

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
7 Νοεμβρίου 2025
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{(-5)^2 - (-3)^2}{(-4)^2} \right)^{2025} - \frac{43}{21} \quad \text{και} \quad B = ((10 - 5)^2 + (-2)^3 - 18)^{2024} - \frac{63}{31},$$

και να συγκρίνετε τους αριθμούς A και B.

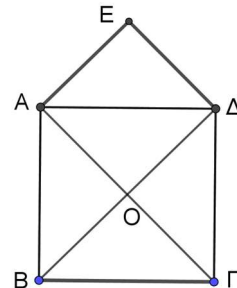
Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Οι θετικοί ακέραιοι α, β , με $\alpha \leq \beta$, έχουν μέγιστο κοινό διαιρέτη 15 και ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο 60. Να προσδιορίσετε τις δυνατές τιμές των α, β .

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ABΓΔ είναι τετράγωνο και O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΔ και ΑΕ είναι παράλληλα. Επίσης, τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΔΕ είναι παράλληλα.

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΟΔΕ είναι τετράγωνο.

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες****Καλή επιτυχία!**



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
7 Νοεμβρίου 2025
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = \left(\left(-\frac{18}{3} \right)^2 + \frac{(-2)^2}{3^2} \right) \cdot \frac{1}{78} - \frac{2}{3},$$

$$B = \frac{(-18)^8}{3^8} - \left(-\frac{1}{6} \right)^{-8} - \frac{25}{117}.$$

και να συγκρίνετε τους αριθμούς A και B.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Δίνονται οι θετικοί ακέραιοι αριθμοί

$$A = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma, \quad B = \overline{\beta\gamma} = 10\beta + \gamma, \quad \Gamma = \overline{\alpha\beta} = 10\alpha + \beta, \text{ με } \alpha, \beta \neq 0.$$

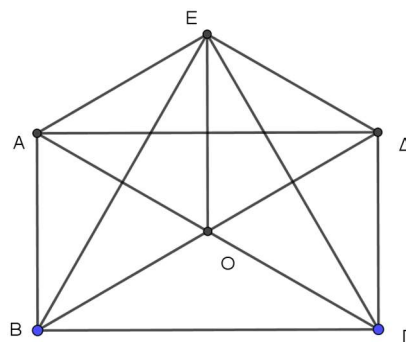
Αν ο αριθμός A είναι πολλαπλάσιο του 3, να προσδιορίσετε όλες τις δυνατές τιμές του A για τις οποίες ισχύει η ισότητα:

$$A = B + 8\Gamma.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ABΓΔ είναι ορθογώνιο και O είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του. Η ευθεία ΑΕ είναι παράλληλη προς την ευθεία ΒΔ και η ευθεία ΕΔ είναι παράλληλη προς την ευθεία ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

1. Το τετράπλευρο ΑΟΔΕ είναι ρόμβος.
2. $EB = EG$.



Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
7 Νοεμβρίου 2025
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Να βρείτε όλους τους θετικούς ακέραιους A οι οποίοι είναι 2025 φορές μεγαλύτεροι από το τελευταίο ψηφίο τους.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Αν οι πραγματικοί αριθμοί x, y ικανοποιούν την ισότητα:

$$4x^2 + 9y^2 + x^2y^2 + 18xy - 4x - 6y + 10 = 0,$$

να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = 8x^3 + 27y^3.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι

$$\widehat{A} = 120^\circ \text{ και } A\Gamma = 2 \cdot AB.$$

Αν η μεσοκάθετος της πλευράς AB τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Δ , να βρεθεί ο λόγος $\frac{A\Delta}{\Delta\Gamma}$.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
7 Νοεμβρίου 2025
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Αν οι a, b είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί και η εξίσωση

$$3x^2 - 2(2a + b)x + 2a^2 + 2ab + b^2 - 1 = 0,$$

με άγνωστο το x , έχει λύση στους πραγματικούς αριθμούς, να αποδείξετε ότι:

$$(1). \quad a^2 + ab + b^2 \leq \frac{3}{2} \quad \text{και} \quad (2). \quad a + b \leq \sqrt{2}.$$

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB < BG$, και σημεία Ε και Ζ στις πλευρές ΑΔ και ΓΔ, αντίστοιχα, τέτοια ώστε τα τρίγωνα ΒΑΕ και ΒΓΖ να έχουν το ίδιο εμβαδό. Αν επιπλέον ισχύει ότι $AB^2 = AE \cdot AD$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΕΖ είναι ορθογώνιο.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Ο Γιώργος μοίρασε διαδοχικά 150 μπίλιες σε 10 κουτιά $K_1, K_2, \dots, K_{10}$, με αυτή τη σειρά, στα οποία έβαλε $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ μπίλιες, αντίστοιχα, όπου $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ θετικοί ακέραιοι. Ξεκινώντας να βάζει μπίλιες από το κουτί K_1 , σε κάθε επόμενο κουτί έβαζε περισσότερες μπίλιες από το προηγούμενο. Αν ο αριθμός από μπίλιες που έβαλε στο πρώτο κουτί είναι μεγαλύτερος ή ίσος από το μισό του αριθμού από μπίλιες που έβαλε στο δέκατο κουτί, να βρεθεί πόσες μπίλιες έβαλε στο έκτο κουτί.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
7 Νοεμβρίου 2025

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Έστω $(a_n)_{n \geq 1}$ μία αριθμητική πρόοδος τέτοια ώστε $a_{m+n} = 103$ και $a_{m-n} = 49$, για κάποιους θετικούς ακέραιους $m > n$. Να βρεθεί η τιμή της διαφοράς $a_{na_m} - a_n$.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι x, y για τους οποίους ισχύει:

$$11x^2y^2 - y^4 - 25x^4 + 7 = 0.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $B\Gamma = \lambda \cdot AB$, για κάποιο $\lambda > 1$, και σημεία Ε και Ζ στις πλευρές ΑΔ και ΓΔ, αντίστοιχα, τέτοια ώστε η ευθεία ΕΖ να είναι παράλληλη προς την ευθεία ΑΓ και $\widehat{B\hat{E}Z} = 90^\circ$.

Να βρείτε το λόγο των εμβαδών $\frac{(BEZ)}{(AB\Gamma\Delta)}$ συναρτήσει του λ .

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!