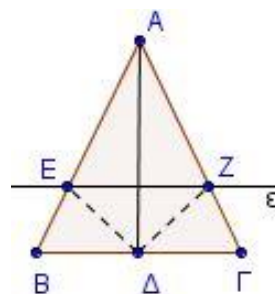


ΘΕΜΑ 1^ο

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τη διχοτόμο $A\Delta$ και μια ευθεία (ϵ) παράλληλη προς τη $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

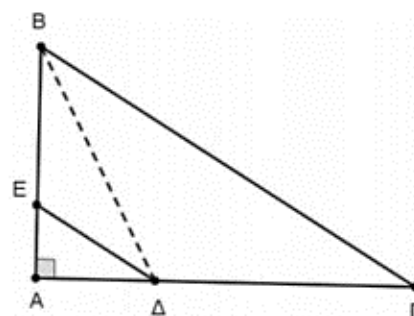
- α) Το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)
- β) Τα τρίγωνα $A\epsilon\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$). Έστω Δ σημείο της πλευράς $A\Gamma$ τέτοιο, ώστε η διχοτόμος ΔE της γωνίας $A\Delta B$ να είναι παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$.

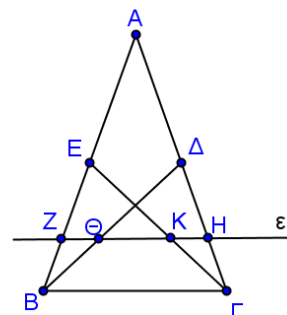
- α) Να αποδείξετε ότι:
 - i) $\angle E\Delta B = \angle \Delta B\Gamma$ και $\angle E\Delta A = \hat{\Gamma}$. (Μονάδες 4 + 4)
 - ii) Το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- β) Αν $\angle A\Delta B = 60^\circ$ να υπολογίσετε τη γωνία Γ . (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 3^ο

Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE . Μια ευθεία ϵ παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα Z και H αντίστοιχα και τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE στα σημεία Θ και K αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) $BZ = \Gamma H$ (Μονάδες 8)
- β) τα τρίγωνα $ZB\Theta$ και $H\Gamma K$ είναι ίσα. (Μονάδες 9)
- γ) $ZK = H\Theta$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4^ο

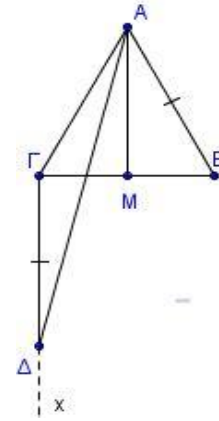
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και η διάμεσός του AM . Φέρουμε ημιευθεία $G\chi \perp B\Gamma$ προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A και παίρνουμε σε αυτήν τμήμα $G\Delta = AB$.

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\Delta A\Gamma$ είναι ίση με τη $\Gamma\Delta A$.

β) Να αποδείξετε ότι:

i) $G\Delta \parallel AM$

ii) Η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $MA\Gamma$.



(Μονάδες 12)

(Μονάδες 6)

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 5^ο

Θεωρούμε κύκλο κέντρου O , με διάμετρο $B\Gamma$. Από σημείο A του κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη (ϵ) του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$. Από τα σημεία B και Γ φέρουμε τα τμήματα $B\Delta$ και ΓE κάθετα στην ευθεία (ϵ).

α) Να αποδείξετε ότι οι BA και ΓA είναι διχοτόμοι των γωνιών $\Delta B\Gamma$ και $E\Gamma B$.

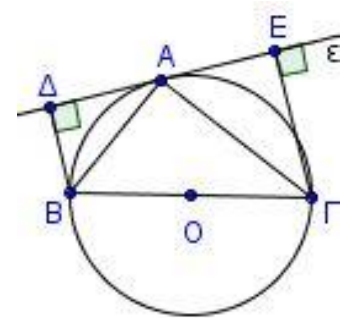
(Μονάδες 8)

β) Αν AZ είναι ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι: $A\Delta = AE = AZ$.

(Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι: $B\Delta + \Gamma E = B\Gamma$.

(Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 6^ο

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = A\Delta$ και $\Gamma B = \Gamma\Delta$.

Αν E το σημείο τομής των προεκτάσεων των BA και $\Gamma\Delta$ και Z το σημείο τομής των προεκτάσεων των ΔA και ΓB , να αποδείξετε ότι:

α) Η ΓA είναι διχοτόμος της γωνίας $B\Gamma\Delta$.

(Μονάδες 7)

β) $\Gamma Z = \Gamma E$.

(Μονάδες 9)

γ) $EZ \parallel B\Delta$.

(Μονάδες 8)

