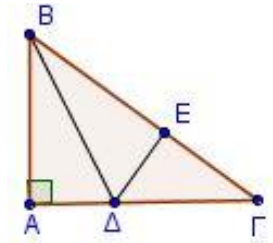


ΘΕΜΑ 1^ο

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία A.

Η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Β, η ΔΕ είναι κάθετη στην ΒΓ και η γωνία Γ είναι μικρότερη της γωνίας Β. Να αποδείξετε ότι:

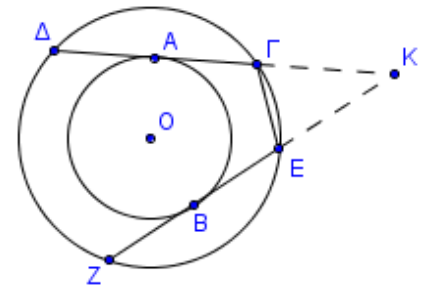
- α) $AD = DE$ (Μονάδες 8)
- β) $AD < ΔΓ$ (Μονάδες 9)
- γ) $ΑΓ > AB$ (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο O και ακτίνες ρ και R ($\rho < R$). Οι χορδές ΔΓ και ΖΕ του κύκλου (O,R) εφάπτονται στον κύκλο (O,ρ) στα σημεία A και B αντίστοιχα.

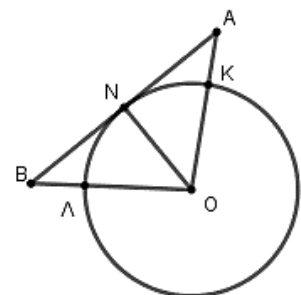
- α) Να αποδείξετε ότι $ΔΓ = ZE$ (Μονάδες 12)
- β) Αν οι ΔΓ και ΖΕ προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο K, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΚΕΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ. Σε σημείο N του κύκλου φέρουμε την εφαπτόμενή του, και εκατέρωθεν του N θεωρούμε σημεία A και B, τέτοια ώστε $NA=NB$. Οι OA και OB τέμνουν τον κύκλο στα K και Λ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

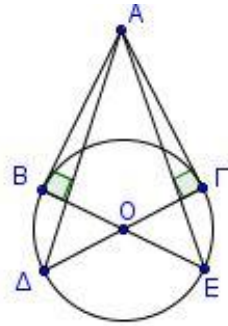
- α) Το τρίγωνο AOB είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)
- β) Το σημείο N είναι μέσο του τόξου ΚΛ. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Από σημείο εκτός του κύκλου, φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα AB και AG . Τα σημεία E και Δ είναι τα αντιδιαμετρικά σημεία των B και Γ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα ABE και $AG\Delta$ είναι ίσα. (Μονάδες 13)
β) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AG\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 5^ο

Θεωρούμε κύκλο κέντρου O και εξωτερικό σημείο του P . Από το P φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Η διακεντρική ευθεία PO τέμνει τον κύκλο στο σημείο Λ . Η εφαπτόμενη του κύκλου στο Λ τέμνει τα PA και PB στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) το τρίγωνο $P\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)
β) $\Gamma A = \Delta B$. (Μονάδες 8)
γ) η περίμετρος του τριγώνου $P\Gamma\Delta$ είναι ίση με $PA + PB$. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 6^ο

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) η διχοτόμος της γωνίας Γ τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ . Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά $B\Gamma$ την κάθετο ΔE , η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

- α) $A\Delta = \Delta E$ (Μονάδες 13)
β) $A\Delta < \Delta B$ (Μονάδες 12)