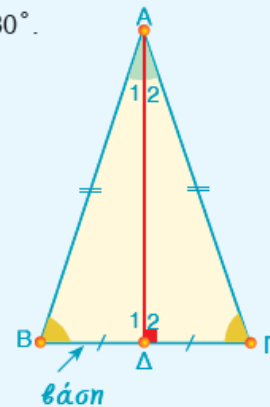


Άθροισμα γωνιών τριγώνου

- ▶ Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$.

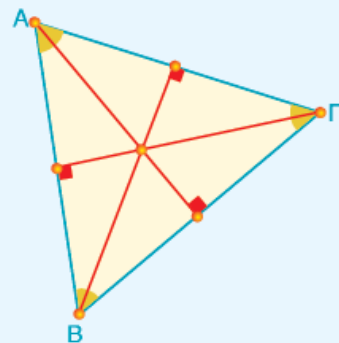
Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύει ότι:

- ▶ Η ευθεία της διαμέσου, που αντιστοιχεί στη βάση είναι άξονας συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.
- ▶ Η διάμεσος, που αντιστοιχεί στη βάση είναι ύψος και διχοτόμος.
- ▶ Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς είναι ίσες.



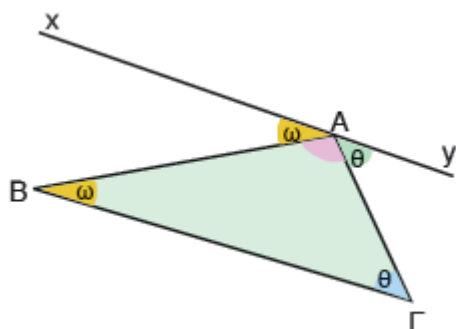
Σε κάθε ισοπλευρο τρίγωνο ισχύει ότι:

- ▶ Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
- ▶ Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- ▶ Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.



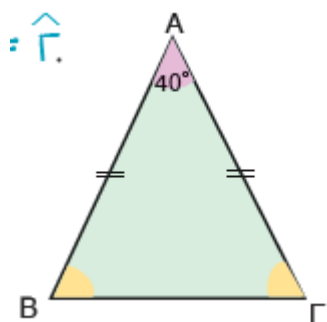
Εφαρμογή 1 σελίδα 222

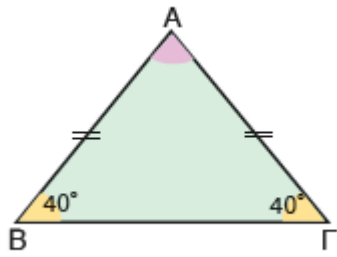
Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° .



Άσκηση 6 σελίδα 223

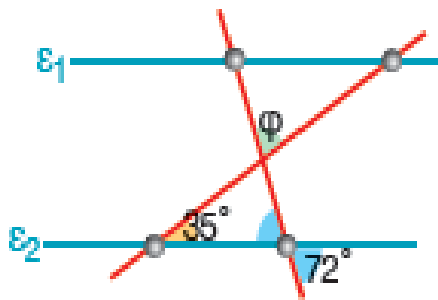
Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών ενός ισοσκελούς τριγώνου, αν είναι γνωστό μόνο ότι το μέτρο μιας γωνίας είναι 40° .





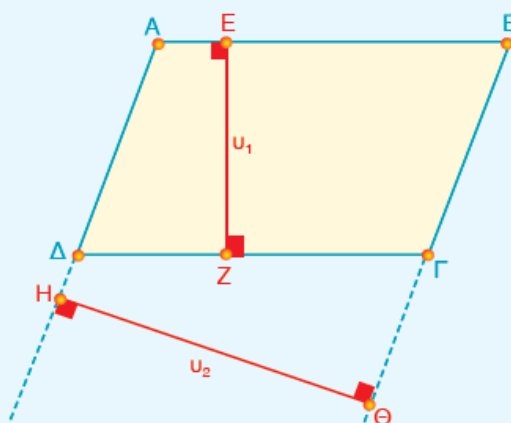
Άσκηση 5 σελίδα 224

Στο παρακάτω σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\varphi}$.



Παραλληλόγραμμο-Ορθογώνιο-Ρόμβος-Τετράγωνο-Τραπέζιο-Ισοσκελές τραπέζιο.

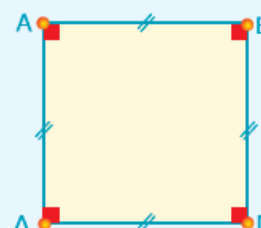
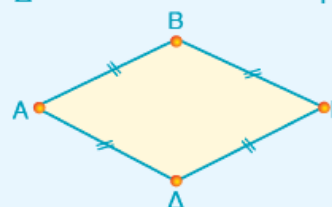
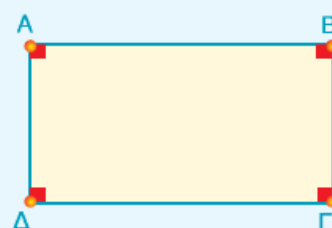
- Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, δηλαδή $ΑΒ//ΓΔ$ και $ΑΔ//ΒΓ$.
- Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να ονομαστεί βάση του παραλληλογράμμου.
- Η απόσταση της βάσης από την απέναντι πλευρά λέγεται ύψος του παραλληλογράμμου.



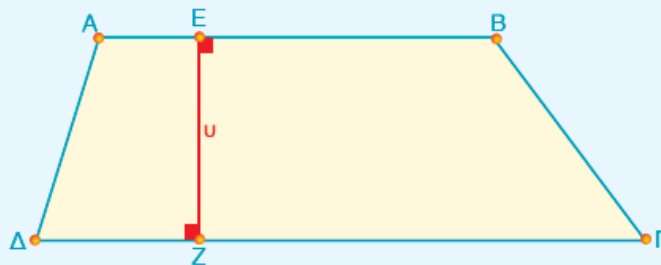
Για τις βάσεις $ΑΒ$ και $ΓΔ$ ύψος είναι το $ΕΖ$, ενώ για τις βάσεις $ΑΔ$ και $ΒΓ$ ύψος είναι το $ΗΘ$.

Ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμων

- Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές λέγεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή απλά ορθογώνιο.
- Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται ρόμβος.
- Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται τετράγωνο.



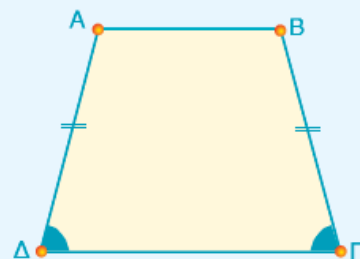
- Το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ του οποίου μόνο δύο πλευρές είναι παράλληλες λέγεται τραπέζιο.
- Οι παράλληλες πλευρές $ΑΒ, ΓΔ$ ($ΑΒ//ΓΔ$) του τραpezίου λέγονται βάσεις του τραpezίου.
- Η απόσταση των βάσεων λέγεται ύψος του τραpezίου.



Η απόσταση των βάσεων $ΑΒ$ και $ΓΔ$ είναι το ύψος $ΕΖ$.

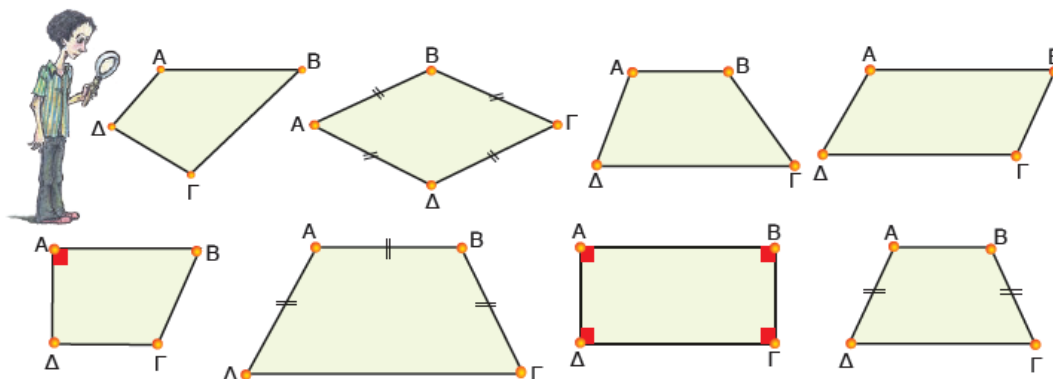
- Αν ένα τραπέζιο έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες λέγεται ισοσκελές τραπέζιο.

Είναι $ΑΔ = ΒΓ$



Δραστηριότητα σελίδα 228

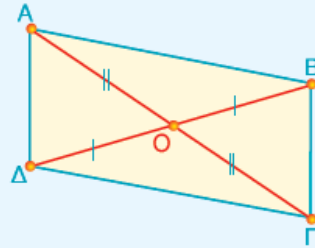
- Προσπάθησε να χωρίσεις τα πιο κάτω τετράπλευρα σε ομάδες.
- Δώσε από ένα όνομα στο καθένα.
- Προσπάθησε να δικαιολογήσεις τον χωρισμό σε ομάδες που έκανες.



Ιδιότητες του ορθογώνιου και πλάγιου παραλληλογράμμου

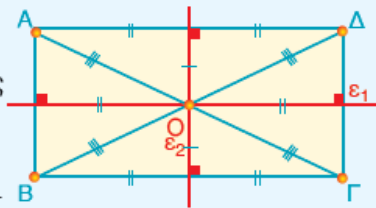


- ▶ Σε κάθε παραλληλόγραμμο το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι κέντρο συμμετρίας του.
- ▶ Οι διαγωνίες του διχοτομούνται (κάθε μία περνάει από το μέσον της άλλης).
- ▶ Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
- ▶ Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.



Στο ορθογώνιο:

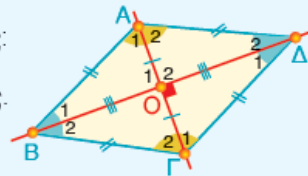
- ▶ Οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
- ▶ Οι διαγωνίες του είναι ίσες και διχοτομούνται.



Ιδιότητες του ρόμβου

Εκτός των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου έχει ακόμα και τις εξής:

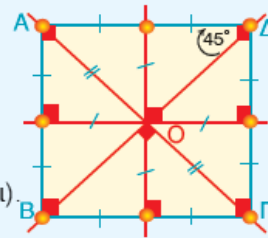
- ▶ Οι ευθείες των διαγωνίων είναι άξονες συμμετρίας.
- ▶ Οι διαγωνίες είναι κάθετες (και διχοτομούνται).
- ▶ Οι διαγωνίες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.



Ιδιότητες του τετραγώνου

Εκτός των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου έχει ακόμα και τις εξής:

- ▶ Οι ευθείες των διαγωνίων του και οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
- ▶ Οι διαγωνίες του είναι ίσες, κάθετες (και διχοτομούνται).
- ▶ Οι διαγωνίες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.



Ιδιότητες του ισοσκελούς τραπεζίου

- ▶ Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι άξονας συμμετρίας και μεσοκάθετος στις βάσεις του.
- ▶ Οι προσκείμενες σε κάθε βάση γωνίες του είναι ίσες.

